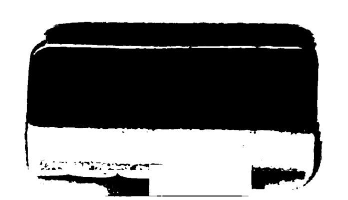

B 477403







SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

VIERZEHNTER BAND.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI W. BRAUMÜLLER, BUCHHÄNDLER DES K. K. HOFES UND DER K. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1855.

SITZUNGSBERICHTE

DER

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

VIERZEHNTER BAND.

14,

JAHRGANG 1854. HEFT I BIS III.

(Mit 33 Tafeln.)



WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI W. BRAUMÜLLER, BUCHHÄNDLER DES K. K. HOFES UND DER K. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1855.

INHALT.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

XIV. BAND. I. HEFT.

JAHRGANG 1854. — OCTOBER.



SITZUNG VOM 5. OCTOBER 1854.

Das hohe k. k. Ministerium des Äussern übermittelte der Akademie mit Note vom 15. August d. J., Z. $\frac{11006}{B. I.}$, die 9. Lieferung des von Sr. Majestät dem König von Preussen der Akademie zum Geschenke gemachten Werkes des Prof. Lepsius über Ägypten.

Vorträge.

Graphische Methode annähernder Winkelmessungen, besonders an kleineren Krystallen.

Von dem w. M. W. Haidinger.

(Gelesen durch Herrn Franz Ritter von Hauer.)

Welcher Abstand in der Genauigkeit der Messungen von Krystallwinkeln, von den Ergebnissen der Messungen eines Kupffer, mit Repetitionskreisen und Fernröhren, oder denen, welche von so vielen Forschern in neuerer Zeit durch die Anwendung der Mitscherlich'schen Vorrichtungen am Reflexionsgoniometer erreicht wurden, bis zu den bescheidenen Ansprüchen, die man durch die Anwendung des Handgoniometers erhält!

Jene Ergebnisse sind uns in dieser Beziehung freilich das Höchste. Aber sie sind nur unter ganz vortheilhaften Verhältnissen zu erreichen. Kostspielige Apparate und günstige Umgebungen, in welchen man sie anwenden kann, sind es nicht allein, nebst den gegebenen vollkommen ausgebildeten Krystallen, sondern auch die Ausbildung derjenigen Personen, welche in die Lage kommen, Untersuchungen dieser Art anzustellen, muss bereits entsprechend vorgeschritten sein. Sind daher einmal Winkelangaben für eine Krystallspecies vorhanden, so werden sie gerne angenommen, in allen Lehrbüchern citirt, selten sind die Verhältnisse so günstig, dass man an

eine Revision denkt, und für Identificirung vorkommender Krystalle begnügt man sich mit dem im Gebrauche so bequemen Handgoniometer, der indessen doch selbst den besten durch denselben erhaltenen Messungen so wenig Sicherheit zu geben vermag.

Zu verschiedenen Zeiten habe auch ich Messungen versucht; manche derselben unter ziemlich günstigen Verhältnissen zum Theil schon in Gratz, vorzüglich aber später in Freiberg, wo ich bei meinem unvergesslichen Lehrer Mohs wohnte, und in einem ruhigen Saale ein Reflexionsgoniometer durch längere Zeit in ungestörter Aufstellung benützen konnte. Aber in der Praxis wünscht man oft die doch ziemlich annähernde Kenntniss eines Winkels, oder einer Anzahl derselben, wo Messungen dieser Art gar nicht durchgeführt werden können, besonders bei so manchen wohlgebildeten Krystallen, die gerade, ich möchte sagen „loupenrecht" sind, zu klein für das freie Auge, um sie mit Erfolg zu studiren, aber an welchen man, wenn sie gegen das Licht gehalten werden, mit grosser Schärfe vermittelst der Loupe die Neigung zweier Flächen gegen einander im Durchschnitt ausnimmt. Man könnte sie gut mit der Winkelöffnung eines Handgoniometers vergleichen, aber bei der gewöhnlichen vorübergehenden Art der Anwendung der Loupe und des Goniometers hält man jedes derselben in der rechten, den Krystall, allenfalls auf Wachs geklebt, in der linken Hand. Hätte man den Krystall ganz fest geklebt, hielte den Goniometer in der Rechten, die Loupe in der Linken, so tritt wieder ein misslicher Umstand darin hervor, dass die beiden Lineale über einander liegen, und nur gerade die zwei äussersten Kanten den Winkel in einer Ebene einschliessen.

Mancherlei Methoden sind von verschiedenen Forschern ausgedacht und vorgeschlagen worden, um die Winkel kleiner Krystalle zu messen, namentlich auch solcher, die selbst für die Loupe zu klein, die Anwendung zusammengesetzter Mikroskope erheischen. So vom Freiherrn von Nordenskjöld und Herrn Prof. Karl Schmidt [1]) in Dorpat, wobei das Princip die Drehung eines Fadens um die Sehe-Axe war, oder vom Herrn Prof. Frankenheim [2]), der die Projection des mit dem Einen Auge gesehenen Krystalls auf ein Blatt Papier.

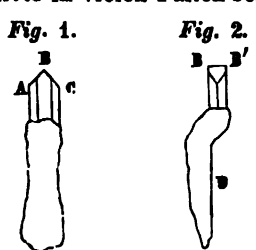
---

[1]) Entwurf einer allgemeinen Untersuchungsmethode der Säfte und Excrete des thierischen Organismus. Zittau und Leipzig 1846.

[2]) Poggendorff's Annalen, Band 5.

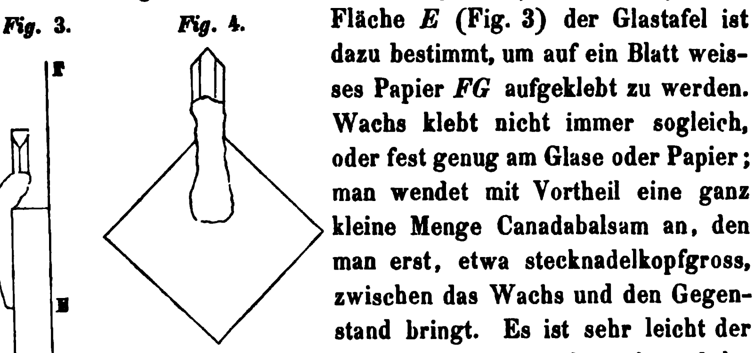
ausserhalb des Mikroskops, in der Entfernung des deutlichsten Sehens vom andern Auge vorschlug, um sodann den Linien am Krystalle parallele Linien auf dem Papier zu ziehen. Herr Dr. Kenngott zeichnete vor kurzem unmittelbar den Durchschnitt eines geschliffenen Diopsidkrystalls auf Papier und verlängerte die Projection der Kanten [1]).

Die Methode, welche ich im Folgenden kürzlich darstellen will, dürfte in vielen Fällen sehr anwendbar befunden werden:



1. Man befestigt den zu messenden Krystall, der hier, um einen bestimmten Fall zu haben, als Baryt von Přibram gezeichnet ist, auf einem knieförmig zu biegenden Stückchen Wachs. Der zu messende Winkel ABC (Fig. 1) ist die Endkante des Krystalls BB' (Fig. 2).

2. Man klebt das Wachs mit der Seite D (Fig. 2) auf eine etwa zwei Zoll lange und breite Spiegelglasplatte (Fig. 3 und 4). Die

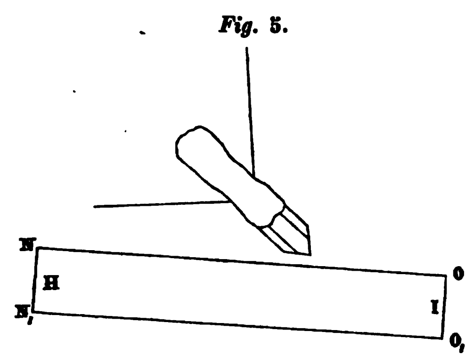


Fläche E (Fig. 3) der Glastafel ist dazu bestimmt, um auf ein Blatt weisses Papier FG aufgeklebt zu werden. Wachs klebt nicht immer sogleich, oder fest genug am Glase oder Papier; man wendet mit Vortheil eine ganz kleine Menge Canadabalsam an, den man erst, etwa stecknadelkopfgross, zwischen das Wachs und den Gegenstand bringt. Es ist sehr leicht der Kante BB' eine solche Lage zu geben, dass sie auf der Fläche E senkrecht steht, man kann sich dazu nach Umständen sogar der Spiegelung von den zu messenden Flächen bedienen, während man die Fläche auf einer horizontalen oder an einer verticalen Ebene gegenüber dem zu spiegelnden Gegenstande herumdreht. Übrigens beträgt erst bei einer Neigung von 1° 24′ der Fehler für einen rechten zu messenden Winkel eine Minute. Der Krystall soll das darunter liegende Papier nicht berühren, weil man oft gerne, besonders bei

[1]) Sitzungsberichte d. kais. Akademie d. Wissenschaften, 1854, Bd. 12, S. 701.

weissen Krystallen ein Blättchen schwarzes Papier unter denselben schiebt, oder bei dunkeln Krystallen gerade diese Stelle stärker beleuchtet, um die Deutlichkeit der Erscheinung zu vermehren.

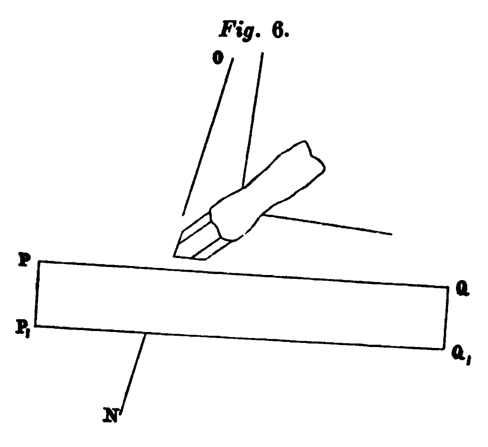
Fig. 5.



3. Man legt nun (Fig. 5) ein Lineal auf den Tisch, so dass es möglichst einer der zwei den zu messenden Winkel bildenden Flächen parallel ist. Die Lage gibt man unter der Loupe. Man hält die Loupe in der rechten Hand, welche ganz leicht auf dem Lineal ruht, das von der linken in Übereinstimmung mit der rechten bis zum möglichst vollständigen Parallelismus mit der Krystallfläche gebracht wird, deren Projection auf dem Papier man entwerfen soll. Beide Ellbogen ruhen fest auf dem Tische. Wichtig ist bei der Vergleichung, dass das Lineal in Bezug auf die Entfernung vom Papier gerade der Fläche gegenüber liegt.

4. Die linke Hand hält das Lineal auf dem Papier fest, die rechte legt die Loupe weg, nimmt einen Bleistift, und zieht dem Lineal genau entlang die Linie, die, etwa wo der Krystall hindert, auch unterbrochen sein kann.

Fig. 6.



5. Der gleiche Vorgang unter der Loupe wird in Fig. 6 auf die zweite Fläche angewendet. Bereits ist nun die Linie *NO* auf dem Papiere gewonnen. Parallel der zweiten Krystallfläche wird dem Lineale folgend eine neue Linie gezogen.

6. Hat man sowohl das Lineal als auch die Glasplatte mit dem Krystall von dem Papier weggenommen, so bleiben (Fig. 7) die zwei langen

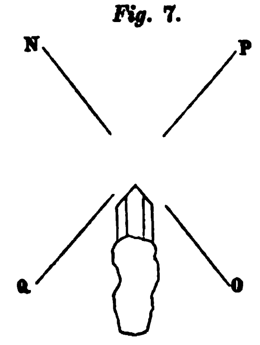


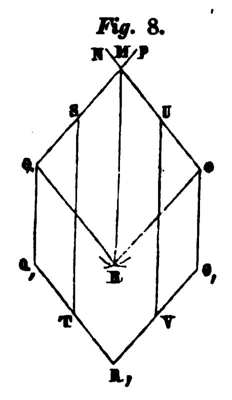
Fig. 7.

Linien NO und PQ auf demselben übrig, die man entweder selbst, oder andere denselben genau parallel liegende Linien zum Durchschnitte bringen kann. Am besten zieht man sogleich die den zur Orientirung dienenden NO und PQ parallelen Linien $N'O'$ und $P'Q'$. Die Neigung der Linien gegen einander wird vermittelst eines Transporteurs gemessen. Ist dieser genau und fein getheilt, nicht gar zu klein, und bedient man sich zur Vergleichung ebenfalls der Loupe, so werden die Ergebnisse der Messung in der That recht befriedigend.

Man kann noch sehr kleine Krystalle mit gutem Erfolge messen, aber die Methode ist auch auf grössere recht gut anwendbar, nur bedient man sich dann der Entfernung der Flächen vom Papiere entsprechender dickerer Lineale. Jedenfalls erhält man, und das ist ein wahrer Vortheil, einen möglichst genau beobachteten, auf Papier genau aufgezeichneten Winkel, welchen man für spätere Vergleiche aufbewahren kann, anstatt der vorübergehenden Lesung auf dem Theilkreise des Handgoniometers.

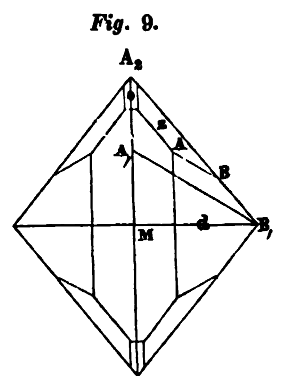
Man sieht leicht, dass Messungen auf diese Art mit Sorgfalt angestellt, verlässlicher sind, als die in der gewöhnlichen Weise durch den Handgoniometer erhaltenen, wenn sie auch die Genauigkeit der besseren Messungen durch Spiegelung nicht erreichen. Doch empfiehlt sie die Leichtigkeit der Anwendung und der so wenig kostspielige Apparat vorzüglich denjenigen, welche am Beginne ihrer wissenschaftlichen Laufbahn gerne die Eigenschaften der Krystalle selbst zu untersuchen beginnen, sei es für eigentlich mineralogische Studien, sei es in den chemischen Laboratorien, wo noch so viele Krystalle täglich vorkommen, von welchen eine solche annähernde Winkelangabe sehr dankenswerth genannt werden müsste, bis sie späterhin den verfeinerten Methoden zum Gegenstande dienen würden.

Noch eine Bemerkung wird hier an ihrem Platze sein. Man hat oben an der Hand des natürlichen Krystalles die in der gemessenen Kante sich schneidenden Projectionslinien NO und PQ gewonnen. Man steche mit dem Zirkel aus dem Mittelpunkte M die gleichen Längen MQ und MO ab, und beschreibe ebenfalls mit der gleichen Öffnung desselben aus O und Q Kreise, die sich also in R schneiden.


Fig. 8.

MQRO ist der vollständige rhombische Querschnitt des Prismas. *MR* ist dessen Makrodiagonale; parallel derselben liegen in der Projection OO_1 und QQ_1 die Kanten des Prismas der in der Natur vorliegenden Combination. Man ziehe $Q_1 R_1$ parallel *QR*, und $O_1 R_1$ parallel *OR*, nehme dann gleiche Entfernungen *MS* und *MU*, $R_1 T$ und $R_1 V$, und ziehe die Linie *ST* und *UV*, so ist die erhaltene Figur eine vollständige, nach dem in der Natur beobachteten Winkel ausgeführte Projection des gegebenen Barytkrystalls.

Man ist begreiflich bei der Vergleichung der Linien mit dem Lineal nicht auf die Erscheinung der senkrecht gegen die Fläche *E* (Fig. 3) stehenden Prismenflächen beschränkt. Jede in der Combination, sei sie noch so complicirt, vorkommende Kante lässt sich mit dem Lineal vergleichen, und ihre Projection auf das Papierblatt eintragen. Die Vergleichung der Lage mit den übrigen Linien liefert oft sehr werthvolle Controlwinkel, aber auch die wichtigsten Daten für die Entwickelung der Gestalten selbst und ihrer Axenverhältnisse. Man hätte zum Beispiele statt des Krystalls von Přibram einen Baryt von Kremnitz (Fig. 9) gewählt, so würde die der Combinations-Kante *AB* parallel gezogene $A_1 B_1$ das Verhältniss von $MA_1 : MA_2 = 1 : 2$ gezeigt haben, woraus für $z = O$, nämlich *z* als Grundorthotyp genommen, *d* unmittelbar als ∞O_2 folgt. Die hier entwickelte Methode der Messung ist also in der That zu gleicher Zeit eine praktische Anleitung zum Zeichnen der Projectionen, und zum Studium der Verhältnisse der Krystallformen. So einfach auch der ganze Vorgang an sich selbst ist, so dürfte er doch recht sehr einer verbreiteten Anwendung werth erscheinen, um das Studium der regelmässigen in der Natur vorkommenden Gestalten zu fördern.


Fig. 9.

Folgendes ist das übersichtliche Verzeichniss der wenigen Erfordernisse dieser graphischen Methode: Papier, Bleistift, Spiegelglastafel, Wachs, Canadabalsam, Lineale, Transporteur, Loupe.

Über 16 Gattungen von Binnenwürmern und ihre Arten

durch 6 Tafeln Abbildungen erläutert

von dem w. M., **Dr. Karl Moriz Diesing.**

Diese Abhandlung wurde für die Denkschriften bestimmt, und wird im IX. Bande derselben erscheinen.

Über den Orkan am 30. Juni 1854.

Von dem c. M. **Karl Fritsch.**

(Mit 1 Karte.)

Am 30. Juni l. J. um 2^h 30′ nach Mittag brach in Wien ganz unverhofft ein Orkan von Westen aus; so nennt man einen Gewittersturm wegen seines beschränkteren Verbreitungsbezirkes zur Unterscheidung von den gewöhnlichen Stürmen, welche nicht nur viel längere Zeit hindurch als die Orkane, nämlich einen und selbst mehrere Tage anzuhalten pflegen, sondern sich auch über ein viel grösseres Ländergebiet erstrecken, und auch noch durch die Jahreszeit wesentlich verschieden sind, in welcher sie vorzukommen pflegen. Die Orkane gehören fast ohne Ausnahme dem Sommer an, während die gewöhnlichen Stürme den Winter charakterisiren, oder doch wenigstens jene Jahreszeiten, welche mit Spätherbst und Vorfrühling bezeichnet werden.

Die Zeitungsblätter [1]) brachten schon in den nächsten Tagen Nachrichten von den Verheerungen, welche der Gewittersturm am 30. Juni auf seinem Wege anrichtete. In Kremsmünster erfolgte der Ausbruch des Orkanes, der von einem Gewitter mit Hagel und Regenguss begleitet war, bereits um 0^h 20′, also um 2^h 10′ früher als in Wien, in welcher kurzen Zeit der Orkan den 10 Meilen langen Weg von Kremsmünster bis Wien in einem Bette durchbrauste, das

---

[1]) S. Wiener Zeitung, S. 1846.

einerseits von den steierischen Alpen, andererseits von den Gebirgen des Mühlkreises begrenzt war.

Herr P. Augustin Reslhuber, Director der Sternwarte in Kremsmünster, einer der eifrigsten und vielseitigsten Beobachter unseres Kaiserstaates, schildert den Orkan als den heftigsten seit Menschengedenken, woran um so weniger zu zweifeln ist, wenn man die Verheerungen betrachtet, welche derselbe in seinem Gefolge hatte. Es wurden Dächer abgedeckt, Mauern und Bretterwände eingestossen, Wägen umgeworfen, eine Menge Bäume entwurzelt und abgerissen, letzteres insbesondere in dem nördlich vom Observatorium gelegenen Walde, wo eine Unzahl der kräftigsten Fichten und Tannen eine Beute des Orkanes wurden.

Ähnliche Nachrichten verlauteten aus Grain, Ried, Wels und Enns, welche Orte sämmtlich in der Stromlinie des Orkanes gelegen sind. Die bekannten Unglücksfälle auf dem Traunsee bildeten einen traurigen Nachhall dazu [1]).

Auch aus Linz, das nordwärts und wenig östlich von Kremsmünster liegt, berichteten die Zeitungsblätter Ähnliches [2]). Nach den Beobachtungen des Herrn Prof. Dr. Columbus erfolgte hier der Ausbruch des Orkanes, der ebenfalls von einem Gewitter mit Platzregen und Hagel begleitet war, um 0^h 37′, also ganz entsprechend der wechselseitigen Lage beider Orte, etwas später als in Kremsmünster.

Auf diese Orte blieben die Zeitungsnachrichten beschränkt. Die monatlichen Übersichten, welche von den meteorologischen Stationen unseres Kaiserreiches bei der k. k. Central-Anstalt einliefen, bestätigten die Vermuthung, dass der Orkan vorzüglich Österreich ob und unter der Enns, insbesondere ersteres, zum Schauplatze seiner Verwüstungen ausersehen hatte und schon hier auf seinem tobenden Zuge gegen Osten allmählich an Geschwindigkeit einbüsste, indem er sich in immer grösseren Bögen ausbreitete und Zweigströme nach Norden und Süden entsendete, bis er in den östlichen Ländern des Kaiserreiches in den späten Abendstunden sein Ende erreichte. Zugleich stellte sich heraus, dass die nördlichsten und südlichsten Länderzonen des Kaiserreiches von dem Orkane verschont blieben und

---

[1]) S. Wiener Zeitung, 8. 1846.

[2]) Presse vom 4. Juli.

da er, wie bereits erwähnt wurde, auch die östlichen Marken desselben nicht erreichte, dass sein Schauplatz auf die Grenzen desselben beschränkt blieb, welche aller Wahrscheinlichkeit nach nur bei seinem Ausbruche in Westen berührt worden sind. Ich konnte demnach hoffen, nicht nur das Gebiet des Orkanes durch eine zweckmässige Combination der in den Journalen darüber enthaltenen Noten sicher zu stellen, sondern auch die Ursache zu erforschen, denen er seine Entstehung verdankt.

Da die aus Ober-Österreich eingelaufenen Berichte es sehr wahrscheinlich machten, dass der Orkan hier nicht entstand, sondern sich bereits in dem nahen Baiern erhob, so wandte ich mich an Herrn Director Lamont in München mit der Bitte, auch von den meteorologischen Stationen in Baiern mir solche Daten bekannt geben zu wollen, nach welchen sich die obengestellten Fragen erschöpfend beantworten liessen. Herr Lamont sendete mir dieselben mit folgender Zuschrift: „Unsere meteorologischen Stationen sind in neuerer Zeit so sehr in Verfall gekommen, dass die Mittheilung der wenigen eben jetzt vorliegenden Daten Ihnen von wenig Nutzen sein wird. Jedenfalls geht aber daraus hervor, dass im Süden wie im Norden von Baiern die Intensität gering war. Der Sturm scheint über München nach Osten gegangen zu sein."

Aus diesem Schreiben geht hervor, dass der Sturm auch schon in Baiern in einem ähnlichen Bette fortbrauste, wie in Österreich, und dass die von dem Orkane heimgesuchte Zone in beiden Ländern dieselbe Richtung, nämlich von Westen nach Osten hatte.

Ich stellte daher die Orte, von welchen meteorologische Daten für den 30. Juni bei unserer Anstalt eingelangt waren, wie aus folgender Tafel ersichtlich ist, in der Reihenfolge zusammen, welche sich nach ihrer geographischen Länge ergibt, indem ich von den östlich gelegenen zu den westlichen fortschritt.

Meteorologische Beobachtungen

	Geographische		Seehöhe in Toisen	Luftdruck			Lufttemperatur		
	Länge	Breite		18h	2h	10h	18h	2h	10h
Mailand	26° 51′	45° 28′	75	—1‴99	—2‴05	—2‴17	+1°10	+2°66	+2°75
Bregenz	27 21	47 30	211	—	—	—	—	—4·69	—
St. Maria	28 5	46 31	1273	—	—	—	+0·44	—2·45	+0·09
Hohenpeissenberg	28 42	48 8	—	—2·14	—1·42	—1·34	—0·99	—1·70	—2·89
Nürnberg	28 46	49 28	—	—1·84	—1·63	—1·82	—0·56	—3·77	—1·68
Plan	28 47	46 50	895	—0·95	—1·28	—1·41	+1·40	—0·60	—0·40
Meran	28 48	46 40	154	—2·12	—0·97	—0·74	—0·38	—2·83	—4·28
Innsbruck	28 59	47 16	283	—0·22	+0·78	+1·02	0·00	—4·10	—1·40
München	29 14	48 8	—	—2·22	—1·13	—1·29	+0·17	—2·63	—1·15
Tegernsee	29 26	47 43	—	—1·58	—0·94	—1·04	+0·72	—5·66	—1·42
Burglengenfeld ..	29 44	49 15	—	—1·56	—1·38	—1·83	—0·24	—4·73	—1·65
Venedig	29 59	45 26	—	—0·40	—1·66	—1·30	+2·64	+4·04	+1·94
Lienz	30 24	46 50	323	—1·65	—2·03	—0·98	+1·67	+1·74	—3·01
St. Jakob	30 34	46 41	474	(?)	—1·15	—0·92	+0·74	—1·41	—1·87
Gastein	30 47	47 7	1050	—1·98	—0·84	—0·89	+0·28	—6·48	—4·19
Raggaberg	30 49	56 54	881	—	—	—	+0·55	—0·55	—0·63
Obervellach	30 50	46 54	332	—2·31	—2·33	—0·25	+0·69	—2·29	—3·06
Mallnitz	30 51	47 0	506	—	—	—	+0.52	—5·71	—
Weissbriach	30 53	46 41	409	—	—	—	+1·21	—2·20	—
Udine	30 55	46 3	52	—1·09	—2·00	—1·92	—	—	—
Tröpelach	30 56	46 37	295	—2·61	—2·65	—1·39	+1·27	+1·87	—1·16
Pilsen	31 3	49 45	153	—1·39	—1·73	—1·72	+0·04	—3·91	—1·84
Schössl	31 10	50 27	175	—0·97	—1·63	—2·15	+1·61	—3·84	—1·55
St. Peter	31 16	47 2	600	—1·21	—0·06	—1·21	+2·08	—1·84	—2·84
Saifnitz	31 18	46 27	419	—	—	—	+1·24	+0·34	—1·63
Kremsalpe	31 22	46 58	727	—	—	—	+1·55	+0·49	—4·07
Triest	31 26	45 39	7	—1·59	—1·47	—1·72	+3·18	+2·81	+2·48
Alt-Aussee	31 28	47 37	485	—	—0·97	—	—	—7·10	—
Strakonitz	31 28	49 16	215	—1·21	—1·92	—1·76	+0·41	—6·99	—2·65
Pürglitz	31 34	50 2	158	—1·87	—2·27	—	+0·44	—4·59	—
St. Magdalena ...	31 41	46 0	432	—0·84	—1·70	—1·48	+1·51	—0·42	+0·70
Kremsmünster ...	31 48	48 3	197	—1·70	—0·84	—1·45	+1·98	—4·48	—0·26
Bodenbach	31 52	50 46	67	—0·40	—1·25	—1·34	+0·94	—1·85	—1·27
Adelsberg	31 54	45 46	277	—1·04	—1·88	—1·99	+5·61	+2·45	+2·14
Linz	31 56	48 18	122	—1·72	—1·25	—1·27	+2·16	—6·20	—0·69
Klagenfurt	31 58	46 37	225	—1·47	—2·20	—0·74	+1·31	+1·84	—2·56
Prag	32 5	50 5	93	—	—	—	—	—	—

*) Man sehe das Weitere im folgenden Texte.

am 30. Juni 1854.

Windesrichtung und Stärke			Bemerkungen	Niederschlag
18^h	2^h	10^h		
NO	SO_1	NO	heiterer Tag.	0‴00
—	S_3	—	Regentag.	7·90
N_3	N_3	O	Nachmittags Schneegewitter.	—
O_1	WSW_2	SW_2	Strichregen.	—
SO_1	S_2	—	öftere Regengüsse.	—
—	—	—	Regentag.	—
—	—	—	6^h Ab. Sturm.	2·44
W_1	NW_1	NW_0	Morgens Regen.	3·42
NO_0	$SW_{3·5}$	—	halber Regentag.	—
S	S	S	Regen u. Sturm, höhere Berge frisch beschneit.	—
SO	W	NW	Mittags Regen.	—
SW	S	WSW	einige Stunden S. Wind.	—
NW_0	$SO_{2·5}$	NW_2	5—6^h Ab. Sturm aus NW. Angeschneit bis 7000′ herab.	2·34
O	O	W_3	Abends Gewitter.	2·30
S_1	SO_1	O_1	—	24·62
—	—	—	—	—
—	W_3	NW	Nachmittags im Gebirge Schnee u. Gewitter.	6·15
—	NW_4	—	—	—
—	—	—	—	—
OSO_0	SSW_0	SSW_0	—	0·64
O	W_3	N_3	Nachmittags Gewitter und Regen.	4·10
SW_1	NW_1	W_1	Regentag.	4·90
SW_0	SW_1	W_1	theilweise Regentag.	4·61
S_0	SO_3	N_4	2^h 30′ heftigster N. Sturm *).	9·43
S	N	N_3	—	5·40
W_3	W_3	W_3	Regen, Schnee im Gebirge.	—
OSO	SSW	SSW	heiter bei zerstreuten Wolken.	0·00
—	O_1	—	Regentag.	5·01
O_2	$W_{2·5}$	$NW_{0·2}$	1^h 35′ Orkan *).	21·20
O_0	W_3	—	Regentag.	0·00
SW_2	W_3	—	Regentag, Gewitter.	4·62
O_1	W_3	W_1	0^h 20′ Orkan *).	6·20
SW_1	NW_1	—	Regentag.	5·04
S_1	S_1	W_1	halb heiterer Tag.	0·00
NO_1	W_3	$W_{0·5}$	1^h 37′ Orkan *).	4·80
SW	W_3	SW	3^h Sturm und Gewitter.	4·85
—	—	—	—	—

Meteorologische Beobachtungen

	Geographische		Seehöhe in Toisen	Luftdruck			Lufttemperatur		
	Länge	Breite		18h	2h	10h	18h	2h	10h
Obir I.	32° 7′	46° 30′	630	—	—	—	+2°22	+5°48	+3°20
Obir III.	32 7	46 30	1054	—	—	—	+2·46	+6·65	+2·84
Althofen	32 8	46 52	363	—	—	—	+1·04	+0·54	—3·10
Admont	32 8	47 35	311	—1‴10	—1‴37	—1‴10	+0·94	—2·33	—1·62
Laibach	32 12	46 3	152	+0·25	—1·89	—0·72	+0·40	+1·10	—2·60
Reichenau	32 13	48 41	269	—2·29	—3·77	—2·63	+2·44	+3·82	—1·20
St. Paul	32 34	46 43	193	—1·42	—2·10	—0·72	+1·86	+1·11	—3·11
Cilli	32 58	46 14	117	—	—1·53	—	—	+2·80	—
Czaslau	33 2	49 57	126	—0·35	—1·86	—1·95	+1·40	—1·00	—1·42
Deutschbrod	33 15	49 36	206	—	—	—	+1·02	+0·85	—2·14
Zavalje	33 30	44 45	—	—	—	—	+4·02	+2·07	+3·16
Wien	34 2	48 12	100	—0·68	—2·95	—1·40	+1·78	+1·31	—0·89
Senftenberg	34 7	50 5	216	—0·67	—2·06	—2·40	+1·43	+2·40	—1·04
Brünn	34 17	49 11	106	—0·76	—2·69	—2·33	+2·56	+2·35	—1·58
Pressburg	34 44	48 8	63	—0·31	—2·11	—2·13	+0·21	+2·28	+0·06
Holitsch	34 48	48 48	89	—	—1·86	—3·05	—	+2·16	+2·96
Olmütz	34 55	49 35	99	—0·60	—2·42	—1·91	+1·97	+3·31	—0·57
Ragusa	35 6	42 38	10	—0·42	—0·73	—1·74	+3·25	+2·17	+2·95
Tyrnau	35 17	48 22	—	—	—	—	—	+3·48	—
Fünfkirchen	35 55	46 4	93	—0·09	—0·73	—0·89	+4·33	+4·53	+1·34
Oderberg	36 2	49 54	102	—	—	—	+1·16	+3·07	+2·61
Gran	36 25	47 47	54	—1·16	—2·51	—1·53	+2·35	+4·96	—0·16
Schemnitz	36 35	48 27	311	—	—1·90	—	—	+2·16	—
Pesth	36 44	47 29	50	—1·05	—2·60	—1·26	+1·00	+4·40	—3·00
Saybusch	36 48	49 39	177	—0·84	—1·90	—2·51	+1·34	+2·33	—0·22
Krakau	37 37	50 4	108	—1·30	—2·00	—3·33	+3·14	+2·65	+0·38
Szegedin	37 48	46 15	47	—0·70	—0·67	—1·45	+3·83	+3·96	—1·73
Jolsva	37 54	48 32	—	—	—	—	+2·17	+3·47	+0·13
Kesmark	38 9	49 8	318	—0·94	—1·58	—1·81	+2·42	+1·72	+1·21
Leutschau	38 19	49 1	291	—0·89	—1·23	—3·47	+4·00	+1·75	+1·07
Debreczin	39 21	47 32	68	—1·20	—1·44	—2·27	+3·75	+3·24	+4·03
Lemberg	41 42	49 50	137	—1·40	—1·66	—2·79	+4·03	+3·70	+2·37
Hermannstadt	41 52	45 47	223	—0·57	—1·17	—2·10	+4·61	+6·64	+4·27
Wallendorf	42 18	47 9	195	—0·57	—1·10	—0·72	+4·78	+2·32	+3·54
Stanislau	42 25	48 55	112	—1·17	—1·89	—2·54	+3·31	+7·00	+2·83
Kronstadt	43 14	45 36	311	—0·48	—0·94	—1·68	+3·77	+6·78	+4·56
Czernowitz	43 41	48 17	114	—0·43	—1·58	—2·06	+4·73	+5·01	+4·04

am 30. Juni 1854.

Windesrichtung und Stärke			Bemerkungen	Niederschlag
18h	2h	10h		
N	N	NW	—	—
NW	NW	NW	—	—
NO_1	W_3	W_1	Nachmittags Gewitter.	2‴00
W	W_1	NW	1—2h Orkan *).	3·83
—	SW_3	NO_4	9h Sturm, Gewitter.	0·68
W	O_1	WNW_3	2h 15′ Sturm, Gewitter.	6·04?
SW	SW_3	SW_2	Nachmittags Regen.	4·44
—	N_2	—	halb heiterer Tag.	0·00
SW_1	NW_3	W_1	5h Sturm von W. Regen.	10·80
S_0	SSO_1	NW_1	Abends Regen.	2·87
S_2	S_3	S_2	mehr heiter als trüb.	—
$NW_{0\cdot1}$	$SO_{0\cdot2}$	$WNW_{0\cdot2}$	2h 30′ Orkan.	—
NW	$SO_{0\cdot8}$	$W_{2\cdot6}$	6h 12′ stürmisch aus SW.	3·51
NNO_1	WNW_3	W_1	3h 45′ Sturm, Gewitter, Regen.	0·47
W	NW_3	NW	—	—
—	S_3	—	Regentag mit Gewitter.	8·32
—	—	—	—	—
SO	SO	NO	ganz heiter.	—
—	—	—	—	—
W_0	SW_1	SO_4	6—7h Abends Hagel, Regen.	4·52
—	—	W_3	Regentag.	8·41
—	S	SW	6h 15′ Orkan *).	0·20
NW	SW	NW	5h 30′ Gewitter, Regen.	—
—	—	—	—	0·00
W	W	SW_3	Regentag.	10·16
NW_1	$O_{0\cdot5}$	$W_{2\cdot5}$	7h 30′ Sturm von W. *).	7·76
SW_1	SW_3	NW_3	mehr heiter als trüb.	0·00
W	W	W	halb heiter.	0·00
—	S_1	—	Regentag.	11·26
$O_{0\cdot5}$	$SW_{1\cdot5}$	$SW_{1\cdot5}$	9h Gewitter aus S.	8·86
W_1	S_0	S_1	—	2·16
SW_0	SW_0	SW_0	Regentag mit Gewitter.	1·80
SSO_1	N_1	NW_1	heiterer Tag.	0·00
O_1	NO_1	O_1	1h Gewittersturm von SW.	7·84
SO	W_1	NW_1	Morgens Gewitter, Regen.	2·68
—	—	—	2h Ab. Gewitter.	0·00
NW_3	NW_1	NW_1	theilweise Regentag mit Gewitter.	0·90

Diese Tafel enthält ausser den für die geographische Lage und die Seehöhe von nahezu 80 Beobachtungsstationen bestimmten Spalten noch fünf, nämlich für den Luftdruck, die Lufttemperatur, Richtung und Stärke des Windes, die besonderen Bemerkungen über den Orkan und die ihn begleitenden Erscheinungen, die letzte endlich für den Niederschlag. Jede der drei ersten dieser fünf Spalten ist nach den drei Beobachtungsstunden: 6^h Morgens, 2^h und 10^h Abends abgetheilt. Es schien mir am zweckmässigsten, den Druck und die Temperatur der Luft durch Differenzen gegen das Monatmittel der betreffenden Stunde darzustellen, um die Vergleichbarkeit der Data aller Stationen so viel als möglich zu erleichtern. Diese Unterschiede sind mit + bezeichnet, wenn der Barometer- oder Thermometerstand des Tages höher war, als im Monatmittel, im Gegentheil mit —. Durch diese Art der Darstellung des Luftdruckes und der Temperatur glaube ich so viel als möglich Alles ausgeschieden zu haben, was auf Rechnung der geographischen und physicalischen Lage der Orte zu setzen ist, und die Auffindung der Ursache des Orkanes, sowie jener Länderstrecken unseres Kaiserstaates, von welchen ihre Wirksamkeit ausging, wesentlich erleichtert zu haben.

Die in dieser Tabelle enthaltenen Bemerkungen mögen nun als Leitfaden dienen, den Orkan auf seinem Wege zu verfolgen, so weit es die Unvollständigkeit der eingesendeten Daten zulässt, da man sich auf vielen Stationen auf die Eintragung jener Erscheinungen in das Beobachtungs-Register zu beschränken pflegt, welche sich gerade zu den fixen Beobachtungszeiten ereignen und an mehreren anderen es bei der Ablesung der Instrumente allein bewenden lässt.

Der Orkan brach zuerst in Kremsmünster, nämlich bereits um $0^h 20'$ (zwanzig Minuten nach Mittag) von Westen aus, um $1^h 35'$ Abends erhebt er sich aus derselben Weltgegend in Strakonitz, das $20'$ östlicher und $1° 13'$ nördlicher als Kremsmünster liegt; fast genau um dieselbe Zeit, nämlich um $1^h 37'$ Abends in Linz, das wieder 28 Minuten westlicher und $58'$ südlicher als Strakonitz liegt. Alle drei Orte sind der geographischen Länge nach so wenig von einander verschieden, dass es bei der gleichen Richtung des Orkanes unerklärlich wäre, wie die Zeiten des Eintrittes so verschieden sein könnten, wenn man nicht eine verschiedene Stromgeschwindigkeit zugeben wollte. Aber auch unter dieser Voraussetzung sind die Schwierig-

keiten, eine bestimmte Vorstellung von der Gestalt der Angriffslinie, mit welcher der Orkan in die kurz vorher noch ruhende Atmosphäre eindrang, zu erlangen, nicht beseitiget; weil in Linz und Kremsmünster, welche so nahe bei einander liegen, dass man einen gleichzeitigen Ausbruch des Orkanes hätte erwarten können, die Zeiten desselben dennoch um $1^h 17'$ verschieden sind. Die Annahme, dass die Geschwindigkeit der Luftströmung im Parallel beider nahezu unter demselben Meridian liegenden Orte verschieden sein konnte und er daher den einen früher als den andern erreicht haben konnte, wird dadurch widerlegt, dass die Verheerungen an beiden dieselben waren. In Linz wie in Kremsmünster wurden Bäume entwurzelt und Häuser abgedeckt, an beiden Orten will man seit Menschengedenken einen ähnlichen Orkan nicht erlebt haben.

In Kremsmünster begleitete den Ausbruch des Orkanes ein Gewitter mit heftigem Platzregen und Hagelschlag, in Linz war es eben so, doch der Hagel nur griesartig, in Strakonitz fiel unter ähnlichen Umständen ebenfalls dichter kleiner Hagel, der $^1/_2$ Zoll den Boden bedeckte. Es ist aber mehr als wahrscheinlich, dass der Hagel nur Luftwirbeln oder sogenannten Windhosen oder Tromben seine Entstehung verdankt. Wahrscheinlich wurden also die erwähnten drei Orte, oder doch wenigstens ihre nächste Umgebung von Windhosen heimgesucht, welche in geringer Höhe über den Orten mit der im Allgemeinen westlichen Luftströmung fortgezogen und sich ihres Inhaltes entleert haben konnten.

Noch ein anderer Umstand spricht für die Annahme, dass jeder dieser drei Orte von mächtigen Wirbelwinden heimgesucht worden ist, welche mit einander in keiner näheren Verbindung standen.

In Strakonitz wehte von 6^h Morgens bis zum Ausbruche des Orkanes ein starker Ostwind, der in Süd-Ost überging, ohne an Stärke zu verlieren und plötzlich von dem aus West hereinbrechenden Orkan verdrängt worden ist. In Kremsmünster hat sich bereits um 6^h Morgens ein mittelmässiger Ostwind erhoben, der bis um Mittag allmählich stürmisch wurde. Kurz darauf brach der Orkan von Westen los. Auch in Linz herrschte bis zu dem Momente, wo sich der Gewittersturm erhob, ein Ostwind. An allen drei Orten bezeichnete also ein völliges Umschlagen einer conträren und noch dazu heftigen Luftströmung den Ausbruch des Orkanes. Es begegneten sich also entgegengesetzte Luftströme von grosser Geschwindigkeit, welcher

Zusammenstoss nothwendig grossartige Luftwirbel zur Folge hatte die ihre verheerenden Wirkungen nur auf dem schmalen Striche äusserten, der die Arme der beiden grossen, einander entgegengesetzten Luftströme trennte und im Allgemeinen mit dem stärkeren Weststrome fortzogen, bis dessen Zweigströme immer tiefer in den östlichen Strom eindrangen, sich spalteten und immer mehr ausbreiteten, die Gewalt des östlichen Luftstromes ganz gebrochen war, und die ganze Luftmasse in einem fortwährend an Breite zunehmenden Bette mit abnehmender Geschwindigkeit immer mehr gegen Osten vordrang.

Dagegen tobte in Admont, das nur 20′ östlich und 28′ südlich von Kremsmünster liegt, zwischen 1 bis 2^h Nachmittags, während um diese Zeit in Linz und Strakonitz der West-Orkan bauste, ein zuweilen orkanartiger Sturm aus Osten und Nordosten, obgleich um 6^h Morgens und 2^h Abends ein mässiger Westwind wehte. Offenbar hat also die östliche Luftströmung, welche früher nördlich von Admont vorherrschte, durch den Orkan eine Ablenkung gegen Süden erfahren. In St. Peter, das 33′ südlich von Admont liegt, langte der abgelenkte Oststrom um 2^h 30′ als heftigster Nordsturm an, der Häuser abdeckte und Bäume der Äste beraubte, aber nicht entwurzelte. Dabei fiel im Gebirge Hagel und Schnee. In dem 25′ südlich von St. Peter gelegenen Klagenfurt hatte sich der abgelenkte Oststrom bereits in einen Weststurm, der sich um 3^h Abends bei einem starken nach Süden abziehenden Gewitter erhob, verwandelt, also ein vollständiges Umschlagen auf seinen Wegen von Kremsmünster bis Klagenfurt erfahren, von wo er sich aus Abgang genauerer Daten in den Journalen weiter nicht mit Sicherheit verfolgen lässt, wenn er nicht etwa die Richtung gegen Fünfkirchen in Ungarn genommen hat, wo zwischen 6^h bis 7^h Abends ein Sturm aus Nord-Westen ausbrach, der von Regen und Hagel begleitet war, welcher mitunter die Grösse einer wälschen Nuss erreichte.

Über Wien brach der Orkan um 2^h 20′ von Westen herein und durchbrauste demnach den Weg von Linz bis Wien in weniger als einer Stunde. Hier richtete er schon keine Verwüstungen mehr an und brach nur noch hier und da kleinere Äste von den Bäumen. Der Wolkenwulst, den der Orkan vor sich hertrieb, verband die entgegengesetzten Punkte des Horizontes, ein Beweis, dass der Luftstrom bereits in einem grössten Bogen gegen Osten vordrang. Seine

Geschwindigkeit kann darnach beurtheilt werden, dass er den Weg 10° über Westen bis 10° über Osten, also einen Himmelsbogen von 160° in 15 Minuten zurücklegte, woraus sich, wenn man die Höhe des Wolkenwulstes auch nur zu 2000 Fuss annimmt, eine Geschwindigkeit von 24 Fuss in der Secunde ergibt, welche jene der Donau bei Hochwasser 4mal übertrifft und einer Locomotive auf unseren Eisenbahnen gleichkommt. Bei der Annahme einer Höhe von 5000 Fuss steigert sich die Geschwindigkeit bereits auf das 2·5fache, also 60 Fuss in der Secunde. Nahezu dieselbe Geschwindigkeit erhält man, wenn man von der Voraussetzung ausgehend, dass der Luftstrom die Richtung von Kremsmünster nach Wien hatte, mit dem Zeitintervall des Ausbruches in die Entfernung beider Orte dividirt. Weiter ostwärts treffen wir den Orkan in Gran, wo er um 6^h 15′ Abends ausbricht und wieder eine solche Mächtigkeit erlangt hat, dass er Bäume entwurzelt und Dächer abdeckt. Hier und in Wien ist er nicht mehr von einem Gewitter begleitet, der Niederschlag unbeträchtlich. Von Gran ostwärts liegen keine Beobachtungs-Stationen, wesshalb sich der fernere Zug des Orkanes nicht weiter verfolgen lässt.

Es scheint, dass von dem reissenden Luftstrome, dessen Lauf ich so eben verfolgt habe, in der Richtung von SW. nach NO. also von seinem linken Ufer Zweigströme ausgingen. Ohne diese Annahme oder der Voraussetzung paralleler und isolirter Orkane von ungleicher Geschwindigkeit oder Entstehungszeit lässt sich wenigstens nicht erklären, wie in Linz und Strakonitz die nahezu in demselben Meridiane, wie Kremsmünster liegen, der Orkan beträchtlich später zum Ausbruche gelangen konnte als am letzteren Orte.

In Böhmisch-Reichenau, das 45′ östlich und 35′ südlich von Strakonitz liegt, findet man den Ausbruch des Sturmes, der hier ebenfalls von W. und in Begleitung eines Gewitters hereinbrach, um 2^h 15′ verzeichnet, in Brünn um 3^h 45′ bei einem nur kurz dauernden Gewitter, in Czaslau um 5^h, wo er ebenfalls aus W. die Richtung hatte, und nur noch einen reichlichen Regen ohne Gewitter veranlasste, in Krakau endlich um 7^h 30′ Ab. wieder von einem schrecklichen Gewitter mit Platzregen begleitet.

In Schemnitz kam um 5^h 30′ blos ein Gewitter mit Regen ohne Sturm in Ausbruch. In Senftenberg fiel um 6^h 12′ ein stürmischer SW. ein. In Leutschau kam um 9^h Ab. ein Gewitter zum Ausbruch. Weiter ostwärts fiel nichts Ungewöhnliches mehr vor.

So wie nordwärts von dem Hauptstrome des Orkanes Zweigströme ausgingen, welche von SW. nach NO. gerichtet waren, scheinen südwärts davon ähnliche Seitenströme sich gebildet zu haben, welche die Richtung von NW. nach SO. nahmen. Für 5ʰ bis 6ʰ Ab. meldet der Beobachter zu Lienz in Tirol einen Sturm aus NW. wobei die Alpen bis zu 7000 Fuss Höhe herab angeschneit wurden.

In Meran findet man einen heftigen Sturm um 6ʰ Ab. ohne Angabe der Richtung verzeichnet, in Laibach um 9ʰ Ab. als Vorbote eines Ungewitters.

Das ist Alles, was man über das denkwürdige Ereigniss am 30. Juni 1854 in den Journalen sämmtlicher meteorologischen Stationen ausser den regelmässigen Beobachtungen zu den 3 fixen Stunden verzeichnet findet; denn der Gewittersturm zu Wallendorf bei Bistritz in Siebenbürgen um 1ʰ Ab. und das Gewitter zu Kronstadt sind zu isolirte Erscheinungen, und zu weit vom Schauplatze des Orkanes entfernt, als dass man sie damit in eine Verbindung bringen könnte.

Alle betrachteten Stromlinien convergiren gegen Baiern, von welchem Lande wir jedoch, wie Lamont in der Zuschrift, mit welcher er die meteorologischen Daten seines Landes begleitete, selbst eingesteht, leider nur dürftige Nachrichten über den Orkan besitzen, da die wenigen Beobachtungsstationen nicht gleichmässig vertheilt sind und an keiner derselben, München ausgenommen, auser den gewöhnlichen Beobachtungen besondere Bemerkungen, von welchen die Beobachtungsstunde angegeben ist, in dem Journale enthalten sind.

Die Convergenz der Stromlinien des Orkanes erinnert an die treffend bezeichneten Windbäume der Federwolken, welche wir mit Recht als Orkane der höchsten Regionen des Dunstkreises ansehen können, womit sowohl ihre Benennung, als die Erfahrung übereinstimmt, da sie in den meisten Fällen wirkliche Windboten sind.

Nachdem sowohl die Chronologie als die räumliche Ausbreitung des Orkanes vom 30. Juni sichergestellt ist, wird es erlaubt sein, jene Folgerungen aus den zusammengestellten Daten zu ziehen, welche eine interessante und praktische Seite haben. Dahin gehört vor Allem die Stromgeschwindigkeit auf den verschiedenen Strecken seines Laufes. Man braucht nur die Entfernung der Orte, welche durch dieselbe Stromlinie verbunden sind, zu kennen, nachdem sie auf letzterer selbst gemessen worden ist und dieselbe durch das Zeit-Intervall der Epochen, zu welchen an beiden Orten der Sturm ausbrach und nachdem

der Längenunterschied in Zeit abgezogen worden ist, zu dividiren, um sofort die gesuchte Stromgeschwindigkeit zu erhalten. Eine solche Verbindung der Orte durch dieselbe Stromlinie ist wegen Dürftigkeit der voliegenden Daten nur in dem Hauptstrome und in dem durch Ablenkung entstandenen Oststrome möglich, der von Admont nach St. Peter u. s. w. die Richtung nahm.

Geschwindigkeit des Orkanes.

Von	Bis	Entfernung in Meilen.	Zeit-Intervall.	Weg in einer Stunde. Meilen.
Kremsmünster . . .	Wien	22·6	2^h 1'	11·2
Linz	Wien	21·0	0 45	28·0?
Wien	Gran	23·8	3 36	6·6
Admont	St. Peter	22·2	1 33	14·3
St. Peter	Klagenfurt	8·8	0 27	19·6
Klagenfurt	Fünfkirchen	42·0	2 44	15·4

Verfolgt man den Zug des Orkanes in seinem Hauptstrome auf einer Landkarte, so wird man sich überzeugt halten, dass durch das Wienerwald-Gebirge, welches durch die steierischen Alpen in derselben Richtung von NO. nach SW. fortgesetzt wird, der sehr erkaltete und desshalb am Boden streichende Luftstrom nothwendig abgelenkt und gezwungen worden sein muss, die Richtung von NO. nach SW. einzuschlagen, sich mit dem vor dem Ausbruche des Orkanes geherrschten Oststrome zu vereinigen und hierdurch gleichfalls zum Orkane zu verstärken, den wir in Admont zwischen 1 bis 2^h Nachmittags zwischen O. und NO. schwankend aufgezeichnet finden. Die weitere Drehung dieses Luftstromes auf seinem Wege nach St. Peter, Klagenfurt und Fünfkirchen nach N., NW. und W. lässt sich mit der geänderten Zugrichtung der Gebirge recht gut in Einklang bringen.

Einen ähnlichen, die Richtung ablenkenden Einfluss scheint das böhmisch-mährische Grenz-Gebirge auf die Zweigströme genommen zu haben, welche vom nördlichen linken Ufer des Hauptstromes ausgingen, wie dies durch den stürmischen SW. in Senftenberg angedeutet wird.

Diesem Brechen des Orkanes durch vorstehende Gebirgszüge verdanken wir es ohne Zweifel, dass Wien, welches am Fusse des

Wienerwald-Gebirges und zwar an dessen Ostseite liegt, unter dem Winde lag, wie man zu sagen pflegt, und von seinen Verheerungen fast ganz verschont blieb, während das viel weiter östlicher gelegene, einer solchen Schutzwehr entbehrende Gran der ganzen Wucht des Orkanes Preis gegeben war, indem hier Bäume entwurzelt und Dächer abgedeckt worden sind.

Es erübriget noch über die Ursachen des Orkanes einige Betrachtungen anzustellen. Die Meteorologen sind darüber einig, dass die Winde im Allgemeinen als die Wirkung einer Störung im Gleichgewichte der Atmosphäre anzusehen sind. Eine Hauptquelle solcher Störungen sind wieder die Unterschiede der Temperatur in der Luft, welche zugleich durch ähnliche, aber dem Zeichen nach entgegengesetzte Differenzen im Luftdrucke repräsentirt sind. Doch ist hier nicht von solchen Differenzen die Rede, welche durch die geographische und physicalische Lage der Orte bedingt sind, und daher immerhin bestehen können, ohne eine Störung im Gleichgewichte der Atmosphäre zu veranlassen. Diese constanten Differenzen müssen eliminirt werden, wenn es sich um das Mass der Ursachen, z. B. der Tempratur, handelt, welche Störungen von bestimmter Wirkung, z. B. eine bestimmte Geschwindigkeit der Luftströmung hervorzubringen vermögen. Aus diesem Grunde wurden Druck und Temperatur der Luft an den verschiedenen Beobachtungsstationen nicht durch die absoluten Stände, nämlich die wirklichen, wenngleich corrigirten Ablesungen, sondern durch Differenzen gegen das Monatmittel der betreffenden Stunde dargestellt und mit + bezeichnet, wenn letzteres kleiner war als die Ablesung am 30. Juni, im Gegenfalle mit Minus.

Betrachtet man nun die aus der bereits mitgetheilten Tafel ersichtlichen und nach der geographischen Länge gereihten Unterschiede im Luftdrucke und der Temperatnr, so gelangt man bald zur Überzeugung, dass das Gleichgewicht in der Atmosphäre schon innerhalb des für derlei Untersuchungen gewöhnlich viel zu geringen Umfanges unseres Kaiserstaates in hohem Grade gestört war.

Diese Störung im Gleichgewichte ist durch die Zahlen des Luftdruckes nur wenig ausgeprägt, obgleich auch hier die Differenzen der verschiedenen Orte um 6^h Morg. bis auf 2^v86, um 2^h Ab. auf 4^v45 steigen und noch um 10^h Ab. 4^v49 betragen. Dies würde nach der gewöhnlichen Erfahrung Temperatur-Differenzen von 5° voraussetzen. Wir finden sie aber an den verschiedenen Orten viel bedeutender.

Um 6^h Morg. steigen sie nämlich bis auf 6°60, um 2^h Ab. sogar auf 14°10 und erreichen noch um 10^h Ab. 8°75. Die Ursache dieser Disharmonie ist darin zu suchen, dass der mit der Lufttemperatur zunehmende Dunstdruck den abnehmenden Luftdruck theilweise compensirt. Da aber die Differenzen im Luftdrucke nur als eine Folge der Temperatur-Unterschiede anzusehen sind, so will ich nicht länger dabei verweilen und es wird genügen, letztere für sich allein zu betrachten.

Es ist einleuchtend, dass wenn an einem Tage, wie am 30. Juni das Gleichgewicht in der Atmosphäre in so hohem Grade gestört ist, fast in jedem Momente eine andere Vertheilung der Temperatur stattfinden muss. Es wäre nun freilich am vortheilhaftesten, zu einer Untersuchung über die Vertheilung der Anomalien in der Lufttemperatur jenen Moment zu wählen, zu welchem die Störung und mit ihr der Orkan sein Maximum erreicht hat. Der Abgang stündlicher Beobachtungen fast von allen Stationen, welche im Bereiche des Orkanes liegen, macht aber eine jede solche Bestimmung sehr problematisch. Es erübriget also nur jene Stunde der regelmässigen Beobachtungen zu wählen, welche mit der Tageszeit, zu welcher der Orkan am stärksten war, am meisten übereinstimmt. Ich habe desshalb die Stunde 2^h Ab. gewählt und den Unterschied der Temperatur zu dieser Stunde am 30. Juni für alle Beobachtungsorte in die beiliegende Karte vom Kaiserthum Österreich eingetragen, welche zur besseren Übersicht ausser den Grenzen der einzelnen Kronländer nur die Ortsnamen der Beobachtungsstationen enthält.

Nennt man die Abweichung der Temperatur vom Monatmittel derselben Stunde Anomalie, und die Linien, welche aus der Verbindung der Orte entstehen, welche gleiche Werthe der Anomalie haben, Isoanomalien, und die Punkte, wo die Anomalie ihre grössten und kleinsten Werthe erreichte, ohne dass eine Verbindung mit anderen von gleichem Werthe nachgewiesen werden kann, je nach dem Zeichen Kälte- und Wärme-Pole, so ergibt sich die folgende wahrscheinliche Lage derselben am 30. Juni um 2^h Abends.

1. Die Anomalie von —7° bei Strakonitz im südwestlichen Böhmen und Aussee nahe an der nordöstlichen Grenze der Steiermark bezeichnet beide Orte als Kältepole.

2. Die Isoanomalie von —6° bildet einen Bogen, der, von Linz ausgehend, wahrscheinlich sich westlich von Kremsmünster fortsetzt,

westlich von Aussee vorbeizieht und südlich von Gastein an der Grenze von Kärnthen ihr Ende erreicht.

3. Die Isoanomalie von — 5° bildet einerseits westlich, anderseits östlich von jener von —6° einen concentrischen Bogen zu ihr. Der östliche geht etwas westlich von Burglengenfeld in Baiern aus, nimmt die Richtung nach Oberösterreich und biegt sich dann gegen Tirol, wo er längs der nördlichen Grenze bis Bregenz fortzieht; die starke Krümmung ist sehr wahrscheinlich dadurch entstanden, dass der kalte in der Tiefe streichende Luftstrom einerseits durch das Böhmerwald - Gebirge, andererseits durch die Tiroler - Alpen bei seinem Vordringen aufgehalten und verengt worden ist.

4. Die östlichen Isoanomalien von — 4°—3° und — 2° bilden immer grössere concentrische Bogen, welche, von Ober- und Niederösterreich ausgehend, immer tiefer in die Länder, durch welche sie den Zug nehmen, einschneiden, so dass jene von —2° bereits bis Weissbriach in Kärnthen reicht und südlich von Meran vorbeistreichend unterhalb Santa-Maria bereits die Lombardie durchschneidet.

Die östliche Isoanomalie von —4° ist sehr unregelmässig gekrümmt, und durchzieht in mehreren Windungen das westliche Böhmen und Baiern. Jene von —3° abwärts fällt schon grösstentheils aus den Bereich der Stationen, von welchen Beobachtungen vorliegen.

5. Die Isoanomalie von —1° nimmt aus dem nordöstlichen Böhmen den Zug durch Czaslau nach dem südwestlichen Böhmen, durch Niederösterreich, berührt die Grenzen Ungarns, geht mitten durch Steiermark längs der nördlichen Grenze Kärnthens nach Tirol und der Lombardie.

6. Etwas westlicher, und beziehungsweise südlicher davon, zieht die Linie, welche aus der Verbindung jener Punkte besteht, wo die Isoanomalie = 0 ist und die Temperatur daher normal war.

7. Die Curven der positiven Anomalien zeigen keine so regelmässige Krümmung wie jene der negativen und lassen sich daher in ihrem Laufe nicht so sicher verfolgen. Locale Gewitter an vielen Orten ihres Bereiches, wie man aus dem schon oben mitgetheilten Beobachtungs-Register entnehmen kann, brachten Störungen hervor und verhinderten eine gleichmässige Zunahme in der Richtung von Westen nach Osten. Doch findet nirgends in ihrem Bereiche ein Wechsel mit negativen Anomalien Statt. In Mähren und Schlesien, Galizien, Ungarn, Siebenbürgen, Croatien, Slavonien, der Militärgrenze,

Dalmatien, Krain, Istrien und dem grössten Theile des lombardisch-venetianischen Königreiches war die Lufttemperatur durchaus höher als das Monatmittel dieser Stunde.

8. Um Stanislau in Galizien und in der Gegend von Hermannstadt und Kronstadt in Siebenbürgen treffen wir Wärme-Pole mit + 7° Anomalie.

Aus der eben betrachteten Vertheilung der Lufttemperatur ergibt sich, dass der Orkan im Allgemeinen die Richtung von den Kälte-Polen in Strakonitz und Aussee, nach den Wärme-Polen in Stanislau und im südlichen Siebenbürgen hatte. Wahrscheinlich fand in bedeutender Höhe über dem Boden, wenigstens einige Zeit noch nach dem Ausbruche des Orkanes eine entgegengesetzte Luftströmung Statt, welche indessen später von dem immer mächtiger werdenden Strome in der Tiefe verdrängt worden ist. Eine Andeutung davon finden wir in der hohen Temperatur der Obir-Alpe in Kärnthen, wo die Anomalie in 1054 Toisen Seehöhe +6°6, also nahezu so viel betrug als an den Wärme-Polen im äussersten Osten von Österreich. Diese Annahme erhält auch dadurch die Bestätigung, dass an allen Orten, wo der Orkan eine bedeutende Stärke erreichte, vor Ausbruch desselben, wie ich bereits nachgewiesen habe, ein Ostwind herrschte. Wären die Beobachtungen über Form und Zug der Wolken bisher noch immer nicht gar so unvollständig, so liesse sich über diesen Punkt mehr Gewissheit erlangen.

Ähnliche Untersuchungen über die Verbreitung und Ursachen der Orkane, wozu durch das Beobachtungsnetz, welches über unseren Kaiserstaat gelegt ist, die schönste Gelegenheit geboten wird, werden lehren, ob und welche constanten Verhältnisse bei den so grossartig auftretenden Gewitterstürmen obwalten. Sollten sich solche constante Verhältnisse sicherstellen lassen und in dem Unterschiede des Druckes und der Temperatur der Luft benachbarter Gegenden, wie es kaum einem Zweifel unterliegt, die bleibende Ursache der Gewitterstürme erkannt werden, so ist einige Hoffnung vorhanden, dieselben mit Hülfe des Telegraphen vorauszubestimmen [1]). Nur dürften die Angaben natürlich nicht nach ihrem absoluten, sondern nur nach dem

[1]) Beispielsweise möge hier angeführt sein, dass schon am 8. Juli l. J. unter ähnlichen Verhältnissen wie am 30. Juni ein Orkan aus Westen hereinbrach, welcher einen ähnlichen Verlauf und Verbreitungsbezirk hatte.

Differenz-Werthe im Vergleiche zur normalen Grösse, einer solchen Vorausbestimmung zu Grunde gelegt werden. So kann z. B. die Lufttemperatur zweier benachbarter Luftsäulen beträchtlich verschieden sein, ohne dass das Gleichgewicht gestört ist und die Wiederherstellung desselben durch einen Sturm stattfindet. Es muss also von den Thermometer-Angaben ausgeschieden werden, was darin constant ist und von der geographischen und physicalischen Lage der Orte abhängt. Es muss mit einem Worte an jedem Orte die Anomalie der Temperatur auf eine ähnliche Weise bestimmt werden, wie dies bei vorliegender Arbeit geschehen ist. Das Gelingen einer solchen Vorausbestimmung wird eine von den vielen schönen Früchten sein, welche man von den fortgesetzten Arbeiten der k. k. Central-Anstalt für Meteorologie zu ernten mit einiger Zuversicht hoffen darf.

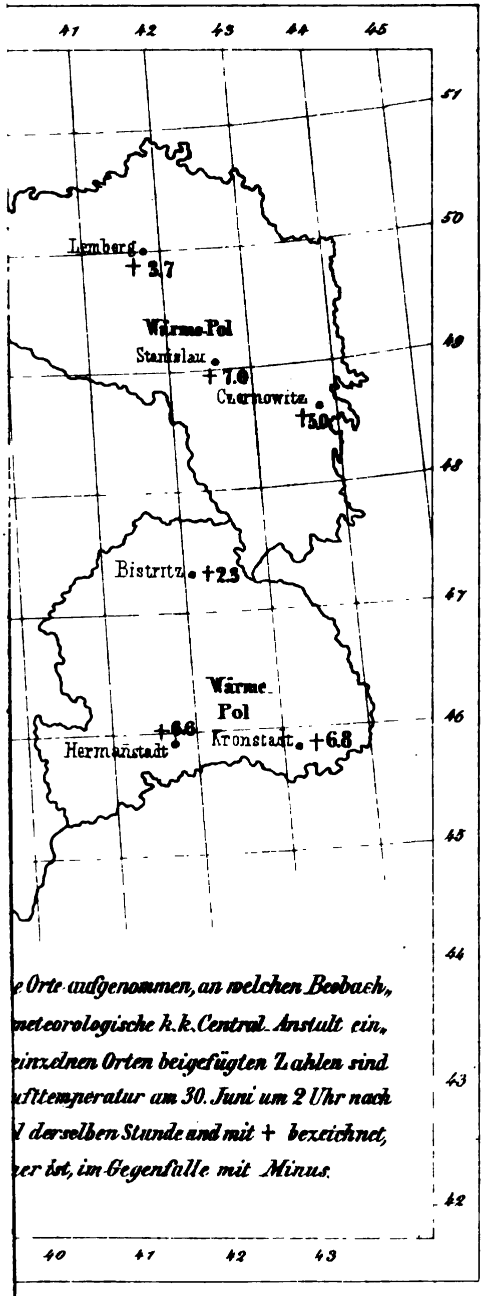
SITZUNG VOM 12. OCTOBER 1854.

Auszug aus einem Schreiben des Hrn. Dr. Karl Scherzer an den General-Secretär der kais. Akademie der Wissenschaften.

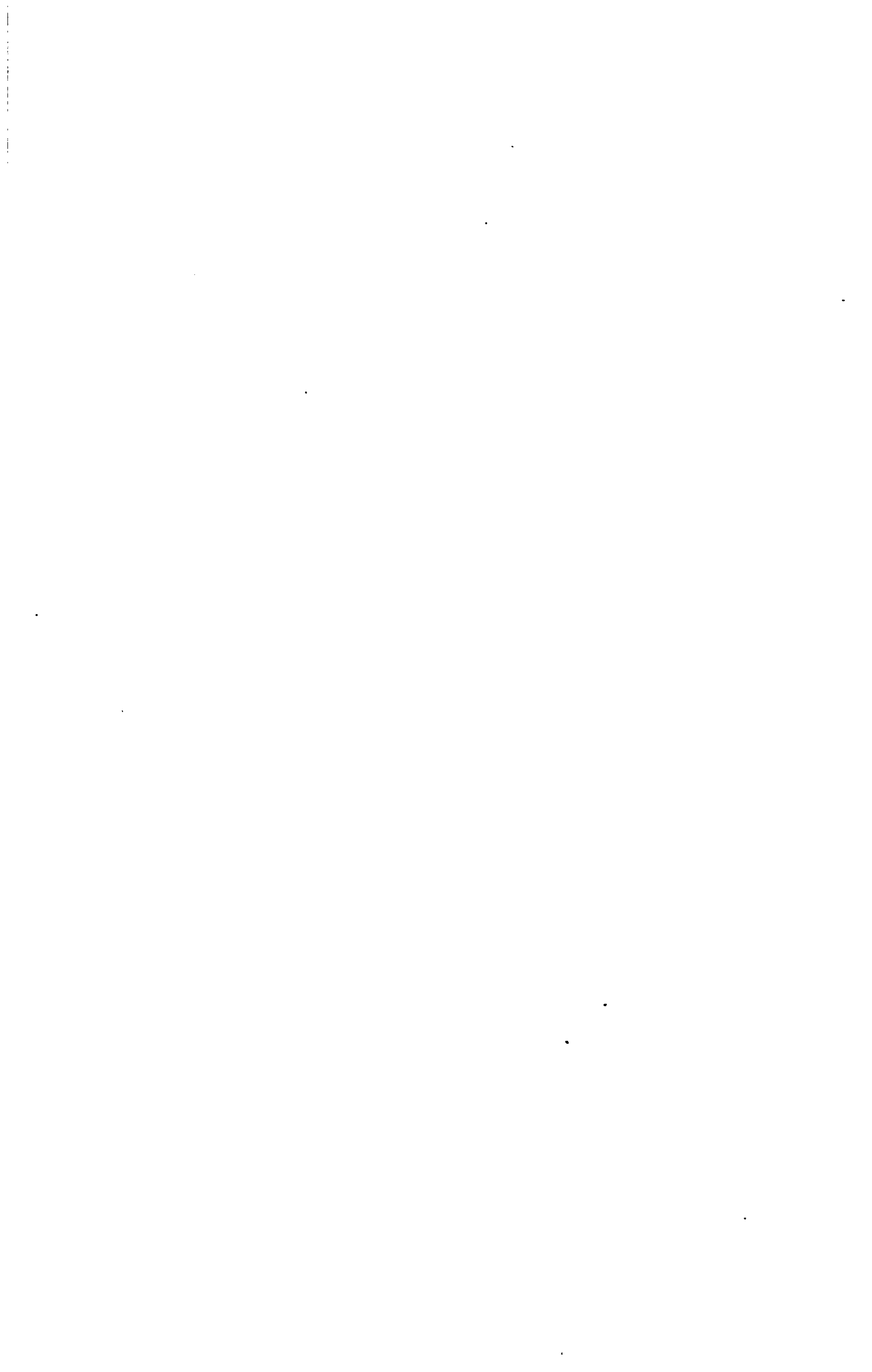
Guatemala, 1. Juli 1854.

. . . .

In Bezug auf meine Reise von Costa Rica bis hierher im äussersten Norden Central-America's, die ich durchgehends zu Land machte, bleibt mir nur zu bemerken übrig, dass ich auf meinen Excursionen durch Nicaragua, Honduras, San Salvador und der Westküste Guatemala's eine zahlreiche Sammlung interessanter Pflanzen, Reptilien, Gürtelthiere, Faulthiere und Früchte in Alkohol erbeutete, die ich ehestens an die kaiserl. Akademie als Geschenk überschicken werde. Unter den Sämereien scheint mir der Fruchtkern des Cedron-Baumes, einer Specie von Quassia, wegen seiner Heilkraft gegen Schlangenbisse und Fieber von Wichtigkeit, die ich selbst wiederholt zu erproben Gelegenheit fand. Einer meiner Diener, der im Walde von einem Skorpion ins Genick gestochen wurde, worauf eine zwei-



Aus d. k. k. Hof u. Staatsdruckerei.



stündige Zungenlähmung eintrat, wurde blos durch eine Dosis von nur 2 Gran dieses Cedron-Samens und einer Einreibung mit einer Auflösung desselben Samens in Alkohol nach wenigen Stunden wieder hergestellt. Unter den Indianern ist der Cedron sehr geschätzt und dient als präservatives Heilmittel. Er hat einen intensiven bittern Geschmack, der vielleicht sogar den der China übertrifft. In Cochran's Journal wurde zwar auf die Wichtigkeit des Cedron schon wiederholt aufmerksam gemacht, allein in der Heilwissenschaft behauptet derselbe noch immer keine Stelle. Ich fand den Cedron-Baum ausschliesslich an der Ostküste (zwischen Matina und Boca del Toro), niemals an der Westküste des pacifischen Oceans. Über andere Pflanzen und Baumrinden, die theils als Medicinen, theils in der Industrie als Farbestoffe Verwendung finden dürften, und in deren Besitz ich während meiner botanischen Ausflüge an der pacifischen Küste gelangt bin, in meinem nächsten Briefe. Ich bleibe bis Ende October in Gesellschaft Doctor Wagner's hier, und bearbeite das gesammelte Material für ein Reisewerk über Centro-America im Englischen. Sodann schiffe ich mich wohl in Belize nach Jamaica und der Insel Haiti ein, nachdem ich noch vorher den Ruinen von Petru im Nordosten Guatemala's einen Besuch gemacht.

Bringen Sie dem geehrten Vorstande und den werthen Mitgliedern der kaiserl. Akademie der Wissenschaften meiner theuern Vaterstadt, die mich durch ihr auszeichnendes Empfehlungsschreiben in meinem Streben so wesentlich unterstützte, meine herzlichsten Grüsse und meinen gefühltesten Dank, den ich gewiss nicht besser auszudrücken und zu beweisen im Stande bin, als indem ich mich eifrigst bemühe, die Wissenschaft durch die eifrigsten Studien und Forschungen auf dem Gebiete der Natur- und Völkerkunde zu bereichern.

Eingesendete Abhandlung.

Beiträge zur Naturgeschichte der Insecten.

Von **Ernst Heeger.**

(Mit V Tafeln.)

(Zwölfte Fortsetzung.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 22. Juni 1854.)

Baridius Lepidii Müller.

Man findet die Larven dieser Käferart beinahe das ganze Jahr, denn sie leben an den Wurzeln und am Stengelgrunde vielerlei Pflanzen, hauptsächlich aber an Kohlarten, an welchen sie gallenartige, erbsengrosse, oft in Menge zusammen verwachsene Auswüchse verursachen.

Nicht selten findet man auch mehrere Arten Larven dieser Gattung an einer Pflanze; am meisten *Baridius chloris* Fab. und *B. picinus* Germ., deren Larven sich sehr wenig von einander unterscheiden.

Aus denen in solchen Gallen überwinterten Larven kommen die Käfer im Mai zum Vorschein, leben als Käfer mehrere Monate, und die Weibchen legen auch ihre Eier einzeln in verschiedenen Zwischenräumen, indem sie mit dem Rüssel ein Loch in den Stengel oder in eine Wurzel bohren, sich dann umdrehen und ein Ei in diese Öffnung ablegen.

Nach 8 bis 14 Tagen nach Beschaffenheit der Jahreszeit und Witterung entwickeln sich die Larven aus den Eiern, sie häuten sich nicht und erreichen nach 4 bis 5 Wochen ihre vollkommene Grösse, verwandeln sich in der Höhlung der Galle zur Puppe, ohne sich ein besonderes Gehäuse zu verfertigen, und nach 12 bis 18 Tagen kommt dann der Käfer zum Vorschein.

Durch das längere Verweilen der Ablegung der Eier und die verhältnissmässig schnelle Entwickelung der verschiedenen Verwandlungs-Zustände geschieht es also, dass vom Mai bis August Eier, Larven, Puppen und Käfer zu finden sind; vom Ende August an aber kommt kein Käfer mehr zur Entwickelung, denn die bis dahin im Larvenstande lebenden überwintern als solche in den Gallen.

Sie verursachen in Küchengärten, wo sie oft in bedeutender Menge vorkommen, nicht selten bedeutenden Schaden, indem die mit mehreren solchen Larven besetzte Kohlpflanze sich zu keinem geschlossenen Kopf bildet und doch von dem Küchengärtner nicht bemerkt wird.

Beschreibung.

Die Eier sind weiss, häutig, etwas länglich-eiförmig, kaum 1/6''' lang und 2/3 so dick als lang.

Die Larven sind ebenfalls farblos, mikroskopisch fein und kurz behaart, der Kopf klein, die Abschnitte des Leibes wenig geschnürt, und vollkommen ausgewachsen werden sie bei 3''' lang, 1''' dick.

Der Kopf ist rund, braunhornig, kaum 1/4 so breit als der Leib, 1/3 so dick als breit und abwärts geneigt.

Die Fühler sind klein, nur eingliederig, halbkugelig, mit fünf kleinen Pusteln und einer kurzen Endborste, und sitzen in einer häutigen runden Vertiefung.

Augen, nur eines an jeder Seite, querlänglich, oval, unweit der Fühler nach unten, und wenig erhoben.

Die Oberlippe dünnhornig, bräunlich, halbkreisförmig, kaum 1/3 so breit als der Kopf, an jeder Seite mit drei einwärtsgebogenen, beweglichen, sehr kleinen Zähnen bewaffnet und in der Mitte des Vorderrandes mit kurzen Härchen bewimpert; gegen den Vorderrand auf der Oberfläche sind in zwei getrennten häutigen Haargrübchen zwei Borsten, der Hinterrand ist gerade abgeschnitten.

Die Oberkiefer sind gelbbraun, dickhornig, an der Spitze aber schwarzbraun, der rechte drei-, der linke aber an der Spitze nur zweizähnig, nochmal so lang als die Oberlippe, am Grunde so breit als lang und etwas ausgeschnitten; die Kaufläche ist gerade, aber etwas vorragend; der Rücken im Viertelzirkel gebogen.

Die Unterlippe auch gelbbraun, hornig, fast herzförmig, am wellenförmigen Vorderrande in der Mitte etwas eingeschnitten, hinter dem Vorderrande mit einer feinen erhabenen Querleiste versehen, fast so breit und nochmal so lang als die Oberlippe; an den Seiten des Vorderrandes stehen die eingliederigen, kegelförmigen Taster, welche kaum 1/6 so lang als die Lippe, und 2/3 so dick als lang sind.

Die Unterkiefer sind fast lederig, blassgelb, mit der Angel 1/6 länger als die Oberkiefer, 1/3 so breit als lang; die Angel rechtwinkelig dreieckig, beinahe halb so lang als der innere Lappen; der

Stiel fast so lang als die Unterlippe, ½ so breit als lang, etwas gewölbt; die äusseren Taster fast kegelförmig, zweigliederig, die Glieder gleichlang, zusammen so lang als der Stiel breit; der innere Lappen lederig, ⅓ länger und so breit als der Stiel ist, oben abgerundet, am oberen und inneren Rande mit geraden, beweglichen und ungleichlangen Zähnen bewaffnet und mit einigen Borsten bewimpert.

Die Puppen sind etwas kürzer und schmäler als die Larven, anfangs wachsweiss, verlängert-eiförmig, der Kopf an der Brust fest anliegend, die Flügeldecken reichen bis über den Vorderrand des sechsten Hinterleibs-Abschnittes; der Afterabschnitt, abgerundet und nackt, ist der kleinste Theil des Hinterleibes.

Erklärung der Abbildungen.

Tafel I.

Figur 1. Ein Ei.
„ 2. Eine Larve von der Seite.
„ 3. Eine Puppe von der Bauchseite.
„ 4. Der Kopf der Larve von oben.
„ 5. Derselbe von unten.
„ 6. Ein Auge.
„ 7. Ein Fühler.
„ 8. Die Oberlippe.
„ 9. Der linke } Oberkiefer.
„ 10. Der rechte }
„ 11. Die Unterlippe.
„ 12. Ein Unterkiefer.
„ 13. Ein Pflanzenrumpf mit Gallen.

Lebensgeschichte des Aphodius fœtens Fab.

Die Käfer erscheinen gewöhnlich in der Umgebung Wiens gegen Mitte April oder Anfangs Mai, schwärmen wie bekannt des Abends und Nachts oft in grosser Anzahl in der Luft, wo sie von Fledermäusen aller Arten verzehrt werden.

Mehrere Tage nach ihrer Entwickelung begatten sie sich und die befruchteten Weibchen legen ihre Eier in mit Dünger bedeckte Erde.

Zehn bis zwanzig Tage darnach kommen die Larven aus den Eiern, welche oft zwei bis drei Zoll tief in der Erde liegen, kriechen des Nachts in die Höhe, nähren sich von den genannten Excrementen, und gehen des Morgens wieder in die Erde zurück.

Sie häuten sich dreimal, erhalten im Sommer gewöhnlich nach vier bis fünf Wochen ihre vollkommene Grösse, wornach sie sich zur Verpuppung im Dünger oder unter selbem in der Erde eine ovale Höhle bereiten, in welcher die freiliegende Puppe erst nach vierzehn bis zwanzig Tagen zum vollkommenen Käfer reifet, der aber längere Zeit als die im Frühling erschienenen schwärmet, und von welchen die Eier im August nur in Düngerhaufen abgelegt werden, von welchen Eiern die Larven in verschiedenen Grössen überwintern.

Beschreibung.

Die Eier sind weiss, häutig, walzenförmig, $1/5'''$ lang, halb so dick.

Die Larven sind ebenfalls weisshäutig, mit zerstreuten feinen, nicht langen Härchen besetzt, walzenförmig, gekrümmt, die Leibes-Abschnitte wenig geschnürt, der Hinterleib grau, welche Farbe aber durch die genossene Nahrung in den Eingeweiden entsteht; denn wenn sie sich zur Verpuppung anschicken und keine Nahrung mehr zu sich nehmen, so werden sie wieder ganz weiss und kürzer.

Der Kopf der Larve ist lichtbraun, hornig, rund, etwas flachgedrückt; die Mundtheile stark vorragend, gelb und dünnhornig.

Augen fehlen?

Die Fühler sind verhältnissmässig lang zu nennen, $2/3$ so lang als der Kopf, fadenförmig, hinter den Oberkiefern eingefügt, sechsgliederig (Fig. 10).

Die Oberlippe $1/4$ so breit als der Kopf, $1/4$ kürzer als breit, querlänglich abgerundet, mit in der Mitte vorragendem Vorderrande, der mit kurzen Borsten bewimpert ist; auf der Oberfläche stehen in einer Querreihe vier Borsten in grossen Haargrübchen.

Die Oberkiefer sind dickhornig, nochmal so lang, am Grunde beinahe so breit als die Oberlippe, der linke unter der Spitze etwas vorragend und verdickt, am Grunde die Kaufläche sehr stark vortretend und bis gegen die Mitte verdickt, der rechte von der Spitze bis gegen die Mitte allmählich verdickt, an der Mitte der Kaufläche mit einem kleinen, und an der unteren Vorragung mit einem grösseren stumpfen Zahn bewaffnet.

Die Unterlippe abgerundet, querviereckig, $1/4$ schmäler, nur halb so lang als die Oberlippe, am Vorderrande etwas gebuchtet; die Taster sitzen an den Seiten des Vorderrandes, sind so lang als die Lippe, zweigliederig, kugelförmig, die Glieder gleichlang; das Kinn

ebenfalls braunhornig, abgerundet querlänglich, mehr als doppelt so lang und nur etwas breiter als die Oberlippe, und am Hinterrande gebuchtet.

Die Unterkiefer haben eine ganz eigenthümliche Bildung; sie sind mit der Angel dreimal so lang als die Oberkiefer (Fig. 6), das Tasterstück, $^1/_4$ länger und fast nochmal so breit als der Stiel, ist immer offen und ausgehöhlt, die innere Seitenkante kleinzähnig gesägt; die äusseren Taster sind viergliederig, schnurförmig, so lang als das Tasterstück, die Glieder beinahe gleichlang, keilförmig, das erste das kürzeste, das letzte gespitzt-kegelförmig und das längste; alle am Vorderrande mit einigen kurzen Borsten besetzt; der innere Taster (äussere Lappen) eingliederig, fast walzenförmig, oben stumpf, halb so lang als der Stiel, nicht halb so dick als lang, am oberen Rande mit vier dicken, geraden Borsten und einem gekrümmten, beweglichen Zahne bewaffnet, an der äusseren Längskante fein gesägt; der innere Lappen (das Kaustück) auch hornig, zahnförmig einwärts gebogen, so lang als der Stiel, $^1/_3$ so dick als lang, an der Spitze zweizähnig, am Grunde gebuchtet, am Innenrand nach aussen mit sieben geraden Dornen in einer Längsreihe bewaffnet.

Die Puppe, gewöhnlich $^1/_4$ kürzer aber merklich dicker als die Larve, ist anfangs wachsweiss; der Kopf an der Brust abwärts geneigt, die abgerundeten Flügelscheiden reichen bis an den Vorderrand des vierten Hinterleibs-Abschnittes, und die Vorderbeine sind an den Seiten des Brustkastens schräg aufgezogen; die Hinterleibs-Abschnitte gleichlang, nur der letzte verkürzt und abgerundet.

Erklärung der Abbildungen.

Tafel II.

Figur 1. Ein Ei.
„ 2. Eine Larve.
„ 3. Oberlippe.
„ 4. Linker } Oberkiefer.
„ 5. Rechter }
„ 6. Ein Unterkiefer von innen.
„ 7. Äusserer Lappen von aussen.
„ 8. Innerer Lappen von aussen.
„ 9. Unterlippe.
„ 10. Ein Fühler.
„ 11. Eine Puppe.
„ 12. Ein Stigma der Larve.
„ 13. Eine Fussklaue derselben.

Elater pomorum Geoffroi.

Anfangs Mai kommen die überwinterten Käfer zum Vorschein, begatten sich einige Tage nach ihrem Erscheinen, und erst sechs bis acht Tage darnach beginnt das befruchtete Weibchen die Eier zu drei und vier in rothen Moder der Eichen (*Quercus robur* und *Q. cerris*) abzulegen. Im Ganzen trägt ein Weibchen zwanzig bis fünf und zwanzig Eier.

Aus den Eiern entwickeln sich nach zehn bis vierzehn Tagen die Larven, diejenigen aber, welche im verwichenen Herbste gelegt wurden, reifen ebenfalls erst um diese Zeit im Frühlinge.

Die Larven wachsen ungewöhnlich langsam, häuten sich in ungleichen Zeiten viermal, und gewöhnlich nur bei feuchter Witterung; zwölf bis zwanzig Tage nach der vierten Häutung geht die Verwandlung zur Puppe vor sich, und nach eben solcher Zeit kommt aus dieser der Käfer zum Vorschein. Jene Käfer, welche erst Ende August oder noch später zur Entwickelung kommen, begatten sich nicht mehr, und gehen längstens gegen Ende September in den Winterschlaf unter Baumrinden alter Stöcke oder in die Höhlungen alter Bäume, wo sie sich in die Modererde vergraben.

Beschreibung.

Die Eier sind weiss, glatt, kugelförmig, $^1/_2$''' im Durchmesser.

Die Larven sind langgestreckt, fast walzenförmig, röthlichbraun, hornhäutig, mit vorgestrecktem flachgedrücktem Kopfe, sechs Beinen, und an der Unterseite des vorletzten Leibes-Abschnittes haben sie die vorragende Afteröffnung, welche ihnen als Nachschieber dient; die Leibes-Abschnitte sind nur durch eine lichtere feine Linie kenntlich, und von beinahe gleicher Länge; das letzte Segment (der After-Abschnitt) ist verkehrt-kegelförmig, und $^1/_3$ länger als die übrigen; sie werden gewöhnlich sechs bis sieben Linien lang, $^1/_8$ so dick als lang.

Der Kopf ist dunkel-rothbraun, hornig, fast viereckig, etwas schmäler als der Leib, beinahe so lang als breit.

Die Fühler sind dreigliederig, fast nochmal so lang als die Oberlippe; das erste Glied napfförmig, fast so lang als die beiden folgenden zusammen; das zweite zwei Drittel so lang als das erste aber merklich schmäler, walzenförmig; das dritte kegelförmig, $^1/_3$ so lang als das zweite und bedeutend schmäler als dieses; neben diesem steht

am Grunde nach aussen ein kurzer walzenförmiger Dorn, welcher mit drei kurzen Endborsten besetzt ist.

Die Augen, nur eines an jeder Seite, sind am Grunde der Oberkiefer eingefügt, wenig erhaben, oval, schwarz.

Die Oberlippe ist rothbraun, hornig, querviereckig, $1/_3$ so breit als der Kopf, an den Seiten und am Vorderrande ziemlich dicht und kurz behaart.

Die Oberkiefer dickhornig, schwarzbraun, mit abgestumpfter und einfacher Spitze; die nach innen fast schneidige Kaufläche ist unter der Mitte mit einem abgerundeten doch schneidigen Zahne bewaffnet, und unter diesem mit kurzen filzigen Härchen besäumt.

Die Unterkiefer sind rothbraun, dünnhornig, fast nochmal so lang als die Oberkiefer, nicht $1/_4$ so breit als lang; die Angel fast dreieckig, $1/_4$ so lang als das Tasterstück, so breit als lang; das Tasterstück $1/_4$ länger als die Oberkiefer, kaum $1/_3$ so breit als lang, etwas gewölbt, am Innenrande mit ziemlich langen krausen Haaren dicht besetzt, die äusseren Taster sind viergliederig, fadenförmig, halb so lang als das Tasterstück, die Glieder fast gleich lang, das letzte halb so dick als die andern, walzenförmig, am Ende abgerundet; die inneren Taster sind zweigliederig, kaum $1/_3$ so lang als die äusseren, beide Glieder fast gleich lang, das zweite beinahe dem letzten der äusseren Taster gleich.

Die Unterlippe hornig, fast querlänglich-viereckig, am Vorderrande so breit als die Oberlippe, abgerundet, in der Mitte ausgerandet, am Hinterrande $1/_3$ schmäler als vorne, in der Mitte mit einer spitzen Vorragung; die Lippe ist $1/_4$ kürzer als der Hinterrand; der ganze Vorderrand hat noch eine häutige Verlängerung, an welcher an den Seiten die zweigliederigen, den inneren Tastern der Unterkiefer fast gleichen Taster stehen.

Die Beine zeichnen sich durch ihre Form ganz besonders aus, sie sind hornig, dreigliederig und mit einer einfachen Klaue versehen, fast nochmal so lang als die Unterkiefer; das erste Glied (der Schenkel?) etwas länger als die beiden anderen zusammen, fast oval, der innere und Vorderrand mit kurzen walzenförmigen und beweglichen Dornen umsäumt, und auch die äussere Fläche mit ähnlichen aber bedeutend kleineren Dornen besetzt; das zweite Glied (die Schiene?) herzförmig, etwas mehr als halb so lang als das erste, ist am unteren Rande mit sechs Dornen bewaffnet; zwischen dem ersten

und zweiten Gliede ist nach unten ein kleines dreieckiges Stück mit fünf solchen, ungleich grossen Dornen eingesetzt; das dritte Glied (der Fuss?) kürzer und schmäler als das zweite, fast eiförmige, am unteren Rande mit vier walzenförmigen Dornen und am Vorderrande mit drei langen Borsten besetzt.

Erklärung der Abbildungen.

Tafel III.

Figur 1. Ein Ei.
„ 2. Eine Larve von oben.
„ 3. Der Kopf der Larve, noch mehr vergrössert.
„ 4. Ein Auge.
„ 5. Ein Fühler.
„ 6. Die Oberlippe.
„ 7. Ein Oberkiefer.
„ 8. Die Unterlippe.
„ 9. Ein Unterkiefer.
„ 10. Ein Stigmen-Deckel.
„ 11. Ein Vorderfuss.
„ 12. Eine Puppe.

Amphimallus Latr. Melolontha Lin. Aprilinus Duftsch. Assimilis Hrbst.

In verschiedenen kleinen ökonomischen Schriften wurde schon mehrmals ihrer oft sehr bedeutenden Schädlichkeit wegen Erwähnung gethan, jedoch noch in keinem Werke die erforschte Lebensgeschichte und die Beschreibung der verschiedenen Verwandlungszustände dieser Käfer und ihrer Larven veröffentlicht; ich bemühte mich daher mehrere Jahre solche auf verschiedenen Wiesengründen und auch im Garten in, durch 15 Zoll lange 10 Zoll Durchmesser haltende dicke Glascylinder eingefangene Räume, in grosser Anzahl und zu allen Jahreszeiten zu beobachten.

Die den Wiesengründen so schädlichen Käfer und Larven entstehen am häufigsten auf trockenen Wald- und anderen älteren Wiesen, indem sie von den Wurzeln verschiedener Grasarten leben, hauptsächlich nach der dritten Häutung sehr gefrässig sind, und so besonders in trockenen Jahren der Heuernte beträchtlichen Schaden verursachen.

Der Käfer kommt oft schon anfangs April oder mit Ende März zum Vorschein, seine ordentliche Zeit ist aber im halben bis Ende

April, wo sie Abends um Sonnenuntergang oft in Unzahl ein bis zwei Schuh ober der Erde schwärmen und sich begatten.

Vier bis fünf Tage nach der Befruchtung beginnt das Weibchen die Eier in die Erde einzeln zu legen, indem es sich zwischen dem Grase einen Zoll tief eingräbt, ein Ei am Boden dieser Grube hinterlegt und selbe zuscharrt, so mehrere Tage fortfährt, dreissig bis vierzig Eier legt und gewöhnlich in der letzten Grube vor Schwäche verendet.

Einige Wochen darnach (gegen Ende Juni) entwickeln sich die Larven und graben sich nach und nach bis zwei Zoll tief unter die Erde, wo sie sich von den feinsten Wurzeln der Gräser nähren; nach der ersten Häutung, welche gewöhnlich im halben Juli vor sich geht, graben sie sich noch tiefer, um sich mehr vor Hitze zu schützen und von stärkeren Wurzeln zu erhalten; gegen Mitte August erfolgt die zweite Häutung, während welcher Periode ihre Gefrässigkeit zunimmt und auch ihr Schaden durch Abwelken der Pflanzen sehr bemerkbar wird.

Anfangs März des nächsten Frühlings erwachen sie wieder, häuten sich zum drittenmal, gehen dann in die Höhe bis in die Wurzelgegend, nähren sich da durch acht bis zehn Tage, häuten sich das viertemal, indem sie sich zur Puppe verwandeln, woraus der Käfer nach zwölf bis vierzehn Tagen zum Vorschein kommt.

Haben aber um die Zeit der Verpuppung starke Nachtfröste Statt, so gehen sowohl die zur Verpuppung reifen Larven als auch die wirklichen Puppen zu Grunde.

Beschreibung.

Die Eier sind weisslichgelb, dickhäutig, förmlich kugelrund, $^{3}/_{4}'''$ im Durchmesser gross.

Die Larven schmutzigweiss, der Kopf fast linsenförmig, dickhornig, lichtbraun, die Vorderbeine lang, gelbbraun, dünnhornig, die Leibes-Abschnitte sind über dem Rücken durch Quereinschnitte in drei fast gleiche Theile geschieden und mit sehr kurzen feinen Borsten ziemlich dicht besetzt; acht Hinterleibs-Abschnitte sind an den Seiten mit runden hornigen Stigmaten versehen, welche aber am letzten Abschnitte fehlen.

Die Oberlippe ist hornig, lichtbraun, verkehrt-herzförmig; $^{1}/_{3}$ so breit als der Kopf, fast so lang als breit; der Vorderrand und die

Oberfläche dicht mit kurzen Härchen besetzt, der gerade Hinterrand mit dem Kopfschilde verwachsen.

Die Oberkiefer sind am Grunde so breit als die Oberlippe, nochmal so lang als breit, wenig einwärts gebogen, am Ende schneidig abgestutzt; die Kaufläche nach unten verdickt, nach innen flach und glatt, am Grunde derselben ist ebenfalls nach innen eine schwarzhornige Verdickung, welche durch zwei scharfe Querfurchen drei schneidige Riffe hat; die Seiten des Rückengrundes sind verlängert abgerundet.

Die Unterlippe ist der Oberlippe an Grösse und Form sehr ähnlich, doch ist der Vorderrand merklich stumpfer, abgerundet; die Taster an den Seiten des Vorderrandes sind fadenförmig, zweigliederig (Fig. 5), das Kinn ist gelbbraun, hornig, quer-viereckig abgerundet, fast $1/_2$ breiter als die Lippen, $1/_3$ so lang als breit, über beide Diagonalen seicht gefurcht.

Die Unterkiefer, ebenfalls gelbbraun, dünnhornig, sind unverhältnissmässig gross, dreimal so lang als die Lippen (Fig. 6); die Taster sind fadenförmig, viergliederig, $1/_2$ länger als das Tasterstück; die Glieder fast gleich lang und dick.

Die Fühler sind fünfgliederig, fadenförmig, beinahe nochmal so lang als die Oberkiefer (Fig. 7).

Augen fand ich keine.

Die Puppen sind eiförmig, die männlichen nach hinten etwas mehr verschmälert als die weiblichen, $1/_3$ kürzer als die Larven, halb so dick als lang, die Flügelscheiden reichen an der Bauchseite bis an den Vorderrand des vierten Hinterleibs-Abschnittes; die Beine haben eine gewöhnliche Lage; der Rücken, etwas mehr als die Bauchseite gewölbt, hat drei Längsreihen von sechs blassbraunen, querviereckigen Punkten, eine in der Mitte und eine an jeder Seite; der letzte Abschnitt hat zwei genäherte, kurze, abgerundete Fleischzapfen bei beiden Geschlechtern.

Erklärung der Abbildungen.

Tafel IV.

Figur 1. Ein Ei.
„ 2. Eine Larve von der Seite.
„ 3. Die Oberlippe derselben.
„ 4. Ein Oberkiefer von der Oberseite.
„ 4* Ein Oberkiefer von der Unterseite.

Figur 5. Die Unterlippe.
„ 6. Ein Unterkiefer.
„ 7. Ein Fühler.
„ 8. Eine Puppe.

Donacia Menyanthidis Fab.

In Germar's neueren Schriften der naturforschenden Gesellschaft in Halle, 1810, Th. I, wird wohl über des Käfers Eigenheiten und das Puppengehäuse (Cocon) geschrieben, aber sonst nichts von dessen Lebensgeschichte erwähnt.

Auch in den *Annal. de la soc. entom. de France*, 2. *sér. t. IV*, 1848, ist die Lebensgeschichte und Beschreibung der Larve von *Donacia sagittaria Fab.*, aber nichts abgebildet erschienen.

Mir wurde die Gelegenheit zur vollständigen gänzlichen Beobachtung der Lebensgeschichte der *Don. Menyanthidis* durch die gütige Mittheilung des Aufenthaltsortes von dem eifrigen Forscher Herrn V. Kollar, dermaligen Director des k. k. Hof-Naturalien-Cabinetes und wirklichen Mitgliede dieser hochansehnlichen kais. Akademie, schon im Herbste 1828 gegeben, welcher die Larven dieses Käfers im Prater nächst Wien in einem kleinen Arme der Donau entdeckte.

Ich habe durch mehrere Jahre die Lebensgeschichte dieses Insectes sowohl zu Hause als auch vergleichungsweise im Freien beobachtet, und wurde daher in den Stand gesetzt, folgende Ergebnisse bekannt zu machen.

Lebensgeschichte.

Die Käfer kommen gewöhnlich im October bei Tage aus dem Wasser zum Vorschein, begatten sich nach einigen Tagen bei Windstille; die gegen Ende dieses Monats, oder gar erst im November sich entwickelnden Käfer begatten sich erst im kommenden Frühling, nachdem sie den Winter im Wasser unter faulen Pflanzenbestandtheilen zugebracht haben, und kommen gewöhnlich im Mai wieder zum Vorschein.

Die befruchteten Weibchen gehen nach sechs bis acht Tagen wieder unter Wasser, und legen bei Tage ihre Eier einzeln an die dicken Wurzeln (Auslaufer) der Nahrungspflanze (*Alisma plantago*).

Ein Weibchen trägt grösstentheils 40 — 50 Eier, selten mehr, und legt solche in vierzehn bis achtzehn Tagen ab, aus welchen nach zehn bis zwanzig Tagen die Larven zum Vorschein kommen; diese nähren sich anfangs von den zarten Haarwurzeln der genannten Pflanze, später von den stärkeren, und nach der dritten Häutung von der äusseren Haut der dicken Auslaufer-Wurzeln.

Sie häuten sich in sehr ungleichen Zeiträumen und brauchen zur vollkommenen Ausbildung fünf bis sechs Wochen; nach zehn bis vierzehn Tagen bei kühler Witterung, auch noch später, verfertigen sie sich an den Auslaufer-Wurzeln der Nahrungspflanze ein fast walzenförmiges, schwarz-violettes, glänzendes und pergamentartiges Gehäuse (Cocon), aus welchem sie, wie *Hämonia equiseti* das Wasser gänzlich zu entfernen verstehen.

Nach zwanzig bis fünf und zwanzig Tagen, gewöhnlich gegen Ende September oder anfangs October, erscheint, wie schon oben erwähnt wurde, der Käfer, indem er am oberen Ende von innen einen förmlichen Deckel rund abnagt, sich einige Zeit nach seinem Ausbrechen am Stamme im Wasser festhält, und dann sich vom Wasser in die Höhe tragen lässt.

Beschreibung.

Die Eier sind weiss, häutig, walzenförmig, glatt, $^1/_4$''' lang, halb so dick, an beiden Enden abgerundet.

Die Larven, fast walzenförmig, an der Bauchseite der Länge nach gehohlkehlt, blass-grünlichgrau, dünn und sehr kurz behaart, haben einen sehr kleinen einziehbaren runden Kopf, sechs Vorderbeine, am vorletzten Abschnitte zwei braune, hornige, auswärtsgebogene und am Grunde genäherte lange Dornen, welche nach vorne an der Bauchseite im Ruhestand anliegen, beim Kriechen aber als Nachschieber dienen; die Leibes-Abschnitte sind wenig geschnürt, und die ersten sieben Hinterleibs-Abschnitte an den Seiten mit sehr kleinen, runden, rothbraunhornigen Stigmen versehen. Sie erreichen eine Länge von 5 — 6 Linien, und eine Dicke von 1 $^1/_2$ Linie.

Der Kopf ist rund, farblos, hornig, kaum $^1/_4$ so breit als der Mittelbrust-Abschnitt.

Die Oberlippe querlänglich, abgerundet viereckig, am Vorderrande etwas eingebuchtet, und mit einigen Borsten bewimpert; $^1/_2$ so breit als der Kopf, halb so lang als breit.

Die Oberkiefer sind dickhornig, braun, etwas länger als die Oberlippe breit, mit einfacher Spitze, die Kaufläche ausgebogen, oben mit zwei abgerundeten, aber schneidigen Zähnen, und am Grunde mit kurzen feinen Haaren versehen.

Die Unterkiefer sind dünnhornig, gelblich; die Angel keulförmig, fast so lang als das Tasterstück; das Tasterstück walzenförmig, $1/3$ so dick als lang; die äusseren Taster zweigliederig, das erste Glied ringförmig, fast so breit als das Tasterstück, kaum halb so lang als breit; das zweite fast kugelförmig, $1/4$ länger als das erste, nicht halb so dick als lang; der innere Taster (äussere Lappen), zweigliederig, sitzt auf einem walzenförmigen Stücke; die Glieder sind gleich lang; das erste beinahe kugelig; das zweite walzenförmig, halb so dick als das erste; der innere Lappen lederartig, so lang als der äussere mit dem Stiel, halb so breit als lang, oben abgerundet, am vorderen Innenrande mit einigen Borsten bewimpert.

Die Unterlippe lichtbraun, dünnhornig, kaum halb so breit als die Oberlippe, so lang als breit, der Vorderrand halbkreisförmig, der Hinterrand gerade abgeschnitten; an den Seiten des Hinterrandes sitzen die sehr kleinen zweigliederigen Taster; das erste Glied ist ringförmig; das zweite fast kugelförmig, nur halb so gross als das erste und mit einer langen Endborste versehen.

Das Kinn ebenfalls dünnhornig, etwas gewölbt, breiter als die Unterlippe, nochmal so lang als breit, am Vorderrande leicht zweimal gebuchtet, hinten abgerundet.

Die Fühler sind dreigliederig, so lang als die Unterlippe, die Glieder gleich lang; das erste ringförmig, halb so breit als die Unterlippe, halb so lang als breit; das zweite halb so breit als das erste; das dritte walzenförmig und nur halb so dick als das zweite, auf demselben sitzt noch ein kleiner walzenförmiger Dorn, und am Grunde desselben nach aussen eine lange Endborste.

Augen konnte ich ungeachtet starker Vergrösserung und Zertheilung des Kopfes keine auffinden.

Die Afterdornen am vorletzten Leibes-Abschnitte sind rothbraun, hornig, ziemlich flach nach aussen gekrümmt, und dienen der Larve statt der Hinterbeine, um sich an den feinen Haarwurzeln festhalten zu können, indem sie diese zangenartig über einander legt.

Die Puppe ist wenig dicker und kürzer als die Larve und grünlichweiss, die beiden ersteren Beinenpaare an den Seiten fast in die

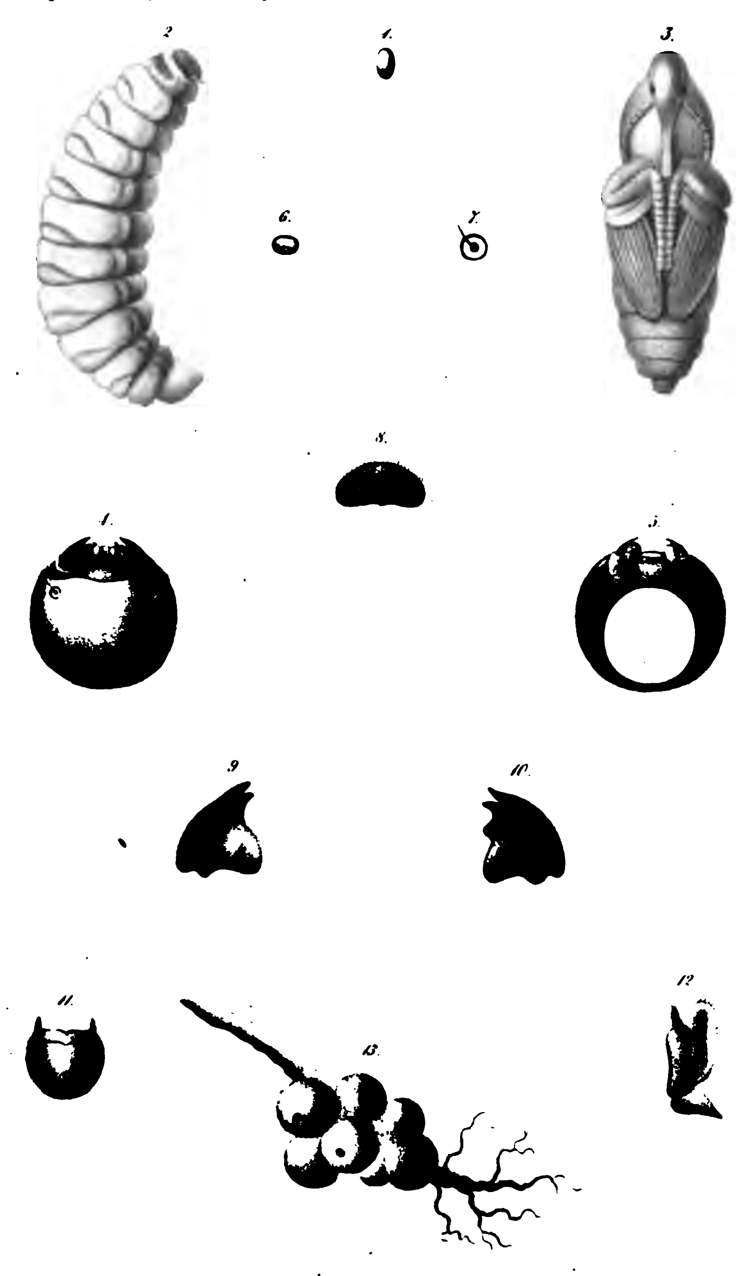


Fig. 1-13. Baridius Schönh. Lepidii Müll.

Aus d. k. k. Hof-u. Staatsdruckerei



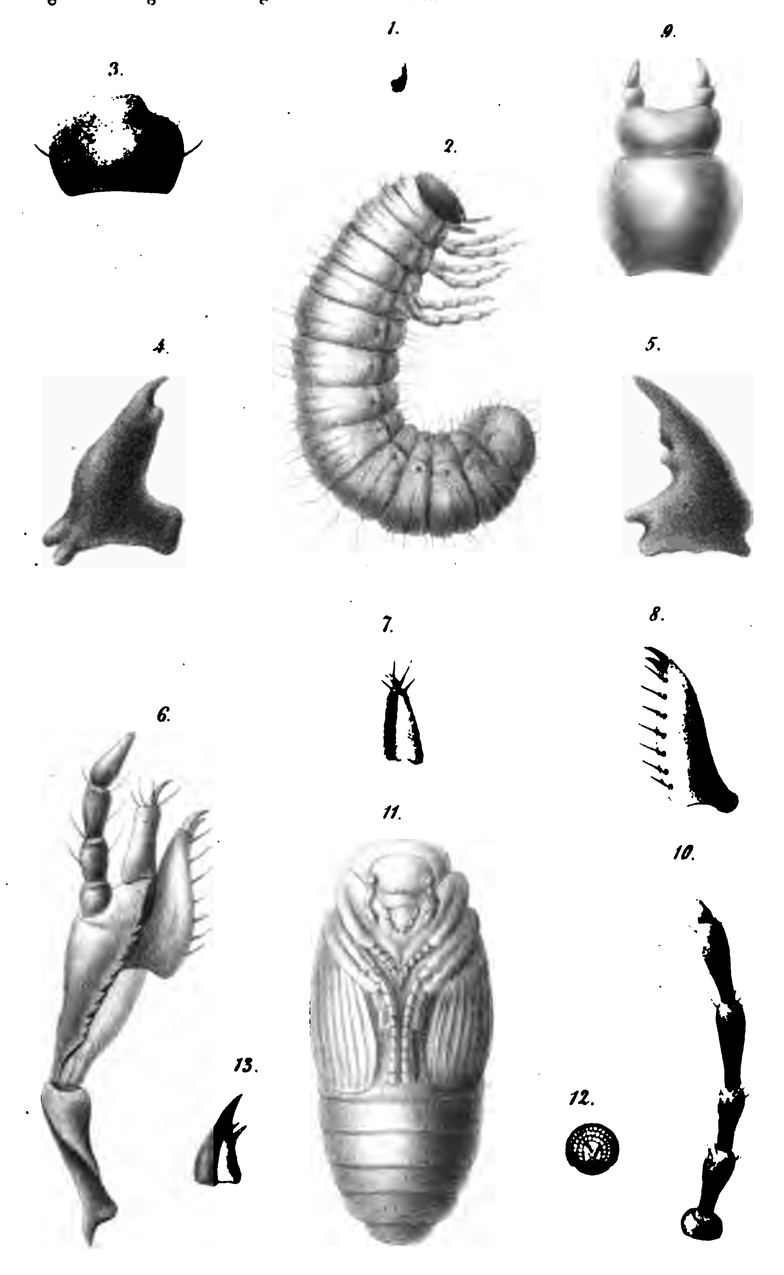
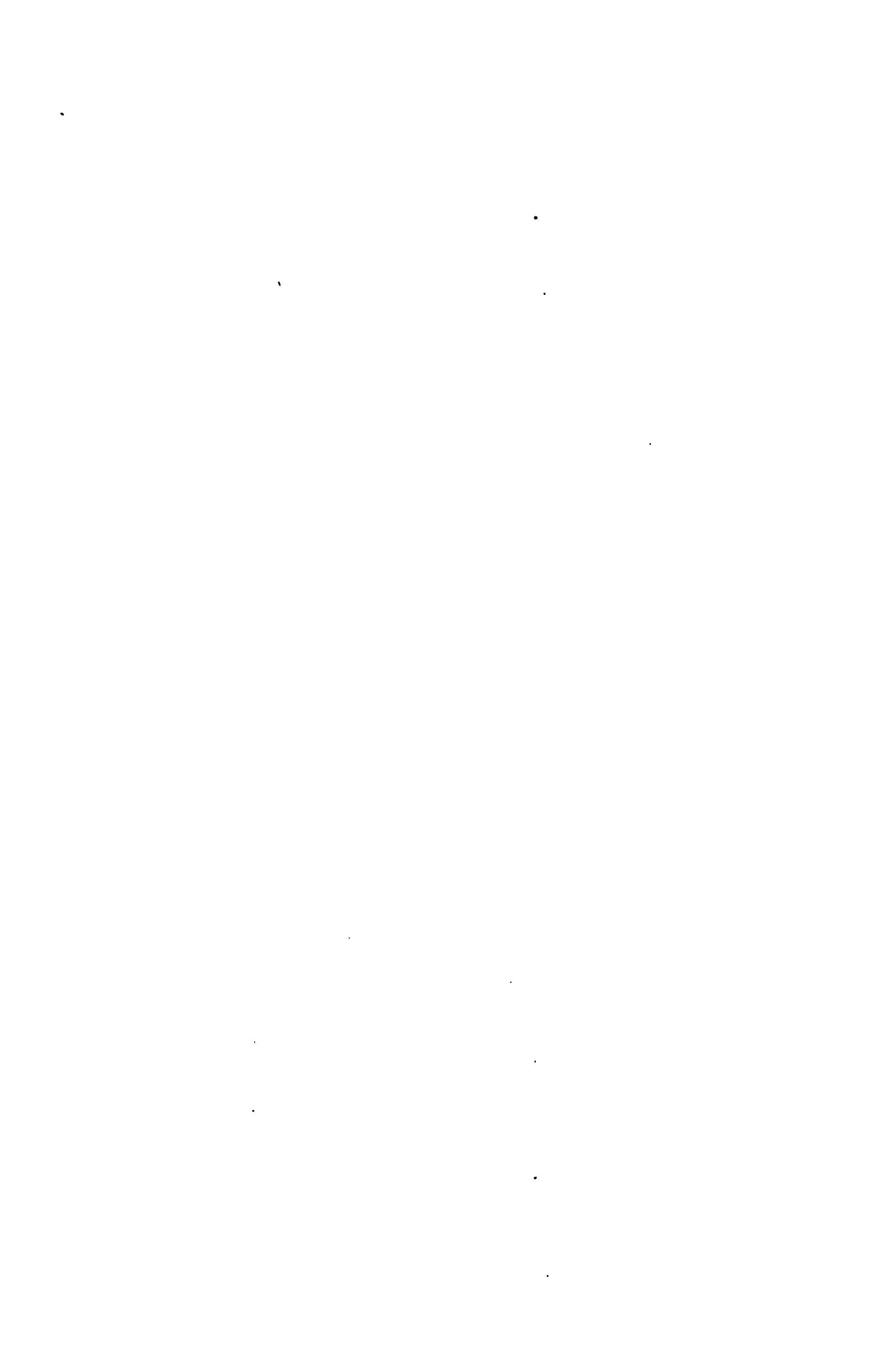


Fig. 1-13 Aphodius fötens.

Aus d. k. k. Hof-u. Staatsdruckerei.



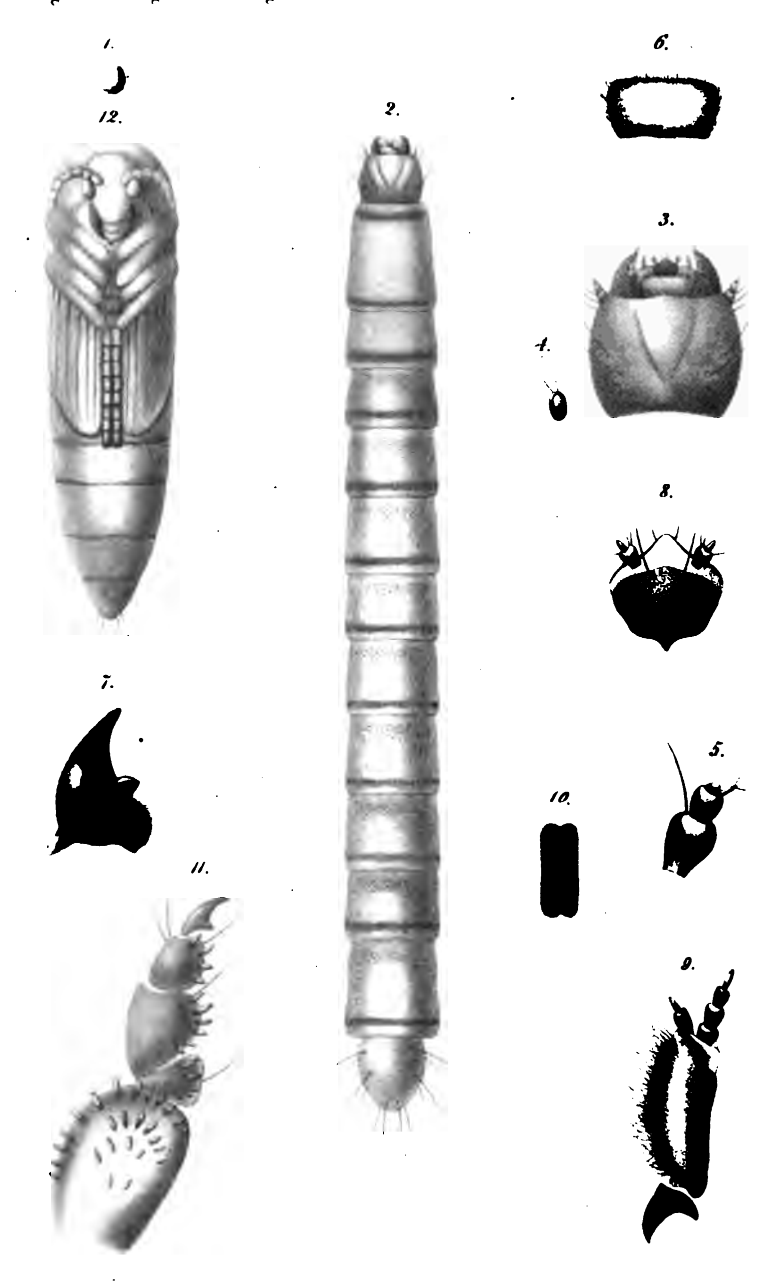


Fig. 1-12. Elater pomorum Geof.

Aus d. k.k. Hof u. Staatsdruckerei

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. math. naturw. Cl. XIV Bd. 1 Heft. 1854.



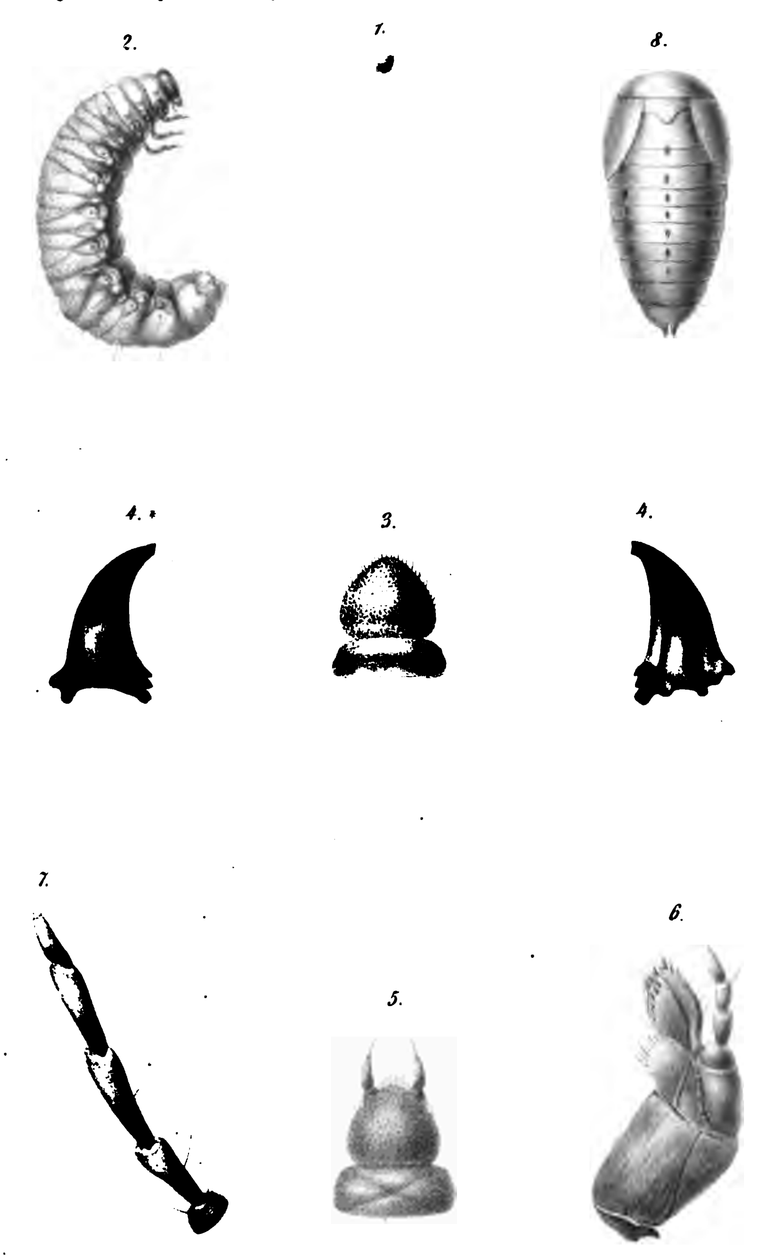


Fig. 1-8. Amphimallus Lat: aprilinus Dft.

Aus d. k. k. Hof-u. Staatsdruckerei



Fig. 1-10. Donacia Menyanthidis Fab.

Aus d. k.k. Hof-u. Staatsdruckerei.



Quere aufgezogen, die Fussglieder abwärts hängend, das dritte Paar liegt unter den Flügeldecken-Scheiden, welche nur bis an den Vorderrand des vierten Leibes-Abschnittes reichen.

Die Puppengehäuse (Cocons) sind fast walzenförmig, an beiden Enden abgerundet, von einer pergamentartigen Masse verfertigt, welche innen perlweiss, aussen aber sehr dunkelviolett und glänzend ist.

Erklärung der Abbildungen.

Tafel V.

Figur 1. Ein Ei.
„ 2 *a*. Eine Larve in natürlicher Grösse.
„ 2 *b*. Eine Larve vergrössert, von der Bauchseite.
„ 3. Die Oberlippe.
„ 4. Ein Oberkiefer.
„ 5. Die Unterlippe mit dem Kinn.
„ 6. Ein Unterkiefer.
„ 7. Ein Fühler.
„ 8 *a*. Ein Afterdorn von der Seite.
„ 8 *b*. Derselbe vom Rücken anzusehen.
„ 9. Puppengehäuse (Cocons) in natürlicher Grösse.
„ 10. Eine Puppe, vergrössert.

Vorträge.

Über die Kriterien des Grössten und Kleinsten bei den Problemen der Variationsrechnung.

Von **Simon Spitzer,**
Privat-Docent der Mathematik am k. k. polytechnischen Institute zu Wien.

(Fortsetzung der Abhandlung aus dem XII. Bande, S. 1014.)

In dem ersten Memoire, welches ich die Ehre hatte, der hohen Akademie der Wissenschaften vorzulegen, habe ich die Kennzeichen angegeben, welche

$$U = \int_{x_1}^{x_2} V dx$$

zu einem Maximum oder Minimum machen, unter V eine Function verstanden, entweder von x, y, y' oder von x, y, y', y'' oder endlich von x, y, y', y'', y'''.

In jedem dieser drei speciellen Fälle hängen die Kriterien wesentlich von der Form der Function V ab, ich will daher, bevor

ich andere Probleme der Variationsrechnung in Betracht ziehe, einige Untersuchungen bezüglich des Einflusses, den die Form der Function V auf die Kriterien des Grössten und Kleinsten hat, mittheilen.

§. 14.

Es sei

$$V = \varphi(x, y, y').$$

Unsere Analyse führte uns hier zur Betrachtung der beiden speciellen Fälle

1.) wenn $\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} = 0$, und

2.) wenn $\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} = 0$ und nebstdem noch $\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}\right)' - \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$ ist.

Der erstere Fall tritt ein, so oft V von der Form ist:

$$V = f_1(x, y) + y' f_2(x, y)$$

unter f_1 und f_2 willkürliche Functionen verstanden; was aber die Form der Function V im zweiten Falle betrifft, so werden wir, um dieselbe zu finden, uns der Methode der unbestimmten Coëfficienten bedienen, und setzen:

$$f_1(x, y) = A_0 + A_1 y + A_2 y^2 + A_3 y^3 + A_4 y^4 + \ldots$$
$$f_2(x, y) = B_0 + B_1 y + B_2 y^2 + B_3 y^3 + B_4 y^4 + \ldots$$

somit

$$V = (A_0 + A_1 y + A_2 y^2 + A_3 y^3 + A_4 y^4 + \ldots) + \\ + y'(B_0 + B_1 y + B_2 y^2 + B_3 y^3 + B_4 y^4 + \ldots)$$

unter $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4 \ldots B_0, B_1, B_2, B_3, B_4 \ldots$ Functionen von x verstanden. Man hat alsdann

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = (1.2\, A_2 + 2.3\, A_3\, y + 3.4\, A_4\, y^2 + \ldots) + \\ + y'(1.2\, B_2 + 2.3\, B_3\, y + 3.4\, B_4\, y^2 + \ldots)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y'} = B_1 + 2\, B_2\, y + 3\, B_3\, y^2 + 4 B_4\, y^3 + \ldots$$

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y'}\right)' = (B'_1 + 2B'_2\, y + 3B'_3\, y^2 + 4B'_4\, y^3 + \ldots) + \\ + y'(1.2\, B_2 + 2.3\, B_3\, y + 3.4\, B_4\, y^2 + \ldots)$$

und da

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y'}\right)' \qquad (65)$$

sein soll, so muss

$$\begin{aligned} 2\,A_2 &= B_1' \\ 3\,A_3 &= B_2' \\ 4\,A_4 &= B_3' \\ &\cdots\cdots\cdots \end{aligned}$$

sein; es ist somit

$$V = \left(A_0 + A_1\, y + \frac{B_1'}{2}\, y^2 + \frac{B_2'}{3}\, y^3 + \frac{B_3'}{4}\, y^4 + \ldots\right) + \\ + y'\left(B_0 + B_1\, y + B_2\, y^2 + B_3\, y^3 + B_4\, y^4 + \ldots\right)$$

oder

$$V = A_0 + A_1\, y + B_0\, y' + \left[\frac{B_1}{2}\, y^2 + \frac{B_2}{3}\, y^3 + \frac{B_3}{4}\, y^4 + \ldots\right]'.$$

Wir schliessen hieraus auf folgende Form von V

$$V = \varphi\,(x) + y\,\varphi_1\,(x) + y'\,\varphi_2\,(x) + [\psi\,(x, y)]',$$

für die man auch, unter Beibehaltung derselben Allgemeinheit setzen kann

$$V = y\,F_1\,(x) + [F_2\,(x, y)]'$$

unter φ, φ_1, φ_2, ψ sowohl, als auch unter F_1 und F_2 willkürliche Functionen verstanden [1]).

Anmerkung. Wir haben uns hier, der so oft verschmähten Methode der unbestimmten Coëfficienten bedient; das Resultat, das wir gefunden, ist aber dennoch von allen Mängeln frei, die der genannten Methode anhaften, so ist z. B. nicht nothwendig $[F_2\,(x, y)]'$ in eine Reihe nach aufsteigenden Potenzen von y entwickelbar; denn der eben gefundene Werth von V leistet der Gleichung (65) Genüge, wie auch immer die Functionen F_1 und F_2 beschaffen sind. Wir wollen daher auch in der Folge bei ganz ähnlichen Fragen, uns des Nutzens, welche diese Methode gewährt, nicht entschlagen.

Es lässt sich also jederzeit V betrachten unter einer der drei folgenden Formen:

$$\begin{aligned} V &= \varphi\,(x, y, y') \\ V &= \varphi\,(x, y) + y'\,\psi\,(x, y) \\ V &= y'\,\varphi\,(x) + [\psi\,(x, y)]' \end{aligned}$$

---

[1]) Am Schlusse des §. 8 unseres ersten Memoires sagten wir, dass in diesem Falle Vdx ein vollständiges Differentiale sei; wie man hier sieht, ist aber Vdx gleich einer Summe aus einem vollständigen Differential und einem Ausdruck der Form $y\,F_1\,(x)\,dx$. Dasselbe gilt auch für den Schluss der §§. 10 und 13.

Im ersten Falle, wo $V = \varphi(x, y, y')$ und nicht zugleich $\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} = 0$ ist, wird die Differential-Gleichung, die zur Bestimmung von y dient, von der zweiten Ordnung sein; die in dem Integrale eintretenden zwei Constanten werden bestimmt, durch die den Grenzen x_1 und x_2 entsprechenden Werthe von y_1 und y_2. Alsdann lassen sich die Glieder der zweiten Ordnung der Taylor'schen Reihe auf die Form bringen:

$$\left\{ v\, w^2 \right\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} (w' + \lambda\, w)^2\, d\, x.$$

Im zweiten Falle, wo $V = \varphi(x, y) + y' \psi(x, y)$ und nicht zugleich $\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}\right)'$ ist, hat man zur Bestimmung von y eine ganz gewöhnliche Gleichung, und die Glieder der zweiten Ordnung sind dann darstellbar unter der Form:

$$\left\{ v\, w^2 \right\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}\right)' - \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right\} w^2\, d\, x;$$

endlich im dritten Falle, wo $V = y\, \varphi(x) + [\psi(x, y)]'$ ist, gibt es gar keinen Werth für y, welcher

$$U = \int_{x_1}^{x_2} \left\{ y\, \varphi(x) + [\psi(x, y]' \right\} d\, x$$

zu einem Maximum oder Minimum macht; denn die Gleichung, welche zur Bestimmung von y dient, nämlich

$$\frac{\partial V}{\partial y} - \left(\frac{\partial V}{\partial y'}\right)' = 0$$

wird hier

$$\varphi(x) = 0$$

und daraus lässt sich natürlich nicht y als Function von x bestimmen. Wäre aber $\varphi(x)$ identisch Null, mit andern Worten, wäre

$$V = [\psi(x, y)]',$$

so hätte man $\int V dx = \psi(x, y)$, und jener Werth von y, welcher $U = \psi(x, y)$ zu einem Maximum oder Minimum macht, ergibt sich aus

$$\frac{d\, \psi(x, y)}{d\, y} = 0$$

und entspricht wirklich einem Maximum oder Minimum von U, wenn $\frac{\partial^2 \psi(x,y)}{\partial y^2}$, für den aus $\frac{\partial \psi(x,y)}{\partial y} = 0$ gefundenen Werth von y, negativ oder positiv ist. — Da $\frac{\partial^2 \psi(x,y)}{d y^2}$ nach der Substitution des gefundenen Werthes von y im Allgemeinen eine Function von x ist, so muss, auf dass die Frage eine ganz bestimmte wird, ein specieller Werth von x gegeben sein.

Wie die Untersuchung dann zu führen sei, wenn $\frac{\partial^2 \psi(x,y)}{\partial y^2} = 0$ wäre, kann, als hinlänglich bekannt, übergangen werden.

§. 15.

Es sei

$$V = \psi(x, y, y', y'').$$

Hier betrachteten wir folgende drei specielle Fälle:

1.) wenn $\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} = 0$ ist,

2.) wenn nebst dieser Gleichung noch die Gleichung

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} - 2\frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial y''} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y'\,\partial y''}\right)' = 0 \tag{66}$$

stattfindet, endlich

3.) wenn nebst den beiden angeführten Gleichungen noch die Gleichung

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial y''}\right)'' = 0 \tag{67}$$

besteht.

Im ersten Falle hat V die Form

$$V = f_1(x, y, y') + y'' f_2(x, y, y').$$

Um die Form der Function V im zweiten Falle zu bestimmen, setzen wir, uns wieder der Methode der unbestimmten Coëfficienten bedienend

$$f_1(x,y,y') = C_0 + C_1 y' + C_2 y'^2 + C_3 y'^3 + C_4 y'^4 + \ldots$$
$$f_2(x,y,y') = D_0 + D_1 y' + D_2 y'^2 + D_3 y'^3 + D_4 y'^4 + \ldots$$

unter $C_0, C_1, C_2, C_3, C_4 \ldots D_0, D_1, D_2, D_3, D_4 \ldots$ Functionen von x und y verstanden, demnach ist:

$$V = (C_0 + C_1 y' + C_2 y'^2 + C_3 y'^3 + C_4 y'^4 + \ldots) + \\ + y''(D_0 + D_1 y' + D_2 y'^2 + D_3 y'^3 + D_4 y'^4 + \ldots)$$

und nun hat man:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} = (1.2\,C_2 + 2.3\,C_3\,y' + 3.4\,C_4\,y'^2 + \ldots) +$$
$$+\; y''\,(1.2\,D_2 + 2.3\,D_3\,y' + 3.4\,D_4\,y'^2 + \ldots)$$

$$-2\,\frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial y''} = -2\left(\frac{\partial D_0}{\partial y} + \frac{\partial D_1}{\partial y}\,y' + \frac{\partial D_2}{\partial y}\,y'^2 + \frac{\partial D_3}{\partial y}\,y'^3 + \frac{\partial D_4}{\partial y}\,y'^4 \ldots\right)$$

$$-\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial y''}\right)' = -\left(\frac{\partial D_1}{\partial x} + 2\,\frac{\partial D_2}{\partial x}\,y' + 3\,\frac{\partial D_3}{\partial x}\,y'^2 + 4\,\frac{\partial D_4}{\partial x}\,y'^3 + \ldots\right) -$$
$$-\left(\frac{\partial D_1}{\partial y}\,y' + 2\,\frac{\partial D_2}{\partial y}\,y'^2 + 3\,\frac{\partial D_3}{\partial y}\,y'^3 + 4\,\frac{\partial D_4}{\partial y}\,y'^4 + \ldots\right) -$$
$$-\; y''\,(1.2\,D_2 + 2.3\,D_3\,y' + 3.4\,D_4\,y'^2 + \ldots\ldots).$$

Die Gleichung (66) drückt aus, dass die Summe dieser drei Gleichungen Null sei, dies führt uns daher auf folgende Identitäten:

$$1.2\;C_2 = 1\,\frac{\partial D_1}{\partial x} + 2\,\frac{\partial D_0}{\partial y}$$
$$2.3\;C_3 = 2\,\frac{\partial D_2}{\partial x} + 3\,\frac{\partial D_1}{\partial y}$$
$$3.4\;C_4 = 3\,\frac{\partial D_3}{\partial x} + 4\,\frac{\partial D_2}{\partial y}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

es ist somit:

$$V = C_0 + C_1\,y' +$$
$$+\left(\frac{1}{2}\,\frac{\partial D_1}{\partial x} + \frac{\partial D_0}{\partial y}\right) y'^2 + \left(\frac{1}{3}\,\frac{\partial D_2}{\partial x} + \frac{1}{2}\,\frac{\partial D_1}{\partial y}\right) y'^3 + \left(\frac{1}{4}\,\frac{\partial D_3}{\partial x} + \frac{1}{3}\,\frac{\partial D_2}{\partial y}\right) + \ldots$$
$$+\; y''\,(D_0 + D_1\,y' + D_2\,y'^2 + D_3\,y'^3 + D_4\,y'^4 + \ldots)$$

oder

$$V = C_0 + C_1\,y' + \frac{\partial D_0}{\partial y}\,y'^2 + D_0\,y'' + \left(\frac{D_1}{2}\,y'^2 + \frac{D_2}{3}\,y'^3 + \frac{D_3}{4}\,y'^4 + \ldots\right)'.$$

Wir schliessen hieraus auf folgende Form von V

$$V = \varphi\,(x, y) + y'\,\varphi_1\,(x, y) + y'^2\,\frac{\partial \varphi_2(x, y)}{\partial y} + y''\,\varphi_2\,(x, y) +$$
$$+\,[\psi\,(x, y, y')\,]'$$

unter φ, φ_1, φ_2, ψ willkürliche Functionen verstanden, wofür man auch, in derselben Allgemeinheit bleibend

$$V = \varphi\,(x, y) + y'\,\varphi_1\,(x, y) + [\psi\,(x, y, y')]' \tag{68}$$

setzen kann.

Gehen wir endlich zum dritten speciellen Fall über, und suchen wir, was aus dem eben gefundenen V wird, wenn

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y''}\right)'' = 0 \tag{67}$$

ist. Wir haben

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + y' \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial x\, \partial y^2} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} y' + \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^2 \partial y'} y''$$

$$-\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y'}\right)' = -\left\{\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial y^2} y' + \frac{\partial^3 \psi}{\partial x\, \partial y^2} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} y' + 2 \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^2 \partial y'} y'' + \right.$$
$$+ \frac{\partial^3 \psi}{\partial y\, \partial y'^2} y''' + \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2\, \partial y\, \partial y'} + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x\, \partial y^2\, \partial y'} y' + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x\, \partial y\, \partial y'^2} y'' +$$
$$\left. + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^3\, \partial y'} y'^2 + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^2\, \partial y'^2} y'\, y'' + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y\, \partial y'^3} y''^2 \right\}$$

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y''}\right)'' = \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^2\, \partial y'} y'' + \frac{\partial^3 \psi}{\partial y\, \partial y'^2} y''' + \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2\, \partial y\, \partial y'} + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x\, \partial y^2\, \partial y'} y' +$$
$$+ 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x\, \partial y\, \partial y'^2} y'' + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^3 \partial y'} y'^2 + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^2\, \partial y'^2} y'\, y'' + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y\, \partial y'^3} y''^2.$$

Addirt man diese drei Gleichungen, so erhält man:

$$0 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x \partial y}$$

woraus

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} = F(x)$$

folgt. Diese Gleichung vertritt die Stelle der Gleichung (67), denn sie ist die unmittelbare Folge derselben. Setzen wir nun

$$\varphi\ (x, y) = E_0 + E_1\, y + E_2\, y^2 + E_3\, y^3 + E_4\, y^4 + \ldots$$
$$\varphi_1\ (x, y) = F_0 + F_1\, y + F_2\, y^2 + F_3\, y^3 + F_4\, y^4 + \ldots$$

unter $E_0, E_1, E_2, E_3, E_4 \ldots F_0, F_1, F_2, F_3, F_4 \ldots$ Functionen von x verstanden, so ist:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = E_1 + 2 E_2\, y + 3 E_3\, y^2 + 4 E_4\, y^3 + \ldots$$
$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} = F_0' + F_1'\, y + F_2'\, y^2 + F_3'\, y^3 + F_4'\, y^4 + \ldots$$

und folglich:

$$E_1 - F_0' = F(x)$$
$$2\, E_2 = F_1'$$
$$3\, E_3 = F_2'$$
$$4\, E_4 = F_3'$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Es ist demnach:

$$V = E_0 + (F_0' + F(x))\,y + \frac{F_1'}{2}\,y^2 + \frac{F_2'}{3}\,y^3 + \frac{F_3'}{4}\,y^4 + \ldots$$
$$+ y'(F_0 + F_1\,y + F_2\,y^2 + F_3\,y^3 + F_4\,y^4 + \ldots) +$$
$$+ [\psi\,(x, y, y')]'$$

oder

$$V = E_0 + y\,F(x) + (F_0\,y + \frac{F_1}{2}\,y^2 + \frac{F_2}{3}\,y^3 + \frac{F_3}{4}\,y^4 + \ldots)' +$$
$$+ [\psi\,(x, y, y')]'$$

was sich auch in folgender Form niederschreiben lässt:

$$V = y\,F(x) + [\psi_1\,(x, y)]' + [\psi_2\,(x, y, y')]'$$

wo F, ψ_1, ψ_2 willkürliche Functionen bedeuten.

V lässt sich also jederzeit betrachten unter einer der vier folgenden Formen:

$$V = \varphi\,(x, y, y', y'')$$
$$V = \varphi\,(x, y, y') + y''\,\psi\,(x, y, y')$$
$$V = \varphi\,(x, y) + y'\,\psi\,(x, y) + [\chi\,(x, y, y')]'$$
$$V = y\,\varphi\,(x) + [\psi\,(x, y)]' + [\chi\,(x, y, y')]'.$$

Im ersten Falle, wo $V = \varphi\,(x, y, y', y'')$ und nicht zugleich $\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} = 0$ ist, wird die Differential-Gleichung, die zur Bestimmung von y dient, von der vierten Ordnung, die in dem Integrale der Differential-Gleichung eintretenden vier Constanten werden bestimmt, durch die den Grenzen x_1 und x_2 entsprechenden Werthe von y_1, y_2 und y_1', y_2', und die Glieder der zweiten Ordnung lassen sich auf folgende Form bringen:

$$\Big\{v\,w^2 + 2\,v_1\,w\,w' + v_2\,w'^2\Big\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} \frac{d^2 V}{\partial y''^2}\,(w'' + \lambda\,w' + \mu\,w)^2\,dx.$$

Im zweiten Falle, wo $V = \varphi\,(x, y, y') + y''\,\psi\,(x, y, y')$ und nicht zugleich $\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} - 2\,\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''}\right)' = 0$ ist, wird die Differential-Gleichung, die zur Bestimmung von y dient, von der zweiten Ordnung; die in dem Integrale der Differential-Gleichung eintretenden zwei Constanten werden bestimmt, durch die den Abscissen x_1 und x_2

entsprechenden Ordinaten y_1 und y_2. Die Glieder zweiter Ordnung lassen sich in diesem Falle so transformiren:

$$\left\{ v\, w^2 + 2\, v_1\, w\, w' + v_2\, w'^2 \right\}_{x_1}^{x_2} +$$
$$\int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} - 2\, \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} \right)' \right] (w' + \lambda\, w)^2\, dx.$$

Im dritten Falle, wo $V = \varphi(x, y) + y' \psi(x, y) + [\chi(x, y, y')]'$ und nicht zugleich $\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''}\right)'' = 0$ ist, hat man zur Bestimmung von y eine ganz gewöhnliche Gleichung, und für die Glieder der zweiten Ordnung folgenden Ausdruck:

$$\left\{ v\, w^2 + 2\, v_1\, w\, w' + v_2\, w'^2 \right\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''}\right)'' \right] w^2 dx.$$

Endlich im vierten Falle, wo $V = y\, \varphi(x) + [\psi(x, y)]' + [\chi(x, y, y')]'$ ist, gibt es gar keinen Werth für y, welcher

$$U = \int_{x_1}^{x_2} \left\{ y\, \varphi(x) + [\psi(x, y)]' + [\chi(x, y, y')]' \right\} dx$$

zu einem Maximum oder Minimum macht, denn die Gleichung, welche zur Bestimmung von y dient, nämlich

$$\frac{dV}{\partial y} - \left(\frac{\partial V}{\partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial V}{\partial y''}\right)'' = 0$$

wird hier

$$\varphi(x) = 0$$

und daraus kann offenbar nicht y als Function von x bestimmt werden.

Wäre aber $\varphi(x)$ identisch Null, mit anderen Worten wäre

$$V = [\psi(x, y)]' + [\chi(x, y, y')]'$$

so hätte man $\int V dx = \psi(x, y) + \chi(x, y, y')$ und jener Werth von y, welcher

$$U = \psi(x, y) + \chi(x, y, y')$$

zu einem Maximum oder Minimum macht, ergäbe sich auf folgende Weise.

Man denke sich diese Function bereits gefunden; sie sei $y = f(x)$. Durch eine sehr kleine Veränderung dieser Function

nehme die sie repräsentirende Curve eine andere, von der früheren sehr wenig verschiedene Gestalt an, geht nämlich y über in $y + \delta y$, so geht dadurch y' über in $y' + \delta y'$ und U in U_1, dieses ist:

$$U_1 = U + \frac{\partial U}{\partial y}\,\delta y + \frac{\partial U}{\partial y'}\,\delta y' + \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\,\delta y^2 + 2\,\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial y'}\,\delta y \delta y' + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial^2 U}{\partial y'^2}\,\delta y'^2\right\} + \ldots$$

Nun hat man bekanntlich für ein Maximum oder Minimum:

$$\frac{\partial U}{\partial y}\,\delta y + \frac{\partial U}{\partial y'}\,\delta y' = 0 \tag{69}$$

für ein Maximum zu gleicher Zeit noch

$$\frac{d^2 U}{\partial y^2}\,\delta y^2 + 2\,\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial y'}\,\delta y\,\delta y' + \frac{\partial^2 U}{\partial y'^2}\,\delta y'^2 < 0$$

und für ein Minimum

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\,\delta y^2 + 2\,\frac{\partial^2 U}{\partial y\,\partial y'}\,\delta y\,\delta y' + \frac{\partial^2 U}{\partial y'^2}\,\delta y'^2 > 0.$$

Sucht man jetzt aus der Differential-Gleichung

$$\frac{dU}{\partial y'} = 0,$$

welche im Allgemeinen von der ersten Ordnung ist, y als Function von x, setzt dann diesen Werth von y in

$$\frac{dU}{\partial y}\,\delta y \tag{70}$$

und wählt die in y auftretende Constante so, dass der Ausdruck (70) verschwindet, so ist der so gefundene Werth von y ein solcher, welcher die Gleichung (69) befriedigt. Am einfachsten ist es, die Constante durch die Bedingung zu bestimmen, dass für $x = x_1$, $y = y_1$ wird; die Gleichung (70) wird hierdurch befriedigt, weil in diesem Falle $\delta y = 0$ ist. Da die Glieder der zweiten Ordnung alsdann dem Ausdrucke: $\frac{\partial^2 U}{\partial y'^2}\,\delta y'^2$ gleich sind, so hat man ein Maximum oder Minimum je nachdem $\frac{\partial^2 U}{\partial y'^2}$ negativ oder positiv ist. Wäre $\frac{d^2 U}{\partial y'^2} = 0$, so müsste man, wie bekannt, die ferneren Glieder der Taylor'schen Reihe zu Rathe ziehen.

§. 16.

Ist
$$V = \varphi\,(x,\, y,\, y',\, y'',\, y'''),$$
so treten folgende specielle Fälle ein:

1. wenn $\frac{d^2 V}{\partial y'''^2} = 0$ ist,
2. wenn nebst dieser Gleichung noch folgende Gleichung stattfindet:
$$\frac{d^2 V}{\partial y''^2} - 2\,\frac{\partial^2 V}{\partial y'\,\partial y'''} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y''\,\partial y'''}\right)' = 0,$$
3. wenn nebst diesen beiden Gleichungen noch
$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} - 2\,\frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial y''} + 3\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial y'''}\right)' - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y'\,\partial y''}\right)' + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y'\,\partial y'''}\right)'' = 0$$
ist, und endlich
4. wenn nebst den drei hier angeführten Gleichungen noch die Gleichung
$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial y''}\right)'' - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial y'''}\right)''' = 0$$
stattfindet.

Von der Analogie geleitet, schliessen wir auf folgende in diesen speciellen Fällen dem V der Reihe nach zukommenden Formen:

$$\begin{array}{ll}
1. & V = \varphi\,(x,\, y,\, y',\, y'') + y'''\,\psi\,(x,\, y,\, y',\, y'') \\
2. & V = \varphi\,(x,\, y,\, y') + y''\,\psi\,(x,\, y,\, y') + [\chi\,(x,\, y,\, y',\, y'')]' \\
3. & V = \varphi\,(x,\, y) + y'\,\psi\,(x,\, y) + [\chi_1\,(x,\, y,\, y')]' + \\
 & \qquad + [\chi_2\,(x,\, y,\, y',\, y'')]' \\
4. & V = y\,\varphi\,(x) + [\chi_1\,(x, y)]' + [\chi_2(x, y, y')]' + [\chi_3(x, y, y'\,y'')]'.
\end{array}$$

An der Richtigkeit der ersten Form zweifeln wir keinen Augenblick, um uns aber von der Richtigkeit der zweiten zu überzeugen, bilden wir den Ausdruck
$$\frac{d^2 V}{\partial y''^2} - 2\,\frac{\partial^2 V}{\partial y'\partial y'''} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y''\partial y'''}\right)'.$$

Da
$$V = \varphi\,(x,\, y,\, y') + y''\,\psi\,(x,\, y,\, y') + [\chi\,(x,\, y,\, y',\, y'')]'$$

ist, so hat man:

$$\frac{d^2 V}{\partial y''^2} = \frac{\partial^3 \chi}{\partial x \partial y''^2} + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y \partial y''^2} y' + 2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial y' \partial y''} + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y' \partial y''^2} y'' + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y''^3} y'''$$

$$-2 \frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y'''} = -2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial y' \partial y''}$$

$$-\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y'' \partial y'''}\right)' = -\frac{\partial^3 \chi}{\partial x \partial y''^2} - \frac{\partial^3 \chi}{\partial y \partial y''^2} y' - \frac{\partial^3 \chi}{\partial y' \partial y''^2} y'' - \frac{\partial^3 \chi}{\partial y''^3} y'''.$$

Die Summe dieser drei Ausdrücke ist Null, folglich erfüllt der aufgestellte Ausdruck für V die zu erfüllende Bedingung.

Überzeugen wir uns jetzt auch, ob für

$$V = \varphi(x, y) + y' \psi(x, y) + [\chi_1(x, y, y')]' + [\chi_2(x, y, y', y'')]'$$

der Ausdruck

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} - 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} + 3 \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''}\right)' - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''}\right)' + \left(\frac{\partial^2 V}{d y' \partial y'''}\right)'' = 0$$

stattfindet. Man schreibe zu dem Behufe V so auf:

$$V = \varphi(x, y) + y' \psi(x, y) + [\chi(x, y, y', y'')]'$$

und hat dann:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} = 2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial y \partial y'} + \frac{\partial^3 \chi}{\partial x \partial y'^2} + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y \partial y'^2} y' + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y'^3} y'' + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y'' \partial y'^2} y'''$$

$$-2 \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} = -2 \left\{ \frac{\partial^3 \chi}{\partial x \partial y \partial y''} + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y^2 \partial y''} y' + \frac{\partial^2 \chi}{\partial y \partial y'} + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y \partial y' \partial y''} y'' + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y \partial y''^2} y''' \right\}$$

$$3 \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''}\right)' = 3 \left\{ \frac{\partial^3 \chi}{\partial x \partial y \partial y''} + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y^1 \partial y''} y' + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y \partial y' \partial y''} y'' + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y \partial y''^2} y''' \right\}$$

$$-\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''}\right)' = -\left\{ \frac{\partial^3 \chi}{\partial x \partial y \partial y''} + \frac{\partial^3 \chi}{\partial x \partial y'^2} + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y^2 d y''} y' + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y \partial y'^2} y' + \right.$$
$$+ 2 \frac{\partial^3 \chi}{\partial y \partial y' \partial y''} y'' + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y'^3} y'' + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y \partial y''^2} y''' + 2 \frac{\partial^3 \chi}{\partial y'^2 \partial y''} y''' +$$
$$+ \frac{\partial^3 \chi}{\partial y' \partial y''^2} y'''' + \frac{\partial^4 \chi}{\partial x^2 \partial y' \partial y''} + 2 \frac{\partial^4 \chi}{\partial x \partial y \partial y' \partial y''} y' +$$
$$+ 2 \frac{\partial^4 \chi}{\partial x \partial y'^2 \partial y''} y'' + 2 \frac{\partial^4 \chi}{\partial x \partial y' \partial y''^2} y''' + \frac{\partial^4 \chi}{\partial y^2 \partial y' \partial y''} y'^2 +$$
$$+ 2 \frac{\partial^4 \chi}{\partial y \partial y'^2 \partial y''} y' y'' + 2 \frac{\partial^4 \chi}{\partial y \partial y' \partial y''^2} y' y''' +$$
$$\left. + \frac{\partial^4 \chi}{\partial y' \partial y''} y''^2 + 2 \frac{\partial^4 \chi}{\partial y'^2 \partial y''^2} y'' y''' + \frac{\partial^4 \chi}{\partial y' \partial y''^3} y'''^2 \right\}$$

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y'''}\right)'' = \frac{\partial^3 \chi}{\partial y\, \partial y'\, \partial y''} y'' + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y'^2\, \partial y''} y''' + \frac{\partial^3 \chi}{\partial y'\, \partial y''^2} y'''' + \frac{\partial^4 \chi}{\partial x^2\, \partial y'\, \partial y''} +$$

$$+ 2 \frac{\partial^4 \chi}{\partial x\, \partial y\, \partial y'\, \partial y''} y' + 2 \frac{\partial^4 \chi}{\partial x\, \partial y'^2\, \partial y''} y'' + 2 \frac{\partial^4 \chi}{\partial x\, \partial y'\, \partial y''^2} y''' +$$

$$+ \frac{\partial^4 \chi}{\partial y^2\, \partial y'\, \partial y''} y'^2 + 2 \frac{\partial^4 \chi}{\partial y\, \partial y'^2\, \partial y''} y' y'' + 2 \frac{\partial^4 \chi}{\partial y\, \partial y'\, \partial y''^2} y' y''' +$$

$$+ \frac{\partial^4 \chi}{\partial y'^3\, \partial y''} y''^2 + 2 \frac{\partial^4 \chi}{\partial y'^2\, \partial y''^2} y'' y''' + \frac{\partial^4 \chi}{\partial y'\, \partial y''^3} y'''^2.$$

Die Summe dieser fünf Ausdrücke ist wirklich Null.

Endlich hat man sich noch zu überzeugen, ob ein Ausdruck von der Form

$$V = y\,\varphi(x) + [\chi_1(x, y)]' + [\chi_2(x, y, y')]' + \\ + [\chi_3(x, y, y', y'')]',$$

den man kürzer auch so darstellen kann:

$$V = y\,\varphi(x) + [\chi(x, y, y', y'')]'$$

der Gleichung

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y''}\right)'' - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y'''}\right)''' = 0$$

genügt. — Da nun aber folgende Gleichungen stattfinden:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right) \\
- \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y'}\right)' &= - \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\partial V}{\partial y'}\right)'\right] \\
\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y''}\right)'' &= \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\partial V}{\partial y''}\right)''\right] \\
- \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y'''}\right)''' &= - \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\partial V}{\partial y'''}\right)'''\right]
\end{aligned}$$

von deren Identität man sich durch wirkliches Entwickeln derselben überzeugen kann; so erhält man durch Summiren derselben

$$0 = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial V}{\partial y} - \left(\frac{\partial V}{\partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial V}{\partial y''}\right)'' - \left(\frac{\partial V}{\partial y'''}\right)'''\right]$$

und dieses besagt, dass der Ausdruck

$$\frac{\partial V}{\partial y} - \left(\frac{\partial V}{\partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial V}{\partial y''}\right)'' - \left(\frac{\partial V}{\partial y'''}\right)'''$$

von y unabhängig ist. Das findet hier aber wirklich Statt, denn V besteht aus zwei Theilen, mit dem ersten Theile, nämlich $y\varphi(x)$ diese Operation durchgeführt, kommt man auf $\varphi(x)$; mit dem zweiten Theile, der das vollständige Differentiale von $\chi(x, y, y', y'')$ ist, diese Operation durchgeführt, kommt man zu Null, weil nach Euler bei einem vollständigen Differential einer Function von x, y, y', y'' der Ausdruck

$$\frac{\partial V}{\partial y} - \left(\frac{\partial V}{\partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial V}{\partial y''}\right)'' - \left(\frac{\partial V}{\partial y'''}\right)''' = 0$$

ist.

In dem allgemeinen Falle, wo $V = \varphi(x, y, y', y'', y''')$ und nicht zugleich $\frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} = 0$ ist, hat man zur Aufsuchung jenes Werthes von y, der $U = \int_{x_1}^{x_2} V dx$ zu einem Maximum oder Minimum macht, eine Differential-Gleichung sechster Ordnung; die in dem Integrale eintretenden sechs Constanten werden bestimmt durch die den Grenzen x_1 und x_2 des Integrals entsprechenden Werthe von y_1, y_2; y_1', y_2', und y_1'', y_2''. Für die Glieder der zweiten Ordnung gewinnt man hier einen Ausdruck folgender Form:

$$\left\{v w^2 + v_1 w'^2 + v_2 w''^2 + 2v_3 w w' + 2v_4 w w'' + 2v_5 w' w''\right\}_{x_1}^{x_2} +$$
$$+ \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} (w''' + \lambda_1 w'' + \lambda_2 w' + \lambda_3 w)^2 dx.$$

In dem ersten speciellen Falle, wo man

$$V = \varphi(x, y, y', y'') + y''' \psi(x, y, y', y'')$$

und nicht zugleich $\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} - 2\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y'''} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y'' \partial y'''}\right)' = 0$ hat, ist die zur Bestimmung von y dienende Differential-Gleichung von der vierten Ordnung, die in y erscheinenden Constanten werden bestimmt, durch die den Grenzen x_1 und x_2 entsprechenden Werthe von y_1, y_2 und y'_1, y'_2. Die Glieder der zweiten Ordnung haben wir in diesem Falle auf folgende Form gebracht:

$$\left\{v w^2 + v_1 w'^2 + v_2 w''^2 + 2v_3 w w' + 2v_4 w w'' + 2v_5 w' w''\right\}_{x_1}^{x_2} +$$
$$+ \int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} - 2\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y'''} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y'' \partial y'''}\right)'\right] (w'' + \lambda w' + \mu w)^2 dx.$$

In dem zweiten speciellen Falle, wo

$$V = \varphi\,(x,\,y,\,y') + y''\psi\,(x,y,y') + [\chi\,(x,\,y,\,y',\,y'')]'$$

und nicht zugleich

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} - 2\,\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} + 3\,\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''}\right)' - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''}\right)' + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y'''}\right)'' = 0$$

ist, hat man zur Bestimmung von y eine Differential-Gleichung zweiter Ordnung und zur Bestimmung der Constanten die den Abscissen x_1 und x_2 entsprechenden Ordinaten y_1 und y_2. Es lassen sich da die Glieder der zweiten Ordnung so schreiben:

$$\left\{v w^2 + v_1 w'^2 + v_2 w''^2 + 2v_3 w w' + 2v_4 w w'' + 2v_5 w' w''\right\}_{x_1}^{x_2} +$$
$$+ \int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} - 2\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} + 3\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''}\right)' - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''}\right)' + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y'''}\right)''\right](w' +$$
$$+ \lambda w)^2\, dx.$$

Was den dritten speciellen Fall anbelangt, wo nämlich

$$V = \varphi\,(x,\,y) + y'\psi\,(x,\,y) + [\chi_1\,(x,y,y')]' + [\chi_2\,(x,y,y',y'')]'$$

ist, und nicht zugleich $\dfrac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \left(\dfrac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}\right)' + \left(\dfrac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''}\right)'' - \left(\dfrac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''}\right)''' = 0$; da erscheint für y eine ganz gewöhnliche Gleichung, und für die Glieder der zweiten Ordnung folgender Ausdruck:

$$\left\{v w^2 + v_1 w'^2 + v_2 w''^2 + 2w_3 w w' + 2v_4 w w'' + 2v_5 w' w''\right\}_{x_1}^{x_2} +$$
$$+ \int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''}\right)'' - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''}\right)'''\right] w^2 dx;$$

endlich im letzten Falle, wo

$$V = y\,\varphi\,(x) + [\chi_1\,(x,\,y)]' + [\chi_2\,(x,\,y,\,y')' + [\chi_3\,(x,\,y,\,y',\,y'')]'$$

ist, gibt es gar keinen Werth für y, welcher $U = \int_{x_1}^{x_2} V dx$ zu einem Maximum oder Minimum macht, denn die Gleichung, welche zur Bestimmung von y dient, nämlich

$$\frac{\partial V}{\partial y} - \left(\frac{\partial V}{\partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial V}{\partial y''}\right)'' - \left(\frac{\partial V}{\partial y'''}\right)''' = 0$$

gibt hier

$$\varphi(x) = o$$

woraus sich y nicht bestimmen lässt, aus dem höchst einfachen Grunde, weil es in der Gleichung gar nicht erscheint.

Wäre aber $\varphi(x)$ identisch Null, d. h. wäre

$$V = [\chi_1(x, y)]' + [\chi_2(x, y, y')]' + [\chi_3(x, y, y', y'')]',$$

so hätte man

$$\int V dx = \chi_1(x, y) + \chi_2(x, y, y') + \chi_3(x, y, y', y'')$$

und jenen Werth von y, welchen

$$U = \chi_1(x, y) + \chi_2(x, y, y') + \chi_3(x, y, y', y'')$$

zu einem Maximum oder Minimum macht, ergibt sich aus der Gleichung

$$\frac{\partial U}{\partial y}\delta y + \frac{\partial U}{\partial y'}\delta y' + \frac{\partial U}{\partial y''}\delta y'' = 0 \tag{71}$$

die sich auf dieselbe Weise, wie die Gleichung (69) ableiten lässt. Um ihr zu genügen, setze man

$$\frac{\partial U}{\partial y''} = 0,$$

suche aus dieser Gleichung, die im Allgemeinen eine Differential-Gleichung zweiter Ordnung ist, y als Function von x, und wähle nun die in y auftretenden Constanten so, dass

$$\frac{\partial U}{\partial y}\delta y + \frac{\partial U}{\partial y'}\delta y' = 0 \tag{72}$$

wird. Am einfachsten wird das erzweckt werden, wenn man die Constanten durch die Bedingungen bestimmt, dass für $x = x_1$, $y = y_1$ und $y' = y_1'$ wird, denn alsdann wird $\delta y = 0$ und $\delta y' = 0$ sein. Für die Glieder zweiter Ordnung hat man dann: $\frac{\partial^2 U}{\partial y''^2}\delta y''^2$; ist dieses negativ oder positiv, so hat man respective ein Maximum oder Minimum. Wir übergehen die Fälle, wo $\frac{\partial^2 U}{\partial y''^2} = 0$ ist, oder wo die Gleichung $\frac{\partial U}{\partial y''} = 0$ auf eine Differential-Gleichung erster oder nullter Ordnung führt mit Stillschweigen, weil sie weder hinreichendes Interesse, noch Schwierigkeiten darbieten.

§. 17.

Wir gehen nun zu dem Probleme der Variationsrechnung über, wo wieder

$$U = \int_{x_1}^{x_2} V dx$$

ist, V aber eine Function von

$$x,\ y,\ y',\ y'' \ldots y^{(n)},\ z,\ z',\ z'' \ldots z^{(m)}$$

und suchen jetzt für y und z solche Functionen von x, welche U zu einem Maximum oder Minimum machen.

Die Lösung dieses Problems führt zu Rechnungen, welche die grösste Analogie haben, mit den von uns bis jetzt geführten, wir wollen trachten, diese Analogie ins hellste Licht zu setzen. — Denken wir uns also y und z bereits gefunden, und zwar sei $y = \varphi(x)$, $z = \psi(x)$. Durch eine sehr kleine Veränderung dieser Functionen nehme die sie repräsentirende Curve eine andere, von der früheren sehr wenig verschiedene Gestalt an; gehe nämlich y über in $y + \delta y$, z in $z + \delta z$, wo δy und δz sehr kleine von x abhängige Grössen vorstellen, so gehen dadurch

y' über in $y' + \delta y'$	z' über in $z' + \delta z'$
y'' „ „ $y'' + \delta y''$	z'' „ „ $z'' + \delta z''$
. . . .	. . . .
$y^{(n)}$ über in $y^{(n)} + \delta y^{(n)}$	$z^{(m)}$ über in $z^{(m)} + \delta z^{(m)}$

und U in U_1, V in V_1.

Entwickelt man nun V_1 nach der Taylor'schen Reihe, so hat man:

$$V_1 = V + \frac{\partial V}{\partial y}\delta y + \frac{\partial V}{\partial y'}\delta y' + \frac{\partial V}{\partial y''}\delta y'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\delta y^{(n)} +$$
$$+ \frac{\partial V}{\partial z}\delta z + \frac{\partial V}{\partial z'}\delta z' + \frac{\partial V}{\partial z''}\delta z'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial z^{(m)}}\delta z^{(m)} + R$$

wo R der Kürze halber statt der zweiten und höheren Ordnung der Taylor'schen Reihe gesetzt ist. Es ist daher:

$$U_1 = \int_{x_1}^{x_2} V dx + \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial V}{\partial y}\delta y + \frac{\partial V}{\partial y'}\delta y' + \frac{\partial V}{\partial y''}\delta y'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\delta y^{(n)} \right\} dx +$$
$$+ \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial V}{\partial z}\delta z + \frac{\partial V}{\partial z'}\delta z' + \frac{\partial V}{\partial z''}\delta z'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial z^{(m)}}\delta z^{(m)} \right\} dx + \int_{x_1}^{x_2} R dx$$

oder

$$U_1 - U = \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial V}{\partial y} \delta y + \frac{\partial V}{\partial y'} \delta y' + \frac{\partial V}{\partial y''} \delta y'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial y^{(m)}} \delta y^{(m)} \right\} dx +$$

$$+ \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial V}{\partial z} \delta z + \frac{\partial V}{\partial z'} \delta z' + \frac{\partial V}{\partial z''} \delta z'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial z^{(m)}} \delta z^{(m)} \right\} dx + \int_{x_1}^{x_2} R dx.$$

Dieser Ausdruck soll nun, im Falle des Maximums stets negativ und im Falle des Minimums stets positiv bleiben, wie immer auch δy und δz beschaffen sind. Denkt man sich nun $\delta y = \varepsilon \varphi_1 (x)$ und $\delta y = \varepsilon \psi_1 (x)$ gesetzt, unter ε eine sehr kleine constante Zahl verstanden, so lässt sich $U_1 - U$ folgendermassen darstellen:

$$U_1 - U = A\varepsilon + B\varepsilon^2 + C\varepsilon^3 + \ldots$$

wo

$$A\varepsilon = \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial V}{\partial y} \delta y + \frac{\partial V}{\partial y'} \delta y' + \frac{\partial V}{\partial y''} \delta y'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}} \delta y^{(n)} \right\} dx +$$

$$+ \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial V}{\partial z} \delta z + \frac{\partial V}{\partial z'} \delta z' + \frac{\partial V}{\partial z''} \delta z'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial z^{(m)}} \delta z^{(m)} \right\} dx$$

ist, $B\varepsilon^2$ die Glieder der zweiten Ordnung, $C\varepsilon^3$ die Glieder der dritten Ordnung bezeichnet u. s. f., und man hat bekanntlich für ein Maximum oder Minimum

$$A = 0,$$

für ein Maximum zu gleicher Zeit noch

$$B < 0$$

und für ein Minimum

$$B > 0.$$

Wir haben also als Bedingungs-Gleichung für ein Maximum oder Minimum

$$(73) \quad \begin{aligned} &\int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial V}{\partial y} \delta y + \frac{\partial V}{\partial y'} \delta y' + \frac{\partial V}{\partial y''} \delta y'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}} \delta y^{(n)} \right\} dx + \\ &+ \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial V}{\partial z} \delta z + \frac{\partial V}{z} \delta z' + \frac{\partial V}{z''} \delta z'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial z^{(m)}} \delta z^{(m)} \right\} dx = 0 \end{aligned}$$

Behandeln wir nun, so wie in unserem ersten Memoire die einzelnen Glieder dieses Ausdruckes nach der Methode des theilweisen Integrirens, so haben wir:

$$\int_{x_1}^{x_2} \delta y \left\{ \frac{\partial V}{\partial y} - \left(\frac{\partial V}{\partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial V}{\partial y''}\right)'' - \ldots + (-1)^n \left(\frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\right)^{(n)} \right\} dx +$$

$$+ \int_{x_1}^{x_2} \delta z \left\{ \frac{\partial V}{\partial z} - \left(\frac{\partial V}{\partial z'}\right)' + \left(\frac{\partial V}{\partial z''}\right)'' - \ldots + (-1)^m \left(\frac{\partial V}{\partial z^{(m)}}\right)^{(m)} \right\} dx +$$

$$+ \left\{ \delta y \left[\frac{\partial V}{\partial y'} - \left(\frac{\partial V}{\partial y''}\right)' + \left(\frac{\partial V}{\partial y'''}\right)'' - \ldots + (-1)^{n-1} \left(\frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\right)^{(n-1)} \right] \right\}_{x_1}^{x_2} + \qquad (74)$$

$$+ \left\{ \delta z \left[\frac{\partial V}{\partial z'} - \left(\frac{\partial V}{\partial z''}\right)' + \left(\frac{\partial V}{\partial z'''}\right)'' - \ldots + (-1)^{m-1} \left(\frac{\partial V}{\partial z^{(m)}}\right)^{(m-1)} \right] \right\}_{x_1}^{x_2} +$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+ \left\{ \delta y^{(n-1)} \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}} \right\}_{x_1}^{x_2} + \left\{ \delta z^{(m-1)} \frac{\partial V}{\partial z^{(m)}} \right\}_{x_1}^{x_2} = 0$$

für die Bedingungs-Gleichung des Grössten oder Kleinsten.

Sucht man nun aus den beiden Differential-Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial V}{\partial y} - \left(\frac{\partial V}{\partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial V}{\partial y''}\right)'' - \ldots + (-1)^n \left(\frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\right)^{(n)} = 0 \\ &\frac{\partial V}{\partial z} - \left(\frac{\partial V}{\partial z'}\right)' + \left(\frac{\partial V}{\partial z''}\right)'' - \ldots + (-1)^m \left(\frac{\partial V}{\partial z^{(m)}}\right)^{(m)} = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (75)$$

y und z als Functionen von x, setzt dann die gefundenen Werthe in

$$\left\{ \delta y \left[\frac{\partial V}{\partial y'} - \left(\frac{\partial V}{\partial y''}\right)' + \left(\frac{\partial V}{\partial y'''}\right)'' - \ldots + (-1)^{n-1} \left(\frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\right)^{(n-1)} \right] \right\}_{x_1}^{x_2} +$$

$$+ \left\{ \delta z \left[\frac{\partial V}{\partial z'} - \left(\frac{\partial V}{\partial z''}\right)' + \left(\frac{\partial V}{\partial z'''}\right)'' - \ldots + (-1)^{m-1} \left(\frac{\partial V}{\partial z^{(m)}}\right)^{(m-1)} \right] \right\}_{x_1}^{x_2} + \qquad (76)$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+ \left\{ \delta y^{(n-1)} \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}} \right\}_{x_1}^{x_2} + \left\{ \delta z^{(m-1)} \frac{\partial V}{\partial z^{(m)}} \right\}_{x_1}^{x_2}$$

und wählt man die in y und z auftretenden Constanten so, dass der Ausdruck (76) verschwindet, so sind die so gefundenen Werthe

von y und z solche, welche die Gleichung (74), und somit auch die Gleichung (73) befriedigen. Ob aber diese Werthe von y und z das U wirklich zu einem Maximum oder Minimum macht, muss erst weiter untersucht werden.

§. 18.

Betrachten wir nun die Glieder der zweiten Ordnung der Taylor'schen Reihe. Setzt man der Kürze halber

$$\delta y = w,\ \delta y' = w',\ \delta y'' = w'',\ \ldots$$
$$\delta z = u,\ \delta z' = u',\ \delta z'' = u'',\ \ldots$$

ferner

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^{(r)} dy^{(s)}} = (y^{(r)}, y^{(s)}),\ \frac{\partial^2 V}{\partial y^{(r)} dz^{(s)}} = (y^{(r)}, z^{(s)}),\ \frac{\partial^2 V}{\partial z^{(r)} \partial z^{(s)}} = (z^{(r)}, z^{(s)})$$

so lassen sich die unter dem Integralzeichen stehenden Glieder so ordnen:

$$\begin{aligned}
&w\,[(y\,y)\,w + (y\,y')\,w' + \ldots + (y\,y^{(n)})\,w^{(n)} + \\
&\quad + (y\,z)\,u + (y\,z')\,u' + \ldots + (y\,z^{(m)})\,u^{(m)}] + \\
&+ w'\,[(y'\,y)\,w + (y'\,y')\,w' + \ldots + (y'\,y^{(n)})\,w^{(n)} + \\
&\quad + (y'\,z)\,u + (y'\,z')\,u' + \ldots + (y'\,z^{(m)})\,u^{(m)}] + \\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&+ w^{(n)}\,[(y^{(n)}\,y)\,w + (y^{(n)}\,y')w' + \ldots + (y^{(n)}\,y^{(n)})\,w^{(n)} + \\
&\quad + (y^{(n)}\,z)\,u + (y^{(n)}\,z')\,u' + \ldots + (y^{(n)}\,z^{(m)})\,u^{(m)}] + \\
&+ u\,[(z\,y)\,w + (z\,y')\,w' + \ldots + (z\,y^{(n)})\,w^{(n)} + \\
&\quad + (z\,z)\,u + (z\,z')\,u' + \ldots + (z\,z^{(m)})\,u^{(m)}] + \\
&+ u'\,[(z'\,y)\,w + (z'\,y')\,w' + \ldots + (z'\,y^{(n)})\,w^{(n)} + \\
&\quad + (z'\,z)\,u + (z'\,z')\,u' + \ldots + (z'\,z^{(m)})\,u^{(m)}] + \\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&+ u^{(m)}\,[(z^{(m)}\,y)\,w + (z^{(m)}y')\,w' + \ldots + (z^{(m)}\,y^{(n)})\,w^{(n)} + \\
&\quad + (z^{(m)}z)\,u + (z^{(m)}z')\,u' + \ldots + (z^{(m)}\,z^{(m)})\,u^{(m)}].
\end{aligned}$$

Setzt man nun wieder der Kürze wegen:

$$\begin{aligned}
&(r\,y)\,w + (r\,y')\,w' + \ldots + (r\,y^{(n)})\,w^{(n)} + \\
&(r\,z)\,u + (r\,z')\,u' + \ldots + (r\,z^{(m)})\,u^{(m)} = M_r
\end{aligned}$$

so hat man für die Glieder der zweiten Ordnung:

$$\frac{1}{2}\int_{x_1}^{x_2} \Big\{ w\,M_y + w'\,M_{y'} + \ldots + w^{(n)}\,M_{y^{(n)}} + u\,M_u + u'\,M_{u'} + \ldots + \\ + u^{(m)}\,M_{u^{(m)}} \Big\}\,dx$$

Führt man nun folgende Bezeichnungsweise ein:

$$\frac{\partial V}{\partial y} w + \frac{\partial V}{\partial y'} w' + \frac{\partial V}{\partial y''} w'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}} w^{(n)} +$$
$$+ \frac{\partial V}{\partial z} u + \frac{\partial V}{\partial z'} u' + \frac{\partial V}{\partial z''} u'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial z^{(m)}} u^{(m)} = W$$

so hat man:

$$\frac{\partial W}{\partial y} = M_y, \frac{\partial W}{\partial y'} = M_{y'}, \frac{\partial W}{\partial y''} = M_{y''} \ldots \frac{\partial W}{\partial y^{(n)}} = M_y^{(n)}$$
$$\frac{\partial W}{\partial z} = M_z, \frac{\partial W}{\partial z'} = M_{z'}, \frac{\partial W}{\partial z''} = M_{z''} \ldots \frac{W}{\partial z^{(m)}} = M_z^{(m)}$$

und folglich ist:

$$U_1 - U = \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial V}{\partial y} w + \frac{\partial V}{\partial y'} w' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}} w^{(n)} + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial V}{\partial z} u + \frac{\partial V}{\partial z'} u' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial z^{(m)}} u^{(m)} \right\} dx +$$
$$+ \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial W}{\partial y} w + \frac{\partial W}{\partial y'} w' + \ldots + \frac{\partial W}{\partial y^{(n)}} w^{(n)} + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial W}{\partial z} u + \frac{\partial W}{\partial z'} u' + \ldots + \frac{\partial W}{\partial z^{(m)}} u^{(m)} \right\} dx$$

So wie wir nun die Glieder der ersten Ordnung mittelst des theilweisen Integrirens umwandelten, genau so lassen sich auch die Glieder der zweiten Ordnung umwandeln, man hat nämlich für dieselben:

$$\int_{x_1}^{x_2} \delta y \left\{ \frac{\partial W}{\partial y} - \left(\frac{\partial W}{\partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial W}{\partial y''}\right)'' - \ldots + (-1)^n \left(\frac{\partial W}{\partial y^{(n)}}\right)^{(n)} \right\} \partial x +$$
$$+ \int_{x_1}^{x_2} \delta z \left\{ \frac{\partial W}{\partial z} - \left(\frac{\partial W}{\partial z'}\right)' + \left(\frac{\partial W}{\partial z''}\right)'' - \ldots + (-1)^m \left(\frac{\partial W}{\partial z^{(m)}}\right)^{(m)} \right\} \partial z +$$
$$+ \left\{ \delta y \left[\frac{\partial W}{\partial y'} - \left(\frac{\partial W}{\partial y''}\right)' + \left(\frac{\partial W}{\partial y'''}\right)'' - \ldots + (-1)^{n-1} \left(\frac{\partial W}{\partial y^{(n)}}\right)^{(n-1)} \right] \right\}_{x_1}^{x_2} +$$
$$+ \left\{ \delta z \left[\frac{\partial W}{\partial z'} - \left(\frac{\partial W}{\partial z''}\right)' + \left(\frac{\partial W}{\partial z'''}\right)'' - \ldots + (-1)^{m-1} \left(\frac{\partial W}{\partial z^{(m)}}\right)^{(m-1)} \right] \right\}_{x_1}^{x_2} +$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+ \left\{ \delta y^{(n-1)} \frac{\partial W}{\partial y^{(n)}} \right\}_{x_1}^{x_2} + \left\{ \delta z^{(m-1)} \frac{dW}{\partial z^{(m)}} \right\}_{x_1}^{x_2}$$

und dies muss stets sein Zeichen beibehalten, wenn U ein Maximum oder Minimum sein soll.

§. 19.

Die Glieder der zweiten Ordnung lassen sich noch auf eine andere Weise transformiren, die analog ist, der von Legendre gezeigten [1]; wir wollen diese Transformation in zwei speciellen Fällen bewerkstelligen, nämlich wenn $V=\varphi(x, y, y', z, z')$ und wenn $V=\varphi(x, y, y', y'', z, z', z'')$ ist.

Im ersten Falle setze man

$$
(77)\quad
\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}w^2+\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}w'^2+\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}u^2+\frac{\partial^2 V}{\partial z'^2}u'^2+2\frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial y'}ww'+2\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial z}wu+\\
&+2\frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial z'}wu'+2\frac{\partial^2 V}{\partial y'\,\partial z}w'u+2\frac{\partial^2 V}{\partial y'\,\partial z'}w'u'+2\frac{\partial^2 V}{\partial z\,\partial z'}uu'=\\
&=(vw^2+2v_1wu+v_2u^2)'+\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}(w'+\lambda_1 w+\lambda_2 u'+\lambda_3 u)^2+\\
&+\mathrm{L}\,(u'+\mu_1 w+\mu_2 u)^2
\end{aligned}
$$

und bestimme $v, v_1, v_2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \mu_1, \mu_2$ so, dass dieser Gleichung identisch Genüge geschieht.

Führen wir zuerst der Bequemlichkeit halber folgende Abkürzungen ein:

$$
\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}=A,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}=B,\ \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}=C,\ \frac{\partial^2 V}{\partial z'^2}=D,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial y'}=E,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial z}=F,
$$
$$
\frac{\partial^2 V}{\partial y\,dz'}=G,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y'\,\partial z}=H,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y'\,\partial z'}=I,\ \frac{\partial^2 V}{\partial z\,\partial z'}=K
$$

und entwickeln dann den zweiten Theil der Gleichung (77), so erhält man:

$$
\begin{aligned}
&w^2(v'+B\lambda_1^2+\mathrm{L}\mu_1^2)+w'^2B+u^2(v_2'+B\lambda_3^2+\mathrm{L}\mu_2^2)+\\
&+u'^2(B\lambda_2^2+\mathrm{L})+2ww'(v+B\lambda_1)+2wu(v'_1+B\lambda_1\lambda_3+\\
&+\mathrm{L}\mu_1\mu_2)+2wu'(v_1+B\lambda_1\lambda_2+\mathrm{L}\mu_1)+2w'u(v_1+\\
&+B\lambda_3)+2w'u'B\lambda_2+2uu'(v_2+B\lambda_2\lambda_3+L\mu_2).
\end{aligned}
$$

Durch Vergleichung dieses Ausdruckes mit dem ersten Theil der Gleichung (77) wird man zu folgenden Relationen geführt:

[1]) Man sehe hierüber die Abhandlung von Mainardi im 3. Bande von Tortolini's Journal für Mathematik.

$$
\begin{aligned}
A &= v' + B\lambda_1^2 + L\mu_1^2 \\
C &= v_2' + B\lambda_3^2 + L\mu_2^2 \\
D &= B\lambda_2^2 + L \\
E &= v + B\lambda_1 \\
F &= v_1' + B\lambda_1\lambda_3 + L\mu_1\mu_2 \\
G &= v_1 + B\lambda_1\lambda_2 + L\mu_1 \\
H &= v_1 + B\lambda_3 \\
I &= B\lambda_2 \\
K &= v_2 + B\lambda_2\lambda_3 + L\mu_2.
\end{aligned}
$$

Aus diesen ergeben sich unmittelbar folgende Werthe für λ_2 und L

$$
\begin{aligned}
\lambda_2 &= \frac{I}{B} \\
L &= \frac{BD - I^2}{B}
\end{aligned}
\tag{78}
$$

und werden dieselben in die obigen Gleichungen eingeführt, so erhält man:

$$
\begin{aligned}
A &= v' + B\lambda_1^2 + \frac{BD - I^2}{B}\mu_1^2 \\
C &= v'_2 + B\lambda_3^2 + \frac{BD - I^2}{B}\mu_2^2 \\
E &= v + B\lambda_1 \\
F &= v_1' + B\lambda_1\lambda_3 + \frac{BD - I^2}{B}\mu_1\mu_2 \\
G &= v_1 + I\lambda_1 + \frac{BD - I^2}{B}\mu_1 \\
H &= v_1 + B\lambda_3 \\
K &= v_2 + I\lambda_3 + \frac{BD - I^2}{B}\mu_2.
\end{aligned}
\tag{79}
$$

Diese sieben Gleichungen sind hinreichend zur Bestimmung der in ihnen vorkommenden sieben Unbekannten $v, v_1, v_2, \lambda_1, \lambda_3, \mu_1, \mu_2$.

Im zweiten Falle, wo $V = \varphi(x, y, y'\, y'', z, z', z'')$ ist, setze man:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} w^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} w'^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} w''^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} u^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial z'^2} u'^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial z''^2} u''^2 + \\
&+ 2\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y'} ww' + 2\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y''} ww'' + 2\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial z} wu + 2\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial z'} wu' + \quad (\\
&+ 2\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial z''} wu'' + 2\frac{\partial^2 V}{\partial y'\, \partial y''} w'w'' + 2\frac{\partial^2 V}{\partial y'\, \partial z} w'u + 2\frac{\partial^2 V}{\partial y'\, \partial z'} w'u' +
\end{aligned}
$$

$$+ 2\frac{\partial^2 V}{\partial y'\,\partial z''}w'u'' + 2\frac{\partial^2 V}{\partial y''\,\partial z}w''u + 2\frac{\partial^2 V}{\partial y''\,\partial z'}w''u' + 2\frac{\partial^2 V}{\partial y''\,\partial z''}w''u'' +$$

$$+ 2\frac{\partial^2 V}{\partial z\,\partial z'}uu' + 2\frac{\partial^2 V}{\partial z\, z''}uu'' + 2\frac{\partial^2 V}{\partial z'\,\partial z''}u'u'' =$$

$$=(v w^2 + v_1 w'^2 + v_2 u^2 + v_3 u'^2 + 2v_4 w w' + 2v_5 w u + 2v_6 w u' +$$

$$+ 2v_7 w' u + 2v_8 w' u' + 2v_9 u u')' + \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}(w'' + \lambda_1 w' + \lambda_2 w +$$

$$+ \lambda_3 u'' + \lambda_4 u' + \lambda_5 u)^2 + \mathrm{L}(u'' + \mu_1 w' + \mu_2 w + \mu_3 u' + \mu_4 u)^2$$

und bestimme $v, v_1, v_2, \ldots v_9,\ \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5,\ \mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ so, dass dieser Gleichung identisch Genüge geschieht.

Führen wir nun wieder folgende Abkürzungen ein:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = A,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} = B,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} = C,\ \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = D,\ \frac{\partial^2 V}{\partial z'^2} = E,\ \frac{\partial^2 V}{\partial z''^2} = F,$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial y'} = G,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial y''} = H,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial z} = I,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial z'} = K,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial z''} = L,$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'\,\partial y''} = M,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y'\,\partial z} = N,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y'\,\partial z'} = O,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y'\,\partial z''} = P,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y''\,\partial z} = Q,$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y''\,\partial z'} = R,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y''\,\partial z''} = S,\ \frac{\partial^2 V}{\partial z\,\partial z'} = T,\ \frac{\partial^2 V}{\partial z\,\partial z''} = U,\ \frac{\partial^2 V}{\partial z'\,\partial z''} = V,$$

so haben wir, wenn wir den zweiten Theil der Gleichung (80) entwickeln und ordnen, Folgendes:

$$w^2(v' + C\lambda_2^2 + \mathrm{L}\mu_2^2) + w'^2(v_1' + 2v_4 + C\lambda_1^2 + \mathrm{L}\mu_1^2) +$$
$$+ C w''^2 + u^2(v_2' + C\lambda_5^2 + \mathrm{L}\mu_4^2) + u'^2(v_3' + 2v_9 +$$
$$+ C\lambda_4^2 + \mathrm{L}\mu_3^2) + u''^2(C\lambda_3^2 + \mathrm{L}) + 2ww'(v + v_4' +$$
$$+ C\lambda_1\lambda_2 + \mathrm{L}\mu_1\mu_2) + 2ww''(v_4 + C\lambda_2) + 2wu(v_5' +$$
$$+ C\lambda_2\lambda_5 + \mathrm{L}\mu_2\mu_4) + 2wu'(v_5 + v_6' + C\lambda_2\lambda_4 +$$
$$+ \mathrm{L}\mu_2\mu_3) + 2wu''(v_6 + C\lambda_2\lambda_3 + \mathrm{L}\mu_2) + 2w'w''(v_1 +$$
$$+ C\lambda_1) + 2w'u(v_5 + v_7' + C\lambda_1\lambda_5 + \mathrm{L}\mu_1\mu_4) +$$
$$+ 2w'u'(v_6 + v_7 + v_8' + C\lambda_1\lambda_4 + \mathrm{L}\mu_1\mu_3) +$$
$$+ 2w'u''(v_8 + C\lambda_1\lambda_3 + \mathrm{L}\mu_1) + 2w''u(v_7 + C\lambda_5) +$$
$$+ 2w''u'(v_8 + C\lambda_4) + 2C\lambda_3 u''w'' + 2uu'(v_2 +$$
$$+ v_9' + C\lambda_4\lambda_5 + \mathrm{L}\mu_3\mu_4) + 2uu''(v_9 + C\lambda_3\lambda_5 +$$
$$+ \mathrm{L}\mu_4) + 2u'u''(v_3 + C\lambda_3\lambda_4 + \mathrm{L}\mu_3).$$

Damit nun (80) identisch werde, müssen folgende Gleichungen stattfinden:

$$
\begin{aligned}
A &= v' + C\lambda_2^2 + \mathrm{L}\mu_2^2 \\
B &= v_1' + 2v_4 + C\lambda_1^2 + \mathrm{L}\mu_1^2 \\
D &= v_2' + C\lambda_5^2 + \mathrm{L}\mu_4^2 \\
E &= v_3' + 2v_9 + C\lambda_4^2 + \mathrm{L}\mu_3^2 \\
F &= C\lambda_3^2 + \mathrm{L} \\
G &= v + v_4' + C\lambda_1\lambda_2 + \mathrm{L}\mu_1\mu_2 \\
H &= v_4 + C\lambda_2 \\
I &= v_5' + C\lambda_2\lambda_5 + \mathrm{L}\mu_2\mu_4 \\
K &= v_5 + v_6' + C\lambda_2\lambda_4 + \mathrm{L}\mu_2\mu_3 \\
L &= v_6 + C\lambda_2\lambda_3 + \mathrm{L}\mu_2 \\
M &= v_1 + C\lambda_1 \\
N &= v_5 + v_7' + C\lambda_1\lambda_5 + \mathrm{L}\mu_1\mu_4 \\
O &= v_6 + v_7 + v_8' + C\lambda_1\lambda_4 + \mathrm{L}\mu_1\mu_3 \\
P &= v_8 + C\lambda_1\lambda_3 + \mathrm{L}\mu_1 \\
Q &= v_7 + C\lambda_5 \\
R &= v_8 + C\lambda_4 \\
S &= C\lambda_3 \\
T &= v_2 + v_9' + C\lambda_4\lambda_5 + \mathrm{L}\mu_3\mu_4 \\
U &= v_9 + C\lambda_3\lambda_5 + \mathrm{L}\mu_4 \\
V &= v_3 + C\lambda_3\lambda_4 + \mathrm{L}\mu_3.
\end{aligned}
$$

Aus ihnen ergeben sich unmittelbar die Werthe von λ_3 und L; es ist nämlich

$$
\left.
\begin{aligned}
\lambda_3 &= \frac{S}{C} \\
\mathrm{L} &= \frac{CF - S^2}{C}
\end{aligned}
\right\} \tag{81}
$$

und diese in den obigen Gleichungen eingeführt, geben:

$$
\begin{aligned}
A &= v' + C\lambda_2^2 + \frac{CF - S^2}{C}\mu_2^2 \\
B &= v_1' + 2v_4 + C\lambda_1^2 + \frac{CF - S^2}{C}\mu_1^2 \\
D &= v_2' + C\lambda_5^2 + \frac{CF - S^2}{C}\mu_4^2 \\
E &= v_3' + 2v_9 + C\lambda_4^2 + \frac{CF - S^2}{C}\mu_3^2 \qquad (82) \\
G &= v + v_4' + C\lambda_1\lambda_2 + \frac{CF - S^2}{C}\mu_1\mu_2
\end{aligned}
$$

(82)
$$
\begin{aligned}
H &= v_4 + C\lambda_2 \\
I &= v_5' + C\lambda_2\lambda_5 + \frac{CF-S^2}{C}\mu_2\mu_4 \\
K &= v_5 + v_6' + C\lambda_2\lambda_4 + \frac{CF-S^2}{C}\mu_2\mu_3 \\
L &= v_6 + \lambda_2 S + \frac{CF-S^2}{C}\mu_2 \\
M &= v_1 + C\lambda_1 \\
N &= v_5 + v_7' + C\lambda_1\lambda_5 + \frac{CF-S^2}{C}\mu_1\mu_4 \\
O &= v_6 + v_7 + v_8' + C\lambda_1\lambda_4 + \frac{CF-S^2}{C}\mu_1\mu_3 \\
P &= v_8 + S\lambda_1 + \frac{CF-S^2}{C}\mu_1 \\
Q &= v_7 + C\lambda_5 \\
R &= v_8 + C\lambda_4 \\
T &= v_2 + v_9' + C\lambda_4\lambda_5 + \frac{CF-S^2}{C}\mu_3\mu_4 \\
U &= v_9 + S\lambda_5 + \frac{CF-S^2}{C}\mu_4 \\
V &= v_3 + S\lambda_4 + \frac{CF-S^2}{C}\mu_3.
\end{aligned}
$$

Diese 18 Gleichungen sind hinreichend zur Bestimmung von den in ihnen vorkommenden 18 Unbekannten.

Man kann nun auf ganz ähnliche Weise verfahren, wenn in V auch noch y''' und z''' oder noch y'''' und z'''' u. s. f. vorkommen. In gewissen speciellen Fällen, die wir später Gelegenheit haben werden ausführlicher zu betrachten, sind wir jedoch genöthigt, die Glieder zweiter Ordnung anders zu transformiren.

§. 20.

Ich will nun hier den in §. 5 bewiesenen Lehrsatz verallgemeinern. Es seien

(83)
$$
\begin{aligned}
\varphi\,(x, y, y', y'' \ldots y^{(n)} z, z', z'' \ldots z^{(m)}) &= 0 \\
\psi\,(x, y, y', y'' \ldots y^{(n)} z, z', z'' \ldots z^{(m)}) &= 0
\end{aligned}
$$

zwei Differential-Gleichungen, deren Integrale wir als bekannt voraussetzen. Sie seien

(84)
$$
\begin{aligned}
y &= \eta\,(x, a_1, a_2, a_3 \ldots) \\
z &= \zeta\,(x, a_1, a_2, a_3 \ldots)
\end{aligned}
$$

Denkt man sich diese Werthe in (83) eingeführt, so erhält man identische Gleichungen; differenzirt man dieselben nach irgend einem a, so erhält man

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial a}+\frac{\partial\varphi}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial a}+\cdots+\frac{\partial\varphi}{\partial y^{(n)}}\frac{\partial y^{(n)}}{\partial a}+\frac{\partial\varphi}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial a}+\frac{\partial\varphi}{\partial z'}\frac{\partial z'}{\partial a}+\cdots\\
&\qquad+\frac{\partial\varphi}{\partial z^{(m)}}\cdot\frac{\partial z^{(m)}}{\partial a}=0\\
&\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial a}+\frac{\partial\psi}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial a}+\cdots+\frac{\partial\psi}{\partial y^{(n)}}\frac{\partial y^{(n)}}{\partial a}+\frac{\partial\psi}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial a}+\frac{\partial\psi}{\partial z'}\frac{\partial z'}{\partial a}+\cdots\\
&\qquad+\frac{\partial\psi}{\partial z^{(m)}}\cdot\frac{\partial z^{(m)}}{\partial a}=0
\end{aligned}\tag{85}$$

und diese Gleichungen sind offenbar wieder identische Gleichungen.

Setzt man

$$\frac{\partial y}{\partial a}=p,\quad \frac{\partial z}{\partial a}=q$$

so ist:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial y'}{\partial a}&=\frac{\partial p}{\partial x},\quad \frac{\partial y''}{\partial a}=\frac{\partial^2 p}{\partial x^2},\quad \frac{\partial y'''}{\partial a}=\frac{\partial^3 p}{\partial x^3},\ldots\\
\frac{\partial z'}{\partial a}&=\frac{\partial q}{\partial x},\quad \frac{\partial z''}{\partial a}=\frac{\partial^2 q}{\partial x^2},\quad \frac{\partial z'''}{\partial a}=\frac{\partial^3 q}{\partial x^3},\ldots
\end{aligned}$$

und die Gleichungen (85) gehen über in

$$\begin{aligned}
&\frac{d\varphi}{\partial y}p+\frac{\partial\varphi}{\partial y'}p'+\cdots+\frac{\partial\varphi}{\partial y^{(n)}}p^{(n)}+\frac{\partial\varphi}{\partial z}q+\frac{\partial\varphi}{\partial z'}q'+\cdots\\
&\qquad+\frac{\partial\varphi}{\partial z^{(m)}}q^{(m)}=0\\
&\frac{\partial\psi}{\partial y}p+\frac{\partial\psi}{\partial y'}p'+\cdots+\frac{\partial\psi}{\partial y^{(n)}}p^{(n)}+\frac{\partial\psi}{\partial z}q+\frac{\partial\psi}{\partial z'}q'+\cdots\\
&\qquad+\frac{\partial\psi}{\partial z^{(m)}}q^{(m)}=0.
\end{aligned}\tag{86}$$

Das sind, wie man sieht, lineare Differential-Gleichungen, denen genügt wird für

$$p=\frac{\partial y}{\partial a_1},\quad q=\frac{\partial z}{\partial a_1}$$

oder auch für

$$p=\frac{\partial y}{\partial a_2},\quad q=\frac{\partial z}{\partial a_2}$$

oder auch für

$$p=\frac{\partial y}{\partial a_3},\quad q=\frac{\partial z}{\partial a_3}$$

u. s. f. Man hat folglich für die vollständigen Integrale der zwei Differential-Gleichungen (86)

$$p = A_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + \dots$$

$$q = A_1 \frac{\partial z}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial z}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial z}{\partial a_3} + \dots$$

Kennt man daher die Integrale der Gleichungen (83), so kennt man auch die Integrale der Gleichungen (86), vorausgesetzt, dass man in (86) für y und z die gefundenen in (84) angegebenen Werthe substituirt hat.

Betrachten wir nun folgende zwei Systeme von Gleichungen:

$$(75)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial V}{\partial y} - \left(\dfrac{\partial V}{\partial y'}\right)' + \left(\dfrac{\partial V}{d y''}\right)'' - \dots + (-1)^n \left(\dfrac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\right)^{(n)} = 0 \\ \dfrac{\partial V}{\partial z} - \left(\dfrac{\partial V}{\partial z'}\right)' + \left(\dfrac{\partial V}{\partial z''}\right)'' - \dots + (-1)^m \left(\dfrac{\partial V}{d z^{(m)}}\right)^{(m)} = 0 \end{cases}$$

$$(87)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial W}{d y} - \left(\dfrac{\partial W}{\partial y'}\right)' + \left(\dfrac{\partial W}{\partial y''}\right)'' - \dots + (-1)^n \left(\dfrac{\partial W}{\partial y^{(n)}}\right)^{(n)} = 0 \\ \dfrac{\partial W}{\partial z} - \left(\dfrac{\partial W}{\partial z'}\right)' + \left(\dfrac{\partial W}{\partial z''}\right)'' - \dots + (-1)^m \left(\dfrac{\partial W}{\partial z^{(m)}}\right)^{(m)} = 0, \end{cases}$$

welche, da

$$W = \frac{\partial V}{\partial y}\,\delta y + \frac{\partial V}{\partial y'}\,\delta y' + \dots + \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\,\delta y^{(n)} + \frac{\partial V}{\partial z}\,\delta z + \frac{\partial V}{\partial z'}\,\delta z' + \dots$$
$$+ \frac{\partial V}{\partial z^{(m)}}\,\delta z^{(m)}$$

ist, in demselben analytischen Zusammenhange stehen, wie die Gleichungen (83) und (86), so hat man, wenn die Integrale der Gleichungen (75)

$$y = \eta\,(x,\ a_1,\ a_2,\ a_3 \dots)$$
$$z = \zeta\,(x,\ a_1,\ a_2,\ a_3 \dots)$$

sind, für die Integrale der Gleichungen (87)

$$\delta y = A_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + \dots$$

$$\delta z = A_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial z}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial z}{\partial a_3} + \dots$$

unter A_1, A_2, $A_3 \dots$ willkürliche Constante verstanden.

§. 21.

Nach diesen Vorbereitungen wenden wir uns an die **ausführliche Untersuchung des speciellen Falles**, wenn

$$V = \varphi\,(x, y, y', z, z')$$

ist.

Die Glieder der zweiten Ordnung lassen sich auf folgende drei verschiedene Weisen darstellen:

$$\int_{x_1}^{x_2} (Aw^2 + Bw'^2 + Cu^2 + Du'^2 + 2Eww' + 2Fwu + 2Gwu + 2Hw'u + 2Jw'u' + 2Kuu')\,dx \tag{88}$$

$$\left\{ w\frac{dW}{dy'} + u\frac{\partial W}{\partial z'} \right\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} \left\{ w\left[\frac{\partial W}{\partial y} - \left(\frac{\partial W}{\partial y'}\right)'\right] + u\left[\frac{\partial W}{\partial z} - \left(\frac{\partial W}{\partial z'}\right)'\right] \right\} dx \tag{89}$$

$$\{ vw^2 + 2v_1 wu + v_2 u^2 \}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} B(w' + \lambda_1 w + \lambda_2 u' + \lambda_3 u)^2 dx + \int_{x_1}^{x_2} L\,(u' + \mu_1 w + \mu_2 u)^2 dx \tag{90}$$

die mit einander identisch sind. Die in (89) vorkommende Grösse W ist gleich:

$$W = \frac{\partial V}{\partial y}\,\delta y + \frac{\partial V}{\partial y'}\,\delta y' + \frac{\partial V}{\partial z}\,\delta z + \frac{\partial V}{\partial z'}\,\delta z'$$

und die in (90) vorkommenden Grössen $v, v_1, v_2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \mu_1, \mu_2\, L$ haben zu genügen, folgenden Gleichungen:

$$\lambda_2 = \frac{I}{B} \qquad L = \frac{BD - I^2}{B} \tag{78}$$

$$\begin{aligned}
A &= v' + B\lambda_1^2 + \frac{BD-I^2}{B}\,\mu_1^2 \\
C &= v_2' + B\lambda_3^2 + \frac{BD-I^2}{B}\,\mu_2^2 \\
E &= v + B\lambda_1 \\
F &= v_1' + B\lambda_1\lambda_3 + \frac{BD-I^2}{B}\,\mu_1\,\mu_2 \\
G &= v_1 + I\lambda_1 + \frac{BD-I^2}{B}\,\mu_1 \\
H &= v_1 + B\lambda_3 \\
K &= v_2 + I\lambda_3 + \frac{BD-I^2}{B}\,\mu_2
\end{aligned} \tag{79}$$

Aus den Gleichungen (79) folgen:

$$\lambda_1 = \frac{E-v}{B}$$

$$\lambda_2 = \frac{H-v_1}{B}$$

$$\mu_1 = \frac{B(G-v_1)-I(E-v)}{BD-I^2}$$

$$\mu_2 = \frac{B(K-v_2)-I(H-v_1)}{BD-I^2}$$

$$(91) \quad \begin{cases} (BD-I^2)(v'-A)+D(E-v)^2+B(G-v_1)^2- \\ \quad -2I(G-v_1)(E-v)=0 \\ (BD-I^2)(v_2'-C)+D(H-v_1)^2+B(K-v_2)^2- \\ \quad -2I(H-v_1)(K-v_2)=0 \\ (BD-I^2)(v_1'-F)+D(E-v)(H-v_1)+B(G-v_1)(K-v_2)- \\ \quad -I(E-v)(K-v_2)-I(G-v_1)(H-v_1)=0. \end{cases}$$

Würde man im Stande sein, die drei letzten Gleichungen, welche Differential-Gleichungen der ersten Ordnung sind, zu integriren, so hätte man v, v_1 und v_2 als Functionen von x mit drei willkürlichen Constanten versehen, und dann ergäbe sich auch unmittelbar λ_1, λ_2 μ_1, μ_2. Aber die Integration dieser drei Gleichungen auf directem Wege zu bewerkstelligen macht bedeutende Schwierigkeiten; wir wollen uns daher die Integrale derselben verschaffen auf eine Art, die ganz analog ist der, wie wir uns im ersten Memoire die Integrale der im §. 4 aufgestellten Gleichungen verschafften. Wir nehmen nämlich an, dass man die beiden Gleichungen:

$$(92) \quad \begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial y} - \left(\frac{\partial V}{\partial y'}\right)' = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial z} - \left(\frac{\partial V}{\partial z'}\right)' = 0 \end{aligned}$$

integriren könne [1]) und dass ihre Integrale

[1]) Um diese Gleichungen zu integriren, ist man im Allgemeinen genöthigt, früher eine der abhängigen Variablen y oder z wegzuschaffen. Zu dem Behufe differenzire man dieselben zweimal nach einander. Die vorgelegten zwei Gleichungen sind Functionen von

$$x,\ y,\ y',\ y'',\ z,\ z',\ z'',$$

die einmal differenzirten Gleichungen sind Functionen von

$$x,\ y,\ y',\ y'',\ y''',\ z,\ z',\ z'',\ z'''$$

$$y = \varphi\,(x, a_1, a_2, a_3, a_4)$$
$$z = \psi\,(x, a_1, a_2, a_3, a_4)$$

seien; die Integrale der beiden Gleichungen

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial y} - \left(\frac{\partial W}{\partial y'}\right)' &= 0 \\ \frac{\partial W}{\partial z} - \left(\frac{\partial W}{\partial z'}\right)' &= 0 \end{aligned} \tag{93}$$

die sich in entwickelter Gestalt auch so schreiben lassen:

$$\begin{aligned} B w'' + I u'' + B' w' + u' (H + I' - G) + \\ + w (E' - A) + u (H' - F) = 0 \\ D u'' + I w'' + D' u' + w' (G + I' - H) + \\ + u (K' - C) + w (G' - F) = 0 \end{aligned} \tag{94}$$

sind:

$$\begin{aligned} w &= A_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + A_4 \frac{\partial y}{\partial a_4} \\ u &= A_1 \frac{\partial z}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial z}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial z}{\partial a_3} + A_4 \frac{\partial z}{\partial a_4}. \end{aligned} \tag{95}$$

Betrachten wir nun die Gleichung:

$$\left\{ w \frac{\partial W}{\partial y'} + u \frac{\partial W}{\partial z'} \right\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} \left\{ w \left[\frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial W}{\partial y'} \right] + u \left[\frac{\partial W}{\partial z} - \left(\frac{\partial W}{\partial z'}\right)' \right] \right\} dx =$$

$$\left\{ v w^2 + 2 v_1 u w + v_2 u^2 \right\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} B\,(w' + \lambda_1 w + \lambda_2 u' + \lambda_3 u)^2\, dx +$$

$$+ \int_{x_1}^{x_2} L\,(u' + \mu_1 w + \mu_2 u)^2\, dx,$$

---

und die nochmals differenzirten, Functionen von

$$x, y, y', y'', y''', y'''', z, z', z'', z''', z''''.$$

Eliminirt man aus diesen sechs Gleichungen die fünf Grössen

$$z, z', z'', z''', z'''',$$

so erhält man eine Differential-Gleichung der vierten Ordnung von der Form

$$F\,(x, y, y', y'', y''', y'''') = 0;$$

ergibt sich hieraus

$$y = \varphi\,(x, a_1, a_2, a_3, a_4),$$

so wird man diesen Werth von y in die vier ersten von den sechs Gleichungen einführen, und aus denselben dann z suchen. Man erhält dann offenbar

$$z = \psi\,(x, a_1, a_2, a_3, a_4).$$

welche identisch sein muss, falls die Grössen $v, v_1, v_2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \mu_1, \mu_2, L$ gehörig gewählt sind. Das im ersten Theile derselben vorkommende Integral verschwindet, wenn man statt u und v die Ausdrücke in (95) substituirt; also muss, wenn man dieselbe Substitution im zweiten Theile der Gleichung durchführt, auch da die Integrale verschwinden; mit andern Worten, die in (95) stehenden Ausdrücke sind die vollständigen Integrale der zwei Differential-Gleichungen:

$$w' + \lambda_1 w + \lambda_2 u' + \lambda_3 u = 0$$
$$u' + \mu_1 w + \mu_2 u = 0.$$

Man kann nun ebenso, als die vollständigen Integrale dieser Gleichungen folgende Ausdrücke ansehen:

$$w = B_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + B_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + B_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + B_4 \frac{\partial y}{\partial a_4}$$
$$u = B_1 \frac{\partial z}{\partial a_1} + B_2 \frac{\partial z}{\partial a_2} + B_3 \frac{\partial z}{\partial a_3} + B_4 \frac{\partial z}{\partial a_4}$$

nud demgemäss die Coëfficienten $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2$ bestimmen. Setzt man nun

$$\alpha_1 = A_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + A_4 \frac{\partial y}{\partial a_4}$$
$$\alpha_2 = B_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + B_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + B_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + B_4 \frac{\partial y}{\partial a_4}$$
$$\beta_1 = A_1 \frac{\partial z}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial z}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial z}{\partial a_3} + A_4 \frac{\partial z}{\partial a_4}$$
$$\beta_2 = B_1 \frac{\partial z}{\partial a_1} + B_2 \frac{\partial z}{\partial a_2} + B_3 \frac{\partial z}{\partial a_3} + B_4 \frac{\partial z}{\partial a_4}$$

so hat man:

$$\alpha_1' + \lambda_1 \alpha_1 + \lambda_2 \beta_1' + \lambda_3 \beta_1 = 0 \qquad \beta_1' + \mu_1 \alpha_1 + \mu_2 \beta_1 = 0$$
$$\alpha_2 + \lambda_1 \alpha_2 + \lambda_2 \beta_2' + \lambda_3 \beta_2 = 0 \qquad \beta_2' + \mu_1 \alpha_2 + \mu_2 \beta_2 = 0$$

und hieraus folgt:

$$(96) \quad \begin{aligned}
\lambda_1 &= \frac{\alpha_2'\beta_1 - \alpha_1'\beta_2}{\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1} + \frac{I}{B} \frac{\beta_1 \beta_2' - \beta_1'\beta_2}{\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1} \\
\lambda_2 &= \frac{\alpha_2 \alpha_1' - \alpha_1 \alpha_2'}{\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1} + \frac{I}{B} \frac{\alpha_2 \beta_1' - \alpha_1 \beta_2'}{\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1} \\
\mu_1 &= \frac{\beta_1 \beta_2' - \beta_1'\beta_2}{\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1} \\
\mu_2 &= \frac{\alpha_2 \beta_1' - \alpha_1 \beta_2'}{\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1}
\end{aligned}$$

Nachdem wir nun die Werthe von λ_1, λ_2, μ_1, μ_2 aufgestellt haben, suchen wir aus den Gleichungen (79) v, v_1 und v_2. Man hat für dieselben:

$$\begin{aligned} v &= E - B\lambda_1 \\ v_1 &= H - B\lambda_2 \\ v_2 &= K - I\lambda_2 - \frac{BD - I^2}{B}\mu_2 \end{aligned} \tag{97}$$

und wenn unsere Analyse gegen jeden Einwand gesichert sein soll (denn die Schlüsse, mittelst welchen wir zu $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2$ kamen, könnten vielleicht Einwände hervorrufen), müssen wir noch nachweisen:

Erstens. Dass die gefundenen Werthe von $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2, v, v_1, v_2$, den noch übrig bleibenden Gleichungen (78), nämlich

$$\begin{aligned} A &= v' + B\lambda_1^2 + \frac{BD - I^2}{B}\mu_1^2 \\ C &= v_2' + B\lambda_2^2 + \frac{BD - I^2}{B}\mu_2^2 \\ F &= v_1' + B\lambda_1\lambda_2 + \frac{BD - I^2}{B}\mu_1\mu_2 \\ G &= v_1 + I\lambda_1 + \frac{BD - I^2}{B}\mu_1 \end{aligned} \tag{98}$$

genügen, und

zweitens, dass sie mit drei willkürlichen Constanten versehen sind.

Falls alles dies dargethan ist, folgt von selbst, dass die Ausdrücke in (97) die Integrale der drei Differential-Gleichungen (91) sind.

Bevor wir weiter gehen, führen wir folgende Bezeichnungsweise ein:

$$\begin{aligned} \alpha_1\ \beta_2 - \alpha_2\ \beta_1 &= M_1 \\ \alpha_1'\ \beta_2 - \alpha_2'\ \beta_1 &= M_2 \\ \alpha_1\ \beta_2' - \alpha_2\ \beta_1' &= M_3 \\ \alpha_1\ \alpha_2' - \alpha_1'\ \alpha_2 &= M_4 \\ \beta_1\ \beta_2' - \beta_1'\ \beta_2 &= M_5 \\ \alpha_1'\ \beta_2' - \alpha_2'\ \beta_1' &= M_6 \\ \alpha_1''\ \beta_2 - \alpha_2''\ \beta_1 &= M_7 \\ \alpha_1\ \beta_2'' - \alpha_2\ \beta_1'' &= M_8 \\ \alpha_1\ \alpha_2'' - \alpha_1''\ \alpha_2 &= M_9 \\ \beta_1\ \beta_2'' - \beta_1''\ \beta_2 &= M_{10} \end{aligned}$$

dadurch wird:

$$
(99)\qquad
\begin{aligned}
\lambda_1 &= -\frac{M_2}{M_1} + \frac{I}{B}\frac{M_5}{M_1}\\
\lambda_2 &= \frac{I}{B}\\
\lambda_3 &= -\frac{M_4}{M_1} - \frac{I}{B}\frac{M_3}{M_1}\\
\mu_1 &= \frac{M_5}{M_1}\\
\mu_2 &= -\frac{M_3}{M_1}
\end{aligned}
$$

und die Werthe von v, v_1, v_2 sind:

$$
(100)\qquad
\begin{aligned}
v &= E + B\frac{M_2}{M_1} - I\frac{M_5}{M_1}\\
v_1 &= H + B\frac{M_4}{M_1} + I\frac{M_3}{M_1}\\
v_2 &= K + I\frac{M_4}{M_1} + D\frac{M_3}{M_1}\,.
\end{aligned}
$$

Aus diesen ergeben sich durch Differentiation:

$$
\begin{aligned}
v' &= E' + B'\frac{M_2}{M_1} + B\frac{M_1 M_2' - M_2 M_1'}{M_1^2} - I'\frac{M_5}{M_1} - I\frac{M_1 M_5' - M_5 M_1'}{M_1^2}\\
v_1' &= H' + B'\frac{M_4}{M_1} + B\frac{M_1 M_4' - M_4 M_1'}{M_1^2} + I'\frac{M_3}{M_1} + I\frac{M_1 M_3' - M_3 M_1'}{M_1^2}\\
v_2' &= K' + I'\frac{M_4}{M_1} + I\frac{M_1 M_4' - M_4 M_1'}{M_1^2} + D'\frac{M_3}{M_1} + D\frac{M_1 M_3' - M_3 M_1'}{M_1^2}.
\end{aligned}
$$

Es ist aber:

$$
\begin{aligned}
M_1' &= M_2 + M_3\\
M_2' &= M_6 + M_7\\
M_3' &= M_6 + M_8\\
M_4' &= M_9\\
M_5' &= M_{10}
\end{aligned}
$$

folglich, wenn man diese Werthe einführt:

$$
\begin{aligned}
v' = E' + B'\frac{M_2}{M_1} + B\frac{M_1 M_6 + M_1 M_7 - M_2^2 - M_2 M_3}{M_1^2} -\\
- I'\frac{M_5}{M_1} - I\frac{M_1 M_{10} - M_2 M_5 - M_3 M_5}{M_1^2}
\end{aligned}
$$

$$v_1' = H' + B' \frac{M_4}{M_1} + B \frac{M_1 M_9 - M_2 M_4 - M_3 M_4}{M_1^2} + \\ + I' \frac{M_3}{M_1} + I \frac{M_1 M_6 + M_1 M_8 - M_2 M_3 - M_3^2}{M_1^2}$$

$$v_2' = K' + I' \frac{M_4}{M_1} + I \frac{M_1 M_9 - M_2 M_4 - M_3 M_4}{M_1^2} + \\ + D' \frac{M_3}{M_1} + D \frac{M_1 M_6 + M_1 M_8 - M_2 M_3 - M_3^2}{M_1^2}$$

und nun sollen, wenn man diese Werthe in (98) einführt, identische Gleichungen erscheinen. Die erste von ihnen ist:

$$-A + E + B' \frac{M_2}{M_1} + B \frac{M_1 M_6 + M_1 M_7 - M_2^2 - M_2 M_3}{M_1^2} - I' \frac{M_5}{M_1} + \\ + I \frac{M_2 M_5 + M_3 M_5 - M_1 M_{10}}{M_1^2} + B \left(\frac{M_2^2}{M_1^2} - 2 \frac{I}{B} \frac{M_2 M_5}{M_1^2} + \right. \\ \left. + \frac{I^2}{B^2} \frac{M_5^2}{M_1^2}\right) + \frac{B D - I^2}{B} \frac{M_5^2}{M_1^2} = 0$$

und gibt reducirt:

$$-A + E + B' \frac{M_2}{M_1} + B \frac{M_1 M_6 + M_1 M_7 - M_2 M_3}{M_1^2} - I' \frac{M_5}{M_1} + \\ + I \frac{M_3 M_5 - M_2 M_5 - M_1 M_{10}}{M_1^2} + D \frac{M_5^2}{M_1^2} = 0.$$

Die zweite der Gleichungen (98) heisst:

$$-C + K' + I' \frac{M_4}{M_1} + I \frac{M_1 M_9 - M_2 M_4 - M_3 M_4}{M_1^2} + D' \frac{M_3}{M_1} + \\ + D \frac{M_1 M_6 + M_1 M_8 - M_2 M_3 - M_3^2}{M_1^2} + B \left(\frac{M_4^2}{M_1^2} + 2 \frac{I}{B} \frac{M_3 M_4}{M_1^2} + \right. \\ \left. + \frac{I^2}{B^2} \frac{M_3^2}{M_1^2}\right) + \frac{BD - I^2}{B} \frac{M_3^2}{M_1^2} = 0$$

und gibt reducirt:

$$-C + K' + I' \frac{M_4}{M_1} + I \frac{M_1 M_9 - M_2 M_4 + M_3 M_4}{M_1^2} + D' \frac{M_3}{M_1} + \\ + D \frac{M_1 M_6 + M_1 M_8 - M_2 M_3}{M_1^2} + B \frac{M_4^2}{M_1^2} = 0.$$

Die dritte der Gleichungen (98) ist:

$$-F + H' + B' \frac{M_4}{M_1} + B \frac{M_1 M_9 - M_2 M_4 - M_3 M_4}{M_1^2} + I' \frac{M_3}{M_1} + \\ + I \frac{M_1 M_6 + M_1 M_8 - M_2 M_3 - M_3^2}{M_1^2} + B \left(\frac{M_2 M_4}{M_1^2} - \frac{I}{B} \frac{M_4 M_5}{M_1^2} + \right. \\ \left. + \frac{I}{B} \frac{M_2 M_3}{M_1^2} - \frac{I^2}{B^2} \frac{M_3 M_5}{M_1^2}\right) - \frac{BD - I^2}{B} \frac{M_3 M_5}{M_1^2} = 0$$

oder reducirt:

$$-F + H' + B' \frac{M_4}{M_1} + B \frac{M_1 M_9 - M_3 M_4}{M_1^2} + \Gamma \frac{M_3}{M_1} +$$
$$+ \Gamma \frac{M_1 M_6 + M_1 M_8 - M_4 M_5 - M_3^2}{M_1^2} - D \frac{M_3 M_5}{M_1^2} = 0.$$

Endlich ist die letzte der Gleichungen (98)

$$-G + H + B \frac{M_4}{M_1} + \Gamma \frac{M_3}{M_1} - \Gamma \frac{M_2}{M_1} + \frac{\Gamma^2}{B} \frac{M_5}{M_1} + \frac{BD - \Gamma^2}{B} \frac{M_5}{M_1} = 0$$

oder

$$-G + H + B \frac{M_4}{M_1} + \Gamma \frac{M_3 - M_2}{M_1} + D \frac{M_5}{M_1} = 0.$$

Statt den vier Gleichungen (98) kann man daher folgende vier Gleichungen stellen:

$$(101) \quad \begin{cases} -A + E' + B' \frac{M_2}{M_1} + B \frac{M_1 M_6 + M_1 M_7 - M_2 M_3}{M_1^2} - \Gamma \frac{M_5}{M_1} + \\ \qquad + \Gamma \frac{M_3 M_5 - M_2 M_5 - M_1 M_{10}}{M_1^2} + D \frac{M_5^2}{M_1^2} = 0 \\ -C + K' + \Gamma \frac{M_4}{M_1} + \Gamma \frac{M_1 M_9 - M_2 M_4 + M_3 M_4}{M_1^2} + D' \frac{M_3}{M_1} + \\ \qquad + D \frac{M_1 M_6 + M_1 M_8 - M_2 M_3}{M_1^2} + B \frac{M_4^2}{M_1^2} = 0 \\ -F + H' + B' \frac{M_4}{M_1} + B \frac{M_1 M_9 - M_3 M_4}{M_1^2} + \Gamma' \frac{M_3}{M_1} + \\ \qquad + \Gamma \frac{M_1 M_6 + M_1 M_8 - M_4 M_5 - M_3^2}{M_1^2} - D \frac{M_3 M_5}{M_1^2} = 0 \\ -G + H + B \frac{M_4}{M_1} + \Gamma \frac{M_3 - M_2}{M_1} + D \frac{M_5}{M_1} = 0. \end{cases}$$

Wir wollen nun diese Gleichungen dadurch vereinfachen, dass wir an die Stelle von $-A + E'$, $-C + K'$, $-F + H'$ andere, ihnen identisch gleiche Werthe setzen. Um solche zu finden, nehmen wir die zwei identischen Gleichungen:

$$B\alpha_1'' + \Gamma\beta_1'' + B'\alpha'_1 + \beta_1'(H + \Gamma' - G) + \alpha_1 (E' - A) + \beta_1 (H' - F) = 0$$
$$B\alpha_2'' + \Gamma\beta_2'' + B'\alpha'_2 + \beta_2'(H + \Gamma' - G) + \alpha_2 (E' - A) + \beta_2 (H' - F) = 0$$

multipliciren die erste mit α_2, die zweite mit α_1 und subtrahiren dann beide von einander, dies gibt:

$$B(\alpha_1''\alpha_2-\alpha_2''\alpha_1)+I(\beta_1''\alpha_2-\beta_2''\alpha_1)+B'(\alpha_1'\alpha_2-\alpha_2'\alpha_1)+$$
$$+(H+I'-G)(\beta_1'\alpha_2-\beta_2'\alpha_1)+(H'-F)(\beta_1\alpha_2-\beta_2\alpha_1)=0,$$

oder:

$$BM_9+IM_8+B'M_4+(H+I'-G)M_3+(H'-F)M_1=0;$$

multiplicirt man ferner die erste Gleichung mit β_2, die zweite mit β_1, und subtrahirt beide von einander, so erhält man:

$$B(\alpha_1''\beta_2-\alpha_2''\beta_1)+I(\beta_1''\beta_2-\beta_2''\beta_1)+B'(\alpha_1'\beta_2-\alpha_2'\beta_1)+$$
$$+(H+I'-G)(\beta_1'\beta_2-\beta_2'\beta_1)+(E'-A)(\alpha_1\beta_2-\alpha_2\beta_1)=0,$$

oder:

$$BM_7-IM_{10}+B'M_2-(H+I'-G)M_5+(E'-A)M_1=0.$$

Nehmen wir jetzt die zwei Gleichungen vor:

$$D\beta_1''+I\alpha_1''+D'\beta_1'+\alpha_1'(G+I'-H)+\beta_1(K'-C)+\alpha_1(G'-F)=0$$
$$D\beta_2''+I\alpha_2''+D'\beta_2'+\alpha_2'(G+I'-H)+\beta_2(K'-C)+\alpha_2(G'-F)=0$$

und verfahren ganz so, wie mit den erst aufgestellten zwei Gleichungen, so erhält man:

$$D(\beta_1''\alpha_2-\beta_2''\alpha_1)+I(\alpha_1''\alpha_2-\alpha_2''\alpha_1)+D'(\beta_1'\alpha_2-\beta_2'\alpha_1)+$$
$$+(G+I'-H)(\alpha_1'\alpha_2-\alpha_2'\alpha_1)+(K'-C)(\beta_1\alpha_2-\beta_2\alpha_1)=0$$

und

$$D(\beta_1''\beta_2-\beta_2''\beta_1)+I(\alpha_1''\beta_2-\alpha_2''\beta_1)+D'(\beta_1'\beta_2-\beta_2'\beta_1)+$$
$$+(G+I'-H)(\alpha_1'\beta_2-\alpha_2'\beta_1)+(G'-F)(\alpha_1\beta_2-\alpha_2\beta_1)=0$$

oder, was dasselbe ist:

$$DM_8+IM_9+D'M_3+(G+I'-H)M_4+(K'-C)M_1=0$$
$$-DM_{10}+IM_7-D'M_5+(G+I'-H)M_2+(G'-F)M_1=0.$$

Demnach ist:

$$\left.\begin{aligned}
-F+H' &= -B\frac{M_9}{M_1}-I\frac{M_8}{M_1}-B'\frac{M_4}{M_1}-(H+I'-G)\frac{M_3}{M_1}\\
-A+E' &= -B\frac{M_7}{M_1}+I\frac{M_{10}}{M_1}-B'\frac{M_2}{M_1}+(H+I'-G)\frac{M_5}{M_1}\\
-C+K' &= -D\frac{M_8}{M_1}-I\frac{M_9}{M_1}-D'\frac{M_3}{M_1}-(G+I'-H)\frac{M_4}{M_1}\\
-F+G' &= D\frac{M_{10}}{M_1}-I\frac{M_7}{M_1}+D'\frac{M_5}{M_1}-(G+I'-H)\frac{M_2}{M_1}.
\end{aligned}\right\}\quad(102)$$

Führt man nun diese Werthe in die Gleichungen (101) ein, so erhält man statt denselben:

$$(103)\quad \begin{cases} (H-G)\dfrac{M_5}{M_1}+B\dfrac{M_1 M_6-M_2 M_3}{M_1^2}+I\dfrac{M_5(M_3-M_2)}{M_1^2}+D\dfrac{M_5^2}{M_1^2}=0 \\ (H-G)\dfrac{M_4}{M_1}+I\dfrac{M_4(M_3-M_2)}{M_1^2}+D\dfrac{M_1 M_6-M_2 M_3}{M_1^2}+B\dfrac{M_4^2}{M_1^2}=0 \\ (H-G)\dfrac{M_3}{M_1}+B\dfrac{M_3 M_4}{M_1^2}+I\dfrac{M_3^2+M_4 M_5-M_1 M_6}{M_1^2}+D\dfrac{M_3 M_5}{M_1^2}=0 \\ (H-G)\qquad+B\dfrac{M_4}{M_1}+I\dfrac{M_3-M_2}{M_1}+D\dfrac{M_5}{M_1}=0 \end{cases}$$

Bemerkt man noch, dass

$$M_1 M_6 - M_2 M_3 = M_4 M_5$$

ist, so sieht man, dass allen den vier Gleichungen (103) genügt wird, wenn die letzte von ihnen stattfindet. Die letzte lässt sich aber so schreiben:

$$(104)\quad M_1(H-G)+BM_4+I(M_3-M_2)+DM_5=0$$

und gibt differenzirt:

$$(105)\quad \begin{aligned} M_1(H'-G')+(M_2+M_3)(H-G)+B'M_4+BM_9+I'(M_3-M_2)+ \\ +I(M_8-M_7)+D'M_5+DM_{10}=0. \end{aligned}$$

Diese Gleichung ist aber eine identische. Man kann sich von der Identität derselben dadurch leicht überzeugen, dass man die zwei identischen Gleichungen

$$\begin{aligned} -DM_{10}+IM_7-D'M_5+(G+I'-H)M_2+(G'-F)M_1=0 \\ BM_9+IM_8+B'M_4+(H+I'-G)M_3+(H'-F)M_1=0 \end{aligned}$$

von einander subtrahirt; ihre Differenz gibt die Gleichung (105).

Da nun die Gleichung (105) identisch stattfindet, so muss der erste Theil derselben identisch Null sein, weil es der zweite Theil auch ist; daraus folgt, dass der erste Theil der Gleichung (104) einer Constanten gleich ist, und zwar der Constanten Null, weil der zweite Theil der Gleichung (104) auch Null ist.

Wenn wir nun zur wirklichen Berechnung von λ_1, λ_2, μ_1, μ_2 schreiten wollen, so müssen wir die Grössen M_1, M_2, M_3, M_4. M_5 entwickeln, diese sind:

$$\begin{aligned}
M_1 = {} & C_1\left(\frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial z}{\partial a_1}-\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial z}{\partial a_2}\right)+C_2\left(\frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial z}{\partial a_1}-\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial z}{\partial a_3}\right)+\\
&+C_3\left(\frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial z}{\partial a_1}-\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial z}{\partial a_4}\right)+C_4\left(\frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial z}{\partial a_2}-\frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial z}{\partial a_3}\right)+\\
&+C_5\left(\frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial z}{\partial a_2}-\frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial z}{\partial a_4}\right)+C_6\left(\frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial z}{\partial a_3}-\frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial z}{\partial a_4}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_2 = {} & C_1\left(\frac{\partial y'}{\partial a_2}\frac{\partial z}{\partial a_1}-\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial z}{\partial a_2}\right)+C_2\left(\frac{\partial y'}{\partial a_3}\frac{\partial z}{\partial a_1}-\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial z}{\partial a_3}\right)+\\
&+C_3\left(\frac{\partial y'}{\partial a_4}\frac{\partial z}{\partial a_1}-\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial z}{\partial a_4}\right)+C_4\left(\frac{\partial y'}{\partial a_3}\frac{\partial z}{\partial a_2}-\frac{\partial y'}{\partial a_2}\frac{\partial z}{\partial a_3}\right)+\\
&+C_5\left(\frac{\partial y'}{\partial a_4}\frac{\partial z}{\partial a_2}-\frac{\partial y'}{\partial a_2}\frac{\partial z}{\partial a_4}\right)+C_6\left(\frac{\partial y'}{\partial a_4}\frac{\partial z}{\partial a_3}-\frac{\partial y'}{\partial a_3}\frac{\partial z}{\partial a_4}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_3 = {} & C_1\left(\frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial z'}{\partial a_1}-\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial z'}{\partial a_2}\right)+C_2\left(\frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial z'}{\partial a_1}-\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial z'}{\partial a_3}\right)+\\
&+C_3\left(\frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial z'}{\partial a_1}-\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial z'}{\partial a_4}\right)+C_4\left(\frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial z'}{\partial a_2}-\frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial z'}{\partial a_3}\right)+\\
&+C_5\left(\frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial z'}{\partial a_2}-\frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial z'}{\partial a_4}\right)+C_6\left(\frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial z'}{\partial a_3}-\frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial z'}{\partial a_4}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_4 = {} & C_1\left(\frac{\partial y}{\partial a}\frac{\partial y'}{\partial a_1}-\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_2}\right)+C_2\left(\frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y'}{\partial a_1}-\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_3}\right)+\\
&+C_3\left(\frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y'}{\partial a_1}-\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_4}\right)+C_4\left(\frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y'}{\partial a_2}-\frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial y'}{\partial a_3}\right)+\\
&+C_5\left(\frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y'}{\partial a_2}-\frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial y'}{\partial a_4}\right)+C_6\left(\frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y'}{\partial a_3}-\frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y'}{\partial a_4}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_5 = {} & C_1\left(\frac{\partial z}{\partial a}\frac{\partial z'}{\partial a_1}-\frac{\partial z}{\partial a_1}\frac{\partial z'}{\partial a_2}\right)+C_2\left(\frac{\partial z}{\partial a_3}\frac{\partial z'}{\partial a_1}-\frac{\partial z}{\partial a_1}\frac{\partial z'}{\partial a_3}\right)+\\
&+C_3\left(\frac{\partial z}{\partial a_4}\frac{\partial z'}{\partial a_1}-\frac{\partial z}{\partial a_1}\frac{\partial z'}{\partial a_4}\right)+C_4\left(\frac{\partial z}{\partial a_3}\frac{\partial z'}{\partial a_2}-\frac{\partial z}{\partial a_2}\frac{\partial z'}{\partial a_3}\right)+\\
&+C_5\left(\frac{\partial z}{\partial a_4}\frac{\partial z'}{\partial a_2}-\frac{\partial z}{\partial a_2}\frac{\partial z'}{\partial a_4}\right)+C_6\left(\frac{\partial z}{\partial a_4}\frac{\partial z'}{\partial a_3}-\frac{\partial z}{\partial a_3}\frac{\partial z'}{\partial a_4}\right)
\end{aligned}$$

wo $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$, folgende Bedeutungen haben:

$$\begin{aligned}
C_1 &= A_2 B_1 - A_1 B_2\\
C_2 &= A_3 B_1 - A_1 B_3\\
C_3 &= A_4 B_1 - A_1 B_4\\
C_4 &= A_3 B_2 - A_2 B_3\\
C_5 &= A_4 B_2 - A_2 B_4\\
C_6 &= A_4 B_3 - A_3 B_4
\end{aligned}$$

Substituirt man die gefundenen Werthe für M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 in die Gleichungen (99), so sieht man, dass λ_1, λ_2, μ_1, μ_2 blos sechs Constante enthalten, welche aber nicht ganz willkürlich sind, da zwischen ihnen folgende zwei Gleichungen bestehen:

$$C_1 C_6 - C_2 C_5 + C_3 C_4 = 0$$
$$M_1 (H - G) + B M_4 + I (M_3 - M_2) + D M_5 = 0.$$

Da man ferner durch irgend ein C Zähler und Nenner dividiren kann, so haben die gewonnenen Ausdrücke die erforderliche und hinreichende Allgemeinheit.

Man hat somit:

$$\int_{x_1}^{x_2} (A w^2 + B w'^2 + C u^2 + D u'^2 + 2E w w' + 2F w u + 2G w u' + 2H w' u + 2I w' u' + 2K u u')\, dx = \Big\{ v w^2 + 2 v_1 u w + v_2 u^2 \Big\}_{x_1}^{x_2} +$$
$$+ \int_{x_1}^{x_2} B (w' + \lambda_1 w + \lambda_2 u' + \lambda_3 u)^2\, dx + \int_{x_1}^{x_2} \frac{BD - I^2}{B} (u' + \mu_1 w + \mu_2 u)^2\, dx.$$

Die Kriterien sind daher folgende:

Die zweiten Differential-Quotienten von V dürfen innerhalb der Integrations-Grenzen nicht durch unendlich gehen, ferner müssen B und $\frac{BD - I^2}{B}$ für alle Werthe von $x = x_1$ bis $x = x_2$ stets dasselbe Zeichen beibehalten; endlich müssen noch die drei, in der Rechnung eintretenden willkürlichen Constanten so gewählt werden können, dass für keinen zwischen x_1 und x_2 liegenden Werth von x der gemeinschaftliche Nenner von λ_1, λ_2, μ_1, μ_2 gleich Null wird.

Findet alles dieses Statt, und lassen sich für die drei Constanten solche Werthe ausfindig machen, durch die es unmöglich wird, dass der Nenner von λ_1, λ_2, μ_1 und μ_2 innerhalb der Integrations-Grenzen gleich Null wird, so kann man, wenn für die Grenzwerthe $w = 0$ und $u = 0$ ist[1]), die Glieder der zweiten Ordnung so schreiben:

$$\int_{x_1}^{x_2} B (w' + \lambda_1 w + \lambda_2 u' + \lambda_3 u)^2\, dx + \int_{x_1}^{x_2} \frac{BD - I^2}{B} (u' + \mu_1 w + \mu_2 u)^2\, dx$$

---

[1]) Diese Bedingungen finden Statt, wenn man die in $y = \varphi\,(x, a_1, a_2, a_3, a_4)$ $z = \psi\,(x, a_1, a_2, a_3, a_4)$ eintretenden Constanten so wählt, dass dem $x = x_1$ die bestimmten Werthe $y = y_1$ und $z = z_1$ und dem $x = x_2$ die bestimmten Werthe $y = y_2$ und $z = z_2$ entsprechen.

und hat somit ein Maximum oder Minimum, je nachdem B und $\frac{BD-I^2}{B}$ für alle zwischen x_1 und x_2 liegenden Werthe von x negativ oder positiv ist.

1. Anmerkung. Die Bedingung, dass B und $\frac{BD-I^2}{B}$ stets einerlei Zeichen haben sollen, lässt sich einfacher auch so ausdrücken:

B und D müssen einerlei Zeichen haben, und $BD-I^2$ muss stets positiv sein.

2. Anmerkung. Man könnte die Glieder zweiter Ordnung auch so darstellen.

$$\int_{x_1}^{x_2} D\,(u'+\lambda_4 u+\lambda_5 w'+\lambda_6 w)^2\,dx+\int_{x_1}^{x_2}\frac{BD-I^2}{D}(w'+\mu_3 u+\mu_4 w)^2\,dx,$$

wo $\lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \mu_3, \mu_4$ Ausdrücke sind, welche die grösste Analogie haben mit $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \mu_1, \mu_2$.

§. 22.

Es dürfte nicht ohne Interesse sein, jene lineare Differential-Gleichung zu kennen, deren particuläre Integrale

$$w=\frac{\partial y}{\partial a_1},\; w=\frac{\partial y}{\partial a_2},\; w=\frac{\partial y}{\partial a_3},\; w=\frac{\partial y}{\partial a_4}$$

oder

$$u=\frac{\partial z}{\partial a_1},\; u=\frac{\partial z}{\partial a_2},\; u=\frac{\partial z}{\partial a_3},\; u=\frac{\partial z}{\partial a_4}$$

sind. Um die ersteren zu finden, hat man aus den beiden linearen Differential-Gleichungen

$$\begin{aligned} Bw''+Iu''+B'w'+u'\,(H+I'-G)+w\,(E'-A)+\\ u\,(H'-F)=0\\ Du''+Iw''+D'u'+w'\,(G+I'-H)+u\,(K'-C)+\\ w\,(G'-F)=0 \end{aligned} \tag{94}$$

das u, und um die zweite zu finden, aus denselben Gleichungen w zu eliminiren. In beiden Fällen differenzire man die eben aufgestellten Gleichungen zweimal hinter einander, man erhält dadurch:

$$\begin{aligned} Bw'''+Iu'''+2B'w''+u''(H+2I'-G)+w'(B''+\\ +E'-A)+u'(2H'+I''-F-G')+w\,(E''-A')+\\ +u\,(H''-F')=0, \end{aligned} \tag{106}$$

$$
(106)\quad
\begin{aligned}
&B w'''' + I u'''' + 3B' w''' + u'''(H + 3I' - G) + w''(3B'' + E' - A) + \\
&\quad + u''(3H' - F + 3I'' - 2G') + w'(B''' + 2E'' - 2A') + \\
&\quad + u'(3H'' + I''' - 2F' - G'') + w(E''' - A'') + u(H''' - F'') = 0, \\
&D u''' + I w''' + 2D' u'' + w''(G + 2I' - H) + u'(D' + K' - C) + \\
&\quad + w'(2G' + I'' - F - H') + u(K'' - C') + w(G'' - F') = 0, \\
&D u'''' + I w'''' + 3D' u''' + w'''(G + 3I' - H) + u''(3D'' + \\
&\quad + K' - C) + w''(3G' + 3I'' - F - 2H') + u'(D''' + 2K'' - \\
&\quad - 2C') + w'(3G'' + I''' - 2F' - H'') + u(K''' - C'') + \\
&\quad w(G''' - F'') = 0.
\end{aligned}
$$

Wenn wir jetzt die Elimination von u, u', u'', u''', u'''' bewerkstelligen wollen, so ordnen wir diese sechs Gleichungen nach denselben, man hat:

	u	u'	u''	u'''	u''''
$B w'' + B' w' + w(E' - A)$	$H' - F$	$H + I' - G$	I	0	0
$B w''' + 2 w'' B' + w'(B'' + E' - A) + w(E'' - A')$	$H'' - F'$	$2H' + I'' - F - G'$	$H + 2I' - G'$	I	0
$B w'''' + 3 w''' B' + w''(3B'' + E' - A) + w'(B''' + 2E'' - 2A') + w(E''' - A'')$	$H''' - F''$	$3H'' + I''' - 2F' - G''$	$3H' - F + 3I'' - 2G'$	$H + 3I' - G$	I
$I w'' + w'(G + I' - H) + w(G' - F)$	$K' - C$	D'	D	0	0
$I w''' + w''(G + 2I' - H) + w'(2G' + I'' - F - H') + w(G'' - F')$	$K'' - C'$	$D' + K' - C$	$2D'$	D	0
$I w'''' + w'''(G + 3I' - H) + w''(3G' + 3I'' - F - 2H') + w'(3G'' + I''' - 2F' - H'') + w(G''' - F'')$	$K''' - C''$	$D'' + 2K'' - 2C'$	$3D' + K' - C$	$3D'$	D

Bildet man nun aus diesen Ausdrücken die Determinante, setzt dieselbe gleich Null, so ist dies die gewünschte Differential-Gleichung, deren Integral

$$w = A_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + A_4 \frac{\partial y}{\partial a_4}$$

ist. — Aber die vollständige, regelrechte Bildung dieser Determinante führt zu äusserst complicirten Ausdrücken; vielleicht dürfte der hier befolgte Gang empfehlungswerth sein.

Bezeichnet man

$$a_1\, b_2 - a_2\, b_1 \quad \text{mit} \quad \left\{\begin{matrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{matrix}\right\}$$

$$a_1\, b_2\, c_3 - a_1\, b_3\, c_2 - a_2\, b_1\, c_3 + a_2\, b_3\, c_1 + a_3\, b_1\, c_2 - a_3\, b_2\, c_1$$

$$\text{mit} \left\{\begin{matrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{matrix}\right\}$$

$$\begin{aligned}
&+ a_1\, b_2\, c_3\, d_4 - a_1\, b_2\, c_4\, d_3 - a_1\, b_3\, c_2\, d_4 + a_1\, b_3\, c_4\, d_2 + \\
&+ a_1\, b_4\, c_2\, d_3 - a_1\, b_4\, c_3\, d_2 - a_2\, b_1\, c_3\, d_4 + a_2\, b_1\, c_4\, d_3 + \\
&+ a_2\, b_3\, c_1\, d_4 - a_2\, b_3\, c_4\, d_1 - a_2\, b_4\, c_1\, d_3 + a_2\, b_4\, c_3\, d_1 + \\
&+ a_3\, b_1\, c_2\, d_4 - a_3\, b_1\, c_4\, d_2 - a_3\, b_2\, c_1\, d_4 + a_3\, b_2\, c_4\, d_1 + \\
&+ a_3\, b_4\, c_1\, d_2 - a_3\, b_4\, c_2\, d_1 - a_4\, b_1\, c_2\, d_3 + a_4\, b_1\, c_3\, d_2 + \\
&+ a_4\, b_2\, c_1\, d_3 - a_4\, b_2\, c_3\, d_1 - a_4\, b_3\, c_1\, d_2 + a_4\, b_3\, c_2\, d_1
\end{aligned}$$

$$\text{mit} \left\{\begin{matrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{matrix}\right\}$$

u. s. f. mit einem Worte, bezeichnet man den gemeinschaftlichen Nenner der sich für $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ aus der Auflösung folgenden Systems von Gleichungen ersten Grades

$$\begin{matrix}
a_1\, x_1 + b_1\, x_2 + c_1\, x_3 + \ldots + k_1\, x_n = m_1 \\
a_2\, x_1 + b_2\, x_2 + c_2\, x_3 + \ldots + k_2\, x_n = m_2 \\
a_3\, x_1 + b_3\, x_2 + c_3\, x_3 + \ldots + k_3\, x_n = m_3 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_n\, x_1 + b_n\, x_2 + c_n\, x_3 + \ldots + k_n\, x_n = m_n
\end{matrix}$$

ergibt, mit

$$\left\{\begin{matrix} a_1 & b_1 & c_1 & \ldots & k_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & \ldots & k_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & \ldots & k_3 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_n & b_n & c_n & \ldots & k_n \end{matrix}\right\}$$

so hat man die Gleichung:

$$\begin{aligned}
\left\{\begin{matrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & \ldots & k_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 & \ldots & k_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 & \ldots & k_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 & \ldots & k_4 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_n & b_n & c_n & d_n & \ldots & k_n \end{matrix}\right\}
&= a_1 \left\{\begin{matrix} b_2 & c_2 & d_2 & \ldots & k_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 & \ldots & k_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 & \ldots & k_4 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_n & c_n & d_n & \ldots & k_n \end{matrix}\right\}
- a_2 \left\{\begin{matrix} b_1 & c_1 & d_1 & \ldots & k_1 \\ b_3 & c_3 & d_3 & \ldots & k_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 & \ldots & k_4 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_n & c_n & d_n & \ldots & k_n \end{matrix}\right\} + \\
&+ a_3 \left\{\begin{matrix} b_1 & c_1 & d_1 & \ldots & k_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 & \ldots & k_2 \\ b_4 & c_4 & d_4 & \ldots & k_4 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_n & c_n & d_n & \ldots & k_n \end{matrix}\right\} - \ldots + (-1)^{n-1} a_n \left\{\begin{matrix} b_1 & c_1 & d_1 & \ldots & k_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 & \ldots & k_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 & \ldots & k_3 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{n-1} & c_{n-1} & d_{n-1} & \ldots & k_{n-1} \end{matrix}\right\}
\end{aligned} \tag{107}$$

von deren Richtigkeit man sich auf der Stelle überzeugen kann; man hat nur nöthig, den ersten Theil der Gleichung (107) der aus $n!$ Glieder besteht, sich in entwickelter und gehörig geordneter Form zu denken, bei den ersten $(n-1)!$ Gliedern a_1, bei den nächsten $(n-1)!$ Gliedern a_2, wieder bei den nächsten $(n-1)!$ Gliedern $a_3 \ldots$ u. s. f. als Factor herauszuheben, die Factoren selbst sind dann der Reihe nach:

$$+\left\{\begin{matrix} b_2\, c_2\, d_2 \ldots k_2 \\ b_3\, c_3\, d_3 \ldots k_3 \\ b_4\, c_4\, d_4 \ldots k_4 \\ \ldots\ldots\ldots \\ b_n\, c_n\, d_n \ldots k_n \end{matrix}\right\}, -\left\{\begin{matrix} b_1\, c_1\, d_1 \ldots k_1 \\ b_3\, c_3\, d_3 \ldots k_3 \\ b_4\, c_4\, d_4 \ldots k_4 \\ \ldots\ldots\ldots \\ b_n\, c_n\, d_n \ldots k_n \end{matrix}\right\}, +\left\{\begin{matrix} b_1\, c_1\, d_1 \ldots k_1 \\ b_2\, c_2\, d_2 \ldots k_2 \\ b_4\, c_4\, d_4 \ldots k_4 \\ \ldots\ldots\ldots \\ b_n\, c_n\, d_n \ldots k_n \end{matrix}\right\} \ldots$$

Um jetzt auf unsere Aufgabe zu kommen, schreiben wir unsere sechs Gleichungen, woraus die Determinante zu bilden, in folgender Ordnung:

	u''''	u'''	u''	u'	u
$Bw'' + B'w' + w(E'-A)$	0	0	I	$H+I'-G$	$H'-F$
$Bw''' + 2w''B' + w'(B''+ + E'-A) + w(E''-A')$	0	I	$H+ +2I'-G$	$2H'+ +I''- -F-G'$	$H''-F'$
$Bw'''' + 3w'''B' + w''(3B''+ + E'-A) + w'(B'''+2E''- -2A') + w(E'''-A'')$	I	$H+ 3I'-G$	$3H'- -F+ +3I''- -2G'$	$3H''+ +I'''- -2F'- -G''$	$H'''-F''$
$Iw'' + w'(G+I'-H) + + w(G'-F')$	0	0	D	D'	$K'-C$
$Iw''' + w''(G+2I'-H) + + w'(2G'+I''-F-H') + + w(G''-F'')$	0	D	$2D'$	$D''+ +K'-C$	$K''-C'$
$Iw'''' + w'''(G+3I'-H) + + w''(3G'+3I''-F-2H') + + w'(3G''+I'''-2F'- -H'') + w(G'''-F''')$	D	$3D'$	$3D''+ +K'-C$	$D'''+ +2K''- -2C'$	$K'''-C''$

und bezeichnen diese Ausdrücke der Reihe nach mit den Buchstaben

$$\begin{matrix} a_1, & b_1, & c_1, & d_1, & e_1, & f_1 \\ a_2, & b_2, & c_2, & d_2, & e_2, & f_2 \\ a_3, & b_3, & c_3, & d_3, & e_3, & f_3 \\ a_4, & b_4, & c_4, & d_4, & e_4, & f_4 \\ a_5, & b_5, & c_5, & d_5, & e_5, & f_5 \\ a_6, & b_6, & c_6, & d_6, & e_6, & f_6 \end{matrix}$$

so haben wir in Folge der Gleichung (107)

$$\left\{\begin{matrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ a_5 & b_5 & c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \\ a_6 & b_6 & c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} = a_1 \left\{\begin{matrix} b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ b_5 & c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \\ b_6 & c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} - a_2 \left\{\begin{matrix} b_1 & c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ b_3 & c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ b_5 & c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \\ b_6 & c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} + \quad (108)$$

$$+ a_3 \left\{\begin{matrix} b_1 & c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ b_4 & c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ b_5 & c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \\ b_6 & c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} - a_4 \left\{\begin{matrix} b_1 & c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ b_5 & c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \\ b_6 & c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} +$$

$$+ a_5 \left\{\begin{matrix} b_1 & c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ b_6 & c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} - a_6 \left\{\begin{matrix} b_1 & c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ b_5 & c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\} = 0.$$

Nach derselben Gleichung (107) besteht aber jedes der sechs Glieder unserer jetzt aufgeschriebenen Gleichung aus fünf Theilen, von denen aber stets mehrere verschwinden, weil

$$b_1 = 0 \quad b_2 = 0 \quad b_4 = 0 \quad b_5 = 0$$

ist. Wir haben nämlich:

$$\left\{\begin{matrix} b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ b_5 & c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \\ b_6 & c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} = - b_3 \left\{\begin{matrix} c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \\ c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} + b_6 \left\{\begin{matrix} c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\}$$

$$\left\{\begin{matrix} b_1 & c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ b_3 & c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ b_5 & c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \\ b_6 & c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} = -b_3 \left\{\begin{matrix} c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \\ c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} + b_6 \left\{\begin{matrix} c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\}$$

$$\left\{\begin{matrix} b_1 & c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ b_4 & c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ b_5 & c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \\ b_6 & c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} = b_6 \left\{\begin{matrix} c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\}$$

$$\left\{\begin{matrix} b_1 & c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ b_5 & c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \\ b_6 & c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} = b_3 \left\{\begin{matrix} c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \\ c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} + b_6 \left\{\begin{matrix} c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\}$$

$$\left\{\begin{matrix} b_1 & c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ b_6 & c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} = b_3 \left\{\begin{matrix} c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} + b_6 \left\{\begin{matrix} c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \end{matrix}\right\}$$

$$\left\{\begin{matrix} b_1 & c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ b_5 & c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\} = b_3 \left\{\begin{matrix} c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\}$$

Um kürzer zu schreiben, setzen wir:

$$\left\{\begin{matrix} c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \end{matrix}\right\} = N_1, \quad \left\{\begin{matrix} c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\} = N_2, \quad \left\{\begin{matrix} c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\} = N_3,$$

$$\left\{\begin{matrix} c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} = N_4, \quad \left\{\begin{matrix} c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \\ c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} = N_5, \quad \left\{\begin{matrix} c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\} = N_6,$$

$$\left\{\begin{matrix} c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \\ c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} = N_7, \quad \left\{\begin{matrix} c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\} = N_8, \quad \left\{\begin{matrix} c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \\ c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} = N_9.$$

Für die Gleichung (108) erhalten wir hierdurch folgende:

$$\begin{aligned} &a_1(-b_3 N_9 + b_6 N_8) - a_2(-b_3 N_7 + b_6 N_6) + a_3 b_6 N_3 - \\ &- a_4(b_3 N_5 + b_6 N_2) + a_5(b_3 N_4 + b_6 N_1) - a_6 b_3 N_3 = 0. \end{aligned}$$

Setzt man nun für a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 und b_3, b_6 ihre Werthe, nämlich

$$\begin{aligned} a_1 &= Bw'' + B'w' + w(E - A) \\ a_2 &= Bw''' + 2w''B' + w'(B'' + E' - A) + w(E'' - A') \\ a_3 &= Bw'''' + 3w'''B' + w''(3B'' + E' - A) + w'(B''' + 2E'' - 2A') + \\ &\quad + w(E''' - A'') \\ a_4 &= Iw'' + w'(G + I' - H) + w(G' - F) \\ a_5 &= Iw''' + w''(G + 2I' - H) + w'(2G' + I'' - F - H') + \\ &\quad + w(G'' - F') \\ a_6 &= Iw'''' + w'''(G + 3I' - H) + w''(3G' + 3I'' - F - 2H') + \\ &\quad + w'(3G'' + I''' - 2F' - H'') + w(G''' - F'') \\ b_3 &= I \\ b_6 &= D \end{aligned}$$

so hat man nach gehörigem Ordnen:

$$\begin{aligned} &w'''' N_3 (BD - I^2) + w'''[-B(-IN_7 + DN_6) + 3B'DN_3 + \\ &\quad + I(IN_4 + DN_1) - IN_3(G + 3I' - H)] + w''[B(-IN_9 + \\ &\quad + DN_8) - 2B'(-IN_7 + DN_6) + DN_3(3B'' + E - A) - \\ &\quad - I(IN_5 + DN_2) + (IN_4 + DN_1)(G + 2I' - H) - \\ &\quad - IN_3(3G' + 3I'' - F - 2H')] + w'[B'(-IN_9 + DN_8) - \\ &\quad - (B'' + E - A)(-IN_7 + DN_6) + DN_3(B''' + 2E'' - \\ &\quad - 2A') - (IN_5 + DN_2)(G + I' - H) + (IN_4 + \\ &\quad + DN_1)(2G' + I'' - F - H') - IN_3(3G'' + I''' - 2F' - \\ &\quad - H'')] + w[(E' - A)(-IN_9 + DN_8) - (E'' - A')(-IN_7 + \\ &\quad + DN_6) + DN_3(E''' - A'') - (IN_5 + DN_2)(G' - F) + \\ &\quad + (IN_4 + DN_1)(G'' - F') - IN_3(G''' - F'')] = 0. \end{aligned} \tag{109}$$

Entwickeln wir jetzt auch noch $N_1, N_2, N_3, N_4 \ldots N_9$, bemerken aber vorher, dass $c_1 = 0$, und $c_4 = 0$ ist, so haben wir:

$$N_1 = -c_2 \left\{\begin{matrix} \partial_1 & e_1 & f_1 \\ \partial_3 & e_3 & f_3 \\ \partial_4 & e_4 & f_4 \end{matrix}\right\} + c_3 \left\{\begin{matrix} \partial_1 & e_1 & f_1 \\ \partial_2 & e_2 & f_2 \\ \partial_4 & e_4 & f_4 \end{matrix}\right\}$$

$$N_2 = -c_2 \left\{\begin{matrix} \partial_1 & e_1 & f_1 \\ \partial_3 & e_3 & f_3 \\ \partial_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\} + c_3 \left\{\begin{matrix} \partial_1 & e_1 & f_1 \\ \partial_2 & e_2 & f_2 \\ \partial_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\} - c_5 \left\{\begin{matrix} \partial_1 & e_1 & f_1 \\ \partial_2 & e_2 & f_2 \\ \partial_3 & e_3 & f_3 \end{matrix}\right\}$$

$$N_3 = -c_2 \left\{\begin{matrix} \partial_1 & e_1 & f_1 \\ \partial_4 & e_4 & f_4 \\ \partial_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\} - c_5 \left\{\begin{matrix} \partial_1 & e_1 & f_1 \\ \partial_2 & e_2 & f_2 \\ \partial_4 & e_4 & f_4 \end{matrix}\right\}$$

$$N_4 = -c_3 \left\{\begin{matrix} \partial_1 & e_1 & f_1 \\ \partial_4 & e_4 & f_4 \\ \partial_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} - c_6 \left\{\begin{matrix} \partial_1 & e_1 & f_1 \\ \partial_2 & e_2 & f_2 \\ \partial_4 & e_4 & f_4 \end{matrix}\right\}$$

$$N_5 = -c_3 \left\{\begin{matrix} \partial_1 & e_1 & f_1 \\ \partial_5 & e_5 & f_5 \\ \partial_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} + c_5 \left\{\begin{matrix} \partial_1 & e_1 & f_1 \\ \partial_2 & e_2 & f_2 \\ \partial_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} - c_6 \left\{\begin{matrix} \partial_1 & e_1 & f_1 \\ \partial_2 & e_2 & f_2 \\ \partial_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\}$$

$$N_6 = -c_3 \left\{\begin{matrix} \partial_1 & e_1 & f_1 \\ \partial_4 & e_4 & f_4 \\ \partial_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\} - c_5 \left\{\begin{matrix} \partial_1 & e_1 & f_1 \\ \partial_3 & e_3 & f_3 \\ \partial_4 & e_4 & f_4 \end{matrix}\right\}$$

$$N_7 = c_5 \left\{\begin{matrix} \partial_1 & e_1 & f_1 \\ \partial_4 & e_4 & f_4 \\ \partial_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} - c_6 \left\{\begin{matrix} \partial_1 & e_1 & f_1 \\ \partial_4 & e_4 & f_4 \\ \partial_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\}$$

$$N_8 = c_2 \left\{\begin{matrix} \partial_3 & e_3 & f_3 \\ \partial_4 & e_4 & f_4 \\ \partial_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\} - c_3 \left\{\begin{matrix} \partial_2 & e_2 & f_2 \\ \partial_4 & e_4 & f_4 \\ \partial_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\} - c_5 \left\{\begin{matrix} \partial_2 & e_2 & f_2 \\ \partial_3 & e_3 & f_3 \\ \partial_4 & e_4 & f_4 \end{matrix}\right\}$$

$$N_9 = c_2 \left\{\begin{matrix} \partial_4 & e_4 & f_4 \\ \partial_5 & e_5 & f_5 \\ \partial_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} + c_5 \left\{\begin{matrix} \partial_2 & e_2 & f_2 \\ \partial_4 & e_4 & f_4 \\ \partial_6 & e_6 & f_6 \end{matrix}\right\} - c_6 \left\{\begin{matrix} \partial_2 & e_2 & f_2 \\ \partial_4 & e_4 & f_4 \\ \partial_5 & e_5 & f_5 \end{matrix}\right\}$$

und wenn wir auch hier wieder Abkürzungen einführen, nämlich:

$$\left\{\begin{matrix}\partial_1 & e_1 & f_1\\ \partial_2 & e_2 & f_2\\ \partial_3 & e_3 & f_3\end{matrix}\right\}=P_1,\quad \left\{\begin{matrix}\partial_1 & e_1 & f_1\\ \partial_2 & e_2 & f_2\\ \partial_4 & e_4 & f_4\end{matrix}\right\}=P_2,\quad \left\{\begin{matrix}\partial_1 & e_1 & f_1\\ \partial_2 & e_2 & f_2\\ \partial_5 & e_5 & f_5\end{matrix}\right\}=P_3,$$

$$\left\{\begin{matrix}\partial_1 & e_1 & f_1\\ \partial_2 & e_2 & f_2\\ \partial_6 & e_6 & f_6\end{matrix}\right\}=P_4,\quad \left\{\begin{matrix}d_1 & e_1 & f_1\\ d_3 & e_3 & f_3\\ d_4 & e_4 & f_4\end{matrix}\right\}=P_5,\quad \left\{\begin{matrix}\partial_1 & e_1 & f_1\\ \partial_3 & e_3 & f_3\\ \partial_5 & e_5 & f_5\end{matrix}\right\}=P_6,$$

$$\left\{\begin{matrix}\partial_1 & e_1 & f_1\\ \partial_4 & e_4 & f_4\\ \partial_5 & e_5 & f_5\end{matrix}\right\}=P_7,\quad \left\{\begin{matrix}\partial_1 & e_1 & f_1\\ \partial_4 & e_4 & f_4\\ \partial_6 & e_6 & f_6\end{matrix}\right\}=P_8,\quad \left\{\begin{matrix}d_1 & e_1 & f_1\\ d_5 & e_5 & f_5\\ d_6 & e_6 & f_6\end{matrix}\right\}=P_9,$$

$$\left\{\begin{matrix}\partial_2 & e_2 & f_2\\ \partial_3 & e_3 & f_3\\ \partial_4 & e_4 & f_4\end{matrix}\right\}=P_{10},\quad \left\{\begin{matrix}\partial_2 & e_2 & f_2\\ \partial_4 & e_4 & f_4\\ \partial_5 & e_5 & f_5\end{matrix}\right\}=P_{11},\quad \left\{\begin{matrix}\partial_2 & e_2 & f_2\\ \partial_4 & e_4 & f_4\\ \partial_6 & e_6 & f_6\end{matrix}\right\}=P_{12}$$

$$\left\{\begin{matrix}\partial_3 & e_3 & f_3\\ \partial_4 & e_4 & f_4\\ \partial_5 & e_5 & f_5\end{matrix}\right\}=P_{13},\left\{\begin{matrix}\partial_4 & e_4 & f_4\\ \partial_5 & e_5 & f_5\\ \partial_6 & e_6 & f_6\end{matrix}\right\}=P_{14},$$

ferner für c_2, c_3, c_5, c_6 ihre Werthe setzen, nämlich:

$$\begin{aligned}
c_2 &= I\\
c_3 &= H + 3\,I' - G\\
c_5 &= D\\
c_6 &= 3\,D'
\end{aligned}$$

so ist

$$\begin{aligned}
N_1 &= -\,I P_5 + (H + 3\,I' - G)\,P_2\\
N_2 &= -\,I P_6 + (H + 3\,I' - G)\,P_3 - D P_1\\
N_3 &= -\,I P_7 - D P_2\\
N_4 &= -\,I P_8 - 3\,D' P_2\\
N_5 &= -\,I P_9 + D P_4 - 3\,D' P_3\\
N_6 &= -\,(H + 3\,I' - G)\,P_7 - D P_5\\
N_7 &= D P_8 - 3\,D' P_7\\
N_8 &= I P_{13} - (H + 3\,I' - G)\,P_{11} - D P_{10}\\
N_9 &= I P_{14} + D P_{12} - 3\,D' P_{11}
\end{aligned}$$

und die Gleichung (109) wird folgende Gestalt annehmen:

$$\begin{aligned}
&-w''''(IP_7+DP_2)(BD-I^2)+w'''[\{3D'P_2+DP_5+P_7(3I'+\\
&+H-G)+IP_8\}(BD-I^2)-3(DP_2+IP_7)(BD-I^2)']+\\
&+w''[D^2IP_1+P_2\{-D^2(3B''+E'-A)-3D'I(G+\\
&+2I'-H)+D(H+3I'-G)(G+2I'-H)+\\
&+DI(3G'+3I''-F-2H')\}+IP_3\{3D'I-D(H+\\
&+3I'-G)\}-DI^2P_4+DP_5\{2B'D-I(G+2I'-H)\}+\\
&+DI^2P_6+P_7\{-6B'D'I+2B'D(H+3I'-G)-\\
&-ID(3B''+E'-A)+I^2(3G'+3I''-F-2H')\}+\\
&+IP_8\{2B'D-I(G+2I'-H)\}+I^3P_9-BD^2P_{10}+\\
&+BP_{11}\{3D'I-D(H+3I'-G)\}+IB(-DP_{12}+DP_{13}-\\
&-IP_{14})]+w'[D^2P_1(G+I'-H)+P_2\{-D^2(B'''+2E''-\\
&-2A')-3ID'(2G'+I''-F-H')+D(H+3I'-\\
&-G)(2G'+I''-F-H')+DI(3G''+I'''-2F'-H'')\}+\\
&+P_3(G+I'-H)\{3D'I-D(H+3I'-G)\}-DI(G+\\
&+I'-H)P_4+DP_5\{D(B''+E-A)-I(2G'+I''-F-H')\}+\\
&+DI(G+I'-H)P_6+P_7\{-3D'I(B''+E'-A)+\\
&+D(H+3I'-G)(B''+E'-A)-DI(B'''+2E''-2A')+\\
&+I^2(3G''+I'''-2F'-H'')\}+IP_8\{D(B''+E'-A)-\\
&-I(2G'+I''-F-H')\}+I^2(G+I'-H)P_9-\\
&-B'D^2P_{10}+B'P_{11}\{3D'I-D(H+3I'-G)\}+IB'(-DP_{12}+\\
&+DP_{13}-IP_{14})]+w[D^2(G'-F)P_1+P_2\{-D^2(E'''-A'')-\\
&-3ID'(G''-F')+D(H+3I'-G)(G''-F')+DI(G'''-\\
&-F'')\}+(G'-F)P_3\{3D'I-D(H+3I'-G)\}-DI(G'-\\
&-F)P_4+DP_5\{D(E''-A')-I(G''-F')\}+DI(G'-F)P_6+\\
&+P_7\{-3D'I(E'-A')+D(H+3I'-G)(E''-A')-DI(E'''-\\
&-A'')+I^2(G'''-F'')\}+IP_8\{D(E'-A')-I(G''-F')\}+\\
&+I^2(G'-F)P_9-D^2(E'-A)P_{10}+(E'-A)P_{11}\{3D'I-\\
&-D(H+3I'-G)\}+I(E'-A)(-DP_{12}+DP_{13}-IP_{14})]=0.
\end{aligned}\tag{110}$$

In dieser, wie man sieht, schon sehr complicirten Gleichung hat man noch für $P_1, P_2 \ldots P_{14}$ ihre Werthe einzuführen, diese sind:

$$\begin{aligned}
P_1 = &\, I(2H'+I''-F-G')(H'''-F'')\\
&-I(3H''+I'''-2F'-G'')(H''-F')\\
&-(H+2I'-G)(H+I''-G)(H'''-F'')\\
&+(H+2I'-G)(3H''+I'''-2F'-G'')(H'-F)\\
&+(3H'-F+3I''-2G')(H+I'-G)(H''-F')\\
&-(3H'-F+3I''-2G')(2H'+I''-F-G')(H'-F)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_2 = {} & I(2H' + I'' - F - G')(K' - C) \\
& - ID'(H'' - F') \\
& - (H + 2I' - G)(H + I' - G)(K' - C) \\
& + D'(H + 2I' - G)(H' - F) \\
& + D(H + I' - G)(H'' - F') \\
& - D(2H' + I'' - F - G')(H' - F)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_3 = {} & I(2H' + I'' - F - G')(K'' - C') \\
& - I(D'' + K' - C)(H'' - F') \\
& - (H + 2I' - G)(H + I' - G)(K'' - C') \\
& + D'(H + 2I' - G)(H' - F) \\
& + 2D'(H + I' - G)(H'' - F') \\
& - 2D'(2H' + I'' - F - G')(H' - F)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_4 = {} & I(2H' + I'' - F - G')(K''' - C'') \\
& - I(D''' + 2K'' - 2C')(H'' - F') \\
& - (H + 2I' - G)(H + I' - G)(K''' - C'') \\
& + (H + 2I' - G)(D''' + 2K'' - 2C')(H' - F) \\
& + (3D'' + K' - C)(H + I' - G)(H'' - F') \\
& - (3D'' + K' - C)(2H' + I'' - F - G')(H' - F)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_5 = {} & I(3H'' + I''' - 2F' - G'')(K' - C) \\
& - ID'(H''' - F'') \\
& - (3H' - F + 3I'' - 2G')(H + I' - G)(K' - C) \\
& + D'(3H' - F + 3I'' - 2G')(H' - F) \\
& + D(H + I' - G)(H''' - F'') \\
& - D(3H'' + I''' - 2F' - G'')(H' - F)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_6 = {} & I(3H'' + I''' - 2F' - G'')(K'' - C') \\
& - I(D'' + K' - C)(H''' - F'') \\
& - (3H' - F + 3I'' - 2G')(H + I' - G)(K'' - C') \\
& + (3H' - F + 3I'' - 2G')(D'' + K' - C)(H' - F) \\
& + 2D'(H + I' - G)(H''' - F'') \\
& - 2D'(3H'' + I''' - 2F' - G'')(H' - F)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_7 = {} & ID'(K'' - C') \\
& - I(D'' + K' - C)(K' - C) \\
& - D(H + I' - G)(K'' - C') \\
& + D(D'' + K' - C)(H' - F) \\
& + 2D'(H + I' - G)(K' - C) \\
& - 2D'^2(H' - F)
\end{aligned}$$

und die Gleichung (109) wird folgende Gestalt annehmen:

$$
\begin{aligned}
&-w''''(IP_7+DP_2)(BD-I^2)+w'''[\{3D'P_2+DP_5+P_7(3I'+\\
&+H-G)+IP_8\}(BD-I^2)-3(DP_2+IP_7)(BD-I^2)']+\\
&+w''[D^2IP_1+P_2\{-D^2(3B''+E'-A)-3D'I(G+\\
&+2I'-H)+D(H+3I'-G)(G+2I'-H)+\\
&+DI(3G'+3I''-F-2H')\}+IP_3\{3D'I-D(H+\\
&+3I'-G)\}-DI^2P_4+DP_5\{2B'D-I(G+2I'-H)\}+\\
&+DI^2P_6+P_7\{-6B'D'I+2B'D(H+3I'-G)-\\
&-ID(3B''+E'-A)+I^2(3G'+3I''-F-2H')\}+\\
&+IP_8\{2B'D-I(G+2I'-H)\}+I^3P_9-BD^2P_{10}+\\
&+BP_{11}\{3D'I-D(H+3I'-G)\}+IB(-DP_{12}+DP_{13}-\\
&-IP_{14})]+w'[D^2P_1(G+I'-H)+P_2\{-D^2(B'''+2E''-\\
&-2A')-3ID'(2G'+I''-F-H')+D(H+3I'-\\
&-G)(2G'+I''-F-H')+DI(3G''+I'''-2F'-H'')\}+\\
&+P_3(G+I'-H)\{3D'I-D(H+3I'-G)\}-DI(G+\\
&+I'-H)P_4+DP_5\{D(B''+E-A)-I(2G'+I''-F-H')\}+\\
&+DI(G+I'-H)P_6+P_7\{-3D'I(B''+E'-A)+\\
&+D(H+3I'-G)(B''+E'-A)-DI(B'''+2E''-2A')+\\
&+I^2(3G''+I'''-2F'-H'')\}+IP_8\{D(B''+E'-A)-\\
&-I(2G'+I''-F-H')\}+I^2(G+I'-H)P_9-\\
&-B'D^2P_{10}+B'P_{11}\{3D'I-D(H+3I'-G)\}+IB'(-DP_{12}+\\
&+DP_{13}-IP_{14})]+w[D^2(G'-F)P_1+P_2\{-D^2(E'''-A'')-\\
&-3ID'(G''-F')+D(H+3I'-G)(G''-F')+DI(G'''-\\
&-F'')\}+(G'-F)P_3\{3D'I-D(H+3I'-G)\}-DI(G'-\\
&-F)P_4+DP_5\{D(E''-A')-I(G''-F')\}+DI(G'-F)P_6+\\
&+P_7\{-3D'I(E'-A')+D(H+3I'-G)(E''-A')-DI(E'''-\\
&-A'')+I^2(G'''-F'')\}+IP_8\{D(E'-A')-I(G''-F')\}+\\
&+I^2(G'-F)P_9-D^2(E'-A)P_{10}+(E'-A)P_{11}\{3D'I-\\
&-D(H+3I'-G)\}+I(E'-A)(-DP_{12}+DP_{13}-IP_{14})]=0.
\end{aligned}
\tag{110}
$$

In dieser, wie man sieht, schon sehr complicirten Gleichung hat man noch für $P_1, P_2 \ldots P_{14}$ ihre Werthe einzuführen, diese sind:

$$
\begin{aligned}
P_1 = {} & I(2H'+I''-F-G')(H'''-F'')\\
&-I(3H''+I'''-2F'-G'')(H''-F')\\
&-(H+2I'-G)(H+I''-G)(H'''-F'')\\
&+(H+2I'-G)(3H''+I'''-2F'-G'')(H'-F)\\
&+(3H'-F+3I''-2G')(H+I'-G)(H''-F')\\
&-(3H'-F+3I''-2G')(2H'+I''-F-G')(H'-F)
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}
P_2 = {} & I(2H' + I'' - F - G')(K' - C) \\
& - ID'(H'' - F') \\
& - (H + 2I' - G)(H + I' - G)(K' - C) \\
& + D'(H + 2I' - G)(H' - F) \\
& + D(H + I' - G)(H'' - F') \\
& - D(2H' + I'' - F - G')(H' - F)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_3 = {} & I(2H' + I'' - F - G')(K'' - C') \\
& - I(D'' + K' - C)(H'' - F') \\
& - (H + 2I' - G)(H + I' - G)(K'' - C') \\
& + D'(H + 2I' - G)(H' - F) \\
& + 2D'(H + I' - G)(H'' - F') \\
& - 2D'(2H' + I'' - F - G')(H' - F)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_4 = {} & I(2H' + I'' - F - G')(K''' - C'') \\
& - I(D''' + 2K'' - 2C')(H'' - F') \\
& - (H + 2I' - G)(H + I' - G)(K''' - C'') \\
& + (H + 2I' - G)(D''' + 2K'' - 2C')(H' - F) \\
& + (3D'' + K' - C)(H + I' - G)(H'' - F') \\
& - (3D'' + K' - C)(2H' + I'' - F - G')(H' - F)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_5 = {} & I(3H'' + I''' - 2F' - G'')(K' - C) \\
& - ID'(H''' - F'') \\
& - (3H' - F + 3I'' - 2G')(H + I' - G)(K' - C) \\
& + D'(3H' - F + 3I'' - 2G')(H' - F) \\
& + D(H + I' - G)(H''' - F'') \\
& - D(3H'' + I''' - 2F' - G'')(H' - F)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_6 = {} & I(3H'' + I''' - 2F' - G'')(K'' - C') \\
& - I(D'' + K' - C)(H''' - F'') \\
& - (3H' - F + 3I'' - 2G')(H + I' - G)(K'' - C') \\
& + (3H' - F + 3I'' - 2G')(D'' + K' - C)(H' - F) \\
& + 2D'(H + I' - G)(H''' - F'') \\
& - 2D'(3H'' + I''' - 2F' - G'')(H' - F)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_7 = {} & ID'(K'' - C') \\
& - I(D'' + K' - C)(K' - C) \\
& - D(H + I' - G)(K'' - C') \\
& + D(D'' + K' - C)(H' - F) \\
& + 2D'(H + I' - G)(K' - C) \\
& - 2D'^2(H' - F)
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
P_8 = {} & I D' (K''' - C'') \\
& - I (D''' + 2K'' - 2C') (K' - C) \\
& - D (H + I' - G) (K''' - C'') \\
& + D (D''' + 2K'' - 2C') (H' - F) \\
& + (3D'' + K' - C) (H + I' - G) (K' - C) \\
& - D' (3D'' + K' - C) (H' - F)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_9 = {} & I (D'' + K' - C) (K''' - C'') \\
& - I (D''' + 2K'' - 2C') (K'' - C') \\
& - 2D' (H + I' - G) (K''' - C'') \\
& + 2D' (D''' + 2K'' - 2C') (H' - F) \\
& + (3D'' + K' - C) (H + I' - G) (K'' - C') \\
& - (3D'' + K' - C) (D'' + K' - C) (H' - F)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_{10} = {} & (H + 2I' - G) (3H'' + I''' - 2F' - G'') (K' - C) \\
& - D' (H + 2I' - G) (H''' - F'') \\
& - (3H' - F + 3I'' - 2G') (2H' + I'' - F - G') (K' - C) \\
& + D' (3H' - F + 3I'' - 2G') (H'' - F') \\
& + D (2H' + I'' - F - G') (H''' - F'') \\
& - D (3H'' + I''' - 2F' - G'') (H'' - F')
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_{11} = {} & D' (H + 2I' - G) (K'' - C') \\
& - (H + 2I' - G) (D'' + K' - C) (K' - C) \\
& - D (2H' + I'' - F - G') (K'' - C') \\
& + D (D'' + K' - C) (H'' - F') \\
& + 2D' (2H' + I'' - F - G') (K' - C) \\
& - 2D'^2 (H'' - F')
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_{12} = {} & D' (H + 2I' - G) (K''' - C'') \\
& - (H + 2I' - G) (D''' + 2K'' - 2C') (K' - C) \\
& - D (2H' + I'' - F - G') (K''' - C'') \\
& + D (D''' + 2K'' - 2C') (H'' - F') \\
& + (3D'' + K' - C) (2H' + I'' - F - G') (K' - C) \\
& - D' (3D'' + K' - C) (H'' - F')
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_{13} = {} & D' (3H' - F + 3I'' - 2G') (K'' - C') \\
& - (3H' - F + 3I'' - 2G') (D'' + K' - C) (K' - C) \\
& - D (3H'' + I''' - 2F' - G'') (K'' - C') \\
& + D (D'' + K' - C) (H''' - F'') \\
& + 2D' (3H'' + I''' - 2F' - G'') (K' - C) \\
& - 2D'^2 (H''' - F'')
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_{14} = & D(D'' + K' - C)(K''' - C'') \\
& - D(D''' + 2K'' - 2C')(K'' - C') \\
& - 2D'^2 (K''' - C'') \\
& + 2D'(D''' + 2K'' - 2C')(K' - C) \\
& + D'(3D'' + K' - C)(K'' - C') \\
& - (3D'' + K' - C)(D'' + K' - C)(K' - C).
\end{aligned}
$$

Eine ausführliche Discussion der Gleichung (110) gehört zu den praktischen Unmöglichkeiten; wir müssen daher auf eine solche verzichten.

Anmerkung. Zur selben Eliminations-Gleichung kämen wir auch, wenn wir zuerst aus der zweiten und vierten der Gleichungen (106) u'''' eliminiren würden, und dann aus der so gefundenen Eliminations-Gleichung, ferner den übrigen zwei Gleichungen (106) und den zwei Gleichungen (94) die Elimination von u, u', u'', u''' bewerkstelligen würden.

§. 23.

Wir haben im §. 21 die Kriterien aufgefunden, welche nothwendig sind, damit

$$U = \int_{x_1}^{x_2} V dx$$

ein Maximum oder Minimum werde. Es wurde daselbst die Behauptung ausgesprochen, dass

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} \text{ und } \frac{\partial^2 V}{\partial z'^2}$$

für alle Werthe zwischen x_1 und x_2 (diese Grenzwerthe selbst mit eingeschlossen [1]) stets ein und dasselbe Zeichen beibehalten müssen, und dass unter denselben Umständen der Ausdruck:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial z'^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial z'}\right)^2$$

positiv sei.

Wir wollen nun übergehen zur Discussion der Ausnahmsfälle, und zuerst den Fall besprechen, wo

$$D = 0$$

oder, was dasselbe bedeutet

$$V = \varphi(x, y, y', z) + z' \psi(x, y, y', z)$$

---

[1]) Wir haben diese Bemerkung, als von selbst verständlich, sonst überall weggelassen.

ist (der Fall, wo $B = 0$ ist, lässt sich natürlich eben so behandeln). Man kann alsdann die Glieder der zweiten Ordnung so schreiben:

$$\int_{x_1}^{x_2} B\,(w' + \lambda_1 w + \lambda_2 u' + \lambda_3 u)^2 dx - \int_{x_1}^{x_2} \frac{I^2}{B}\,(u' + \mu_1 w + \mu_2 u)^2\, dx$$

unter $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \mu_1, \mu_2$ die im §. 21 angegebenen Werthe verstanden, und sieht hieraus, dass man in diesem Falle im Allgemeinen weder auf ein Maximum noch auf ein Minimum schliessen kann.

Die Gleichung (110) wird hier viel einfacher, man braucht um sie zu bilden blos u, u', u'' aus folgenden vier Gleichungen zu eliminiren:

$$\begin{aligned}
&Bw'' + Iu'' + B'w' + u'(H + I' - G) + w(E' - A) + \\
&\qquad + u(H' - F) = 0,\\
&Iw'' + w'(G + I' - H) + u(K' - C) + w(G' - F) = 0\\
&Iw''' + w''(G + 2I' - H) + u'(K' - C) + w'(2G' + I'' - \\
&\qquad - F - H') + u(K'' - C') + w(G'' - F') = 0\\
&Iw'''' + w'''(G + 3I' - H) + u''(K' - C) + w''(3G' + 3I'' - \\
&\qquad - F - 2H') + u'(2K'' - 2C') + w'(3G'' + I''' - 2F' - \\
&\qquad - H'') + u(K''' - C'') + w(G''' - F'') = 0.
\end{aligned}$$

Ordnen wir dieselben genau so, wie wir es vorher gethan haben, so hat man:

	u''	u'	u
$Bw'' + B'w' + w(E' - A)$	I	$H + I' - G$	$H' - F$
$Iw'' + w'(G + I' - H) + w(G' - F)$	0	0	$K' - C$
$Iw''' + w''(G + 2I' - H) + w'(2G' + I'' - F - H') + w(G'' - F')$	0	$K' - C$	$K'' - C'$
$Iw'''' + w'''(G + 3I' - H) + w''(3G' + 3I'' - F - 2H') + w'(3G'' + I''' - 2F' - H'') + w(G''' - F'')$	$K' - C$	$2K'' - 2C'$	$K''' - C''$

und die Determinante dieser Ausdrücke gleich Null gesetzt, gibt die Eliminations-Gleichung, die, wenn nicht $I = 0$ oder $K' - C = 0$ ist, von der vierten Ordnung ist. (Die Fälle, wo $D = 0$ und $I = 0$ oder $D = 0$ und $K' - C = 0$ ist, werden wir später zur Sprache bringen.)

§. 24.

Betrachten wir nun jenen speciellen Fall, wo

$$BD - I^2 = 0$$

ist. Man wäre hier vielleicht geneigt zu glauben, dass, weil allgemein die Glieder der zweiten Ordnung auf die Form:

$$\left\{ v w^2 + 2 v_1 w u + v_2 u^2 \right\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} B\,(w' + \lambda_1\, w + \lambda_2 u' + \lambda_3 u)^2\, dx +$$
$$+ \int_{x_1}^{x_2} \frac{BD - I^2}{B}\,(u' + \mu_1 w + \mu_2 u)^2\, dx$$

gebracht werden konnten, in unserm speciellen Falle, wo $BD - I^2 = 0$ ist, die Glieder der zweiten Ordnung sich so transformiren lassen:

$$\left\{ v w^2 + 2 v_1 w u + v_2 u^2 \right\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} B\,(w' + \lambda_1 w + \lambda_2 u' + \lambda_3 u)^2\, dx.$$

Aber bei näherem Betracht sieht man, dass dies nicht so ist. Denn, gesetzt den Fall, wir hätten angenommen, dass sich die Glieder der zweiten Ordnung so transformiren liessen, so hätte man zur Bestimmung von $v, v_1, v_2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
A &= v' + B\lambda_1^2 \\
C &= v_2' + B\lambda_3^2 \\
D &= B\lambda_2^2 \\
E &= v + B\lambda_1 \\
F &= v_1' + B\lambda_1\, \lambda_3 \\
G &= v_1 \ + B\lambda_1\, \lambda_2 \\
H &= v_1 \ + B\lambda_3 \\
I &= B\lambda_2 \\
K &= v_2 \ + B\lambda_2\, \lambda_3.
\end{aligned}$$

Aus der vorletzten von ihnen folgt:

$$\lambda_2 = \frac{I}{B}$$

und dies in die dritte Gleichung gesetzt, gilt $BD - I^2 = 0$; es bleiben dann noch sieben Gleichungen zur Bestimmung von den fünf Unbekannten $v, v_1, v_2, \lambda_1, \lambda_3$, was nur in speciellen Fällen, nicht aber allgemein geht.

Werfen wir jetzt einen Blick auf die Gleichung (110). Ihre zwei ersten Glieder werden für $BD - I^2 = 0$ verschwinden, somit

wird die Gleichung (110) nicht mehr von der vierten Ordnung sein, sondern höchstens von der zweiten (ich sage höchstens, weil ja auch das dritte Glied dieser Gleichung für $BD - I^2 = 0$ verschwinden könnte; wenn auch nicht allgemein, so doch in speciellen Fällen; wir wollen jedoch dieses hier nicht voraussetzen, sondern erst später zur Sprache bringen), dies hat zur Folge, dass die Integrale der Gleichungen (93) nur aus zwei Theilen bestehen, es ist nämlich alsdann:

$$(111)\qquad \begin{aligned} w &= C_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + C_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} \\ u &= C_1 \frac{\partial z}{\partial a_1} + C_2 \frac{\partial z}{\partial a_2} \end{aligned}$$

und die Folge hiervon ist wieder, dass die Integrale der beiden Differential-Gleichungen (92) blos mit zwei Constanten versehen sind, wir nehmen an, dieselben seien:

$$(112)\qquad \begin{aligned} y &= \varphi\,(x, a_1, a_2) \\ z &= \psi\,(x, a_1, a_2). \end{aligned}$$

Und nun setzen wir die Glieder zweiter Ordnung in folgender Form voraus:

$$(113)\qquad \begin{aligned} &\int_{x_1}^{x_2} (Aw^2 + Bw'^2 + Cu^2 + Du'^2 + 2Eww' + 2Fwu + 2Gwu' + \\ &+ 2Hw'u + 2Iw'u' + 2Kuu')\,dx = \Big\{v w^2 + 2v_1 wu + v_2 u^2\Big\}_{x_1}^{x_2} + \\ &+ \int_{x_1}^{x_2} B(w' + \lambda_1 w + \lambda_2 u' + \lambda_3 u)^2 dx + \int_{x_1}^{x_2} P(w + \mu u)^2 dx; \end{aligned}$$

damit nun diese Gleichung identisch stattfinde, muss sein:

$$\begin{aligned} A &= v' + B\lambda_1^2 + P \\ C &= v'_2 + B\lambda_3^2 + P\mu^2 \\ D &= B\lambda_2^2 \\ E &= v + B\lambda_1 \\ F &= v_1' + B\lambda_1\lambda_3 + P\mu \\ G &= v_1 + B\lambda_1\lambda_2 \\ H &= v_1 + B\lambda_3 \\ I &= B\lambda_2 \\ K &= v_2 + B\lambda_2\lambda_3 \end{aligned}$$

daraus folgt:

$$\lambda_2 = \frac{I}{B}$$

diesen Werth in die dritte Gleichung eingeführt, gibt $BD - I^2 = 0$, und in die anderen Gleichungen gesetzt, führt zu nachstehenden Folgerungen:

$$\left.\begin{aligned}
A &= v' + B\lambda_1^2 + P \\
C &= v_2' + B\lambda_3^2 + P\mu^2 \\
E &= v + B\lambda_1 \\
F &= v_1' + B\lambda_1\lambda_3 + P\mu \\
G &= v_1 + I\lambda_1 \\
H &= v_1 + B\lambda_3 \\
K &= v_2 + I\lambda_3 .
\end{aligned}\right\} \quad (114)$$

In diesen sieben Gleichungen erscheinen sieben Unbekannte, die man so bestimmen könnte:

Aus der 3. von ihnen folgt: $\lambda_1 = \frac{E-v}{B}$

" " 5. " " " $v_1 = G - \frac{I}{B}(E-v)$

" " 6. " " " $\lambda_3 = \frac{H-G}{B} + \frac{I}{B^2}(E-v)$

" " 7. " " " $v_2 = K - \frac{I}{B}(H-G) - \frac{I^2}{B^2}(E-v)$.

Aus der zweiten und vierten Gleichung ergeben sich P und μ, und setzt man die gefundenen Werthe von P und λ_1 in die erste Gleichung, so erhält man eine Differential-Gleichung ersten Grades in v, durch deren Integration in den Resultaten unserer Rechnung, eine Constante auftritt.

Wir werden uns aber die Werthe von $\lambda_1, \lambda_3, \mu_1, \mu_2$ durch andere ganz einfache Betrachtungen verschaffen.

Die Gleichung

$$\left\{ w\frac{\partial W}{\partial y'} + u\frac{\partial W}{\partial z'} \right\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} \left\{ w\left[\frac{\partial W}{\partial y} - \left(\frac{\partial W}{\partial y'}\right)'\right] + u\left[\frac{\partial W}{dz} - \left(\frac{\partial W}{\partial z'}\right)'\right]\right\} dx =$$

$$\left\{ v w^2 + 2 v_1 w u + v_2 u^2 \right\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} B(w' + \lambda_1 w + \lambda_2 u' + \lambda_3 u)^2 dx + \quad (115)$$

$$+ \int_{x_1}^{x_2} P(w + \mu u)^2 dx$$

soll eine identische sein. Das im ersten Theile derselben vorkommende Integral verschwindet, wenn man statt u und v die Ausdrücke in (111) substituirt, also muss durch dieselbe Substitution auch das Integral im zweiten Theile obiger Gleichung verschwinden, d. h. mit anderen Worten, die in (111) stehenden Ausdrücke sind Integrale der zwei linearen Differential-Gleichungen

$$w' + \lambda_1 w + \lambda_2 u' + \lambda_3 u = 0,$$
$$w + \mu u = 0.$$

Setzt man nun:

$$\alpha = C_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + C_2 \frac{\partial y}{\partial a_2}$$
$$\beta = C_1 \frac{\partial z}{\partial a_1} + C_2 \frac{\partial z}{\partial a_2},$$

so hat man:

$$\alpha' + \lambda_1 \alpha + \lambda_2 \beta' + \lambda_3 \beta = 0$$
$$\alpha + \mu \beta = 0.$$

Verbindet man mit diesen Gleichungen noch die, durch Subtraction der fünften und sechsten Gleichungen (114) hervorgehende, nämlich:

$$G - H = I\lambda_1 - B\lambda_3,$$

so kann man die Werthe für λ_1, λ_3 und μ leicht finden. Wirklich ergibt sich aus ihnen:

$$(116) \qquad \begin{aligned} \lambda_1 &= -\frac{\beta (H - G) + B\alpha' + I\beta'}{B\alpha + I\beta} \\ \lambda_3 &= \frac{\alpha (H - G) - I\alpha' - D\beta'}{B\alpha + I\beta} \\ \mu &= -\frac{\alpha}{\beta} \end{aligned}$$

und nun behaupte ich, dass dies die richtigen Werthe für λ_1, λ_3 und μ sind, d. h. dass es diejenigen Werthe sind, die sich ergeben als Auflösung der Gleichungen (114).

Denn, sind dies die richtigen Werthe für λ_1, λ_3 und μ, so folgt aus den Gleichungen (114) für v, v_1, v_2, P folgendes:

$$v = E - B\lambda_1$$
$$v_1 = G - I\lambda_1 \text{ oder auch } v_1 = H - B\lambda_3$$
$$v_2 = K - I\lambda_3$$
$$P = \frac{1}{\mu}(F - v'_1 - B\lambda_1\lambda_3)$$

und alle diese Werthe müssen den zwei Gleichungen:

$$\begin{aligned} A &= v' + B\lambda_1^2 + P \\ C &= v'_2 + B\lambda_2^2 + P\mu^2 \end{aligned} \tag{117}$$

identisch genügen.

Wir werden nun, um diese Identität nachzuweisen, statt v und v_2 ihre Werthe einführen, und haben:

$$\begin{aligned} A &= E' - B'\lambda_1 - B\lambda'_1 + B\lambda_1^2 + \frac{1}{\mu}(F - v'_1 - B\lambda_1\lambda_2) \\ C &= K' - I'\lambda_2 - I\lambda'_2 + B\lambda_2^2 + \mu\,(F - v'_1 - B\lambda_1\lambda_2), \end{aligned}$$

oder, wenn wir auch statt v_1 seinen Werth setzen:

$$\begin{aligned} A = E' - B'\lambda_1 - B\lambda'_1 + B\lambda_1^2 + \frac{1}{\mu}(F - G' - I'\lambda_1 + \\ + I\lambda_1' - B\lambda_1\lambda_2) \\ C = K' - I'\lambda_2 - I\lambda'_2 + B\lambda_2^2 + \mu\,(F - H' + B'\lambda_2 + \\ + B\lambda_2' - B\lambda_1\lambda_2). \end{aligned}$$

Diese Gleichungen lassen sich nun so ordnen:

$$\begin{aligned} -\lambda_1'(B\alpha + I\beta) - \lambda_1(B'\alpha + I'\beta) + B\lambda_1(\lambda_1\alpha + \lambda_2\beta) + \\ + \alpha(E' - A) + \beta(G' - F) = 0 \\ -\lambda_2'(B\alpha + I\beta) - \lambda_2(B'\alpha + I'\beta) + B\lambda_2(\lambda_1\alpha + \lambda_2\beta) + \\ + \alpha(H' - F) + \beta(K' - C) = 0. \end{aligned}$$

Es ist aber:

$$\lambda_1' = -\frac{\beta(H' - G') + \beta'(H + I' - G) + \beta'' I + B'\alpha' + B\alpha''}{B\alpha + I\beta} - $$
$$- \lambda_1 \frac{B\alpha' + I\beta' + B'\alpha + I'\beta}{B\alpha + I\beta}$$
$$\lambda_2' = -\frac{\alpha(G' - H') + \alpha'(G + I' - H) + \alpha'' I + D'\beta' + D\beta''}{B\alpha + I\beta} - $$
$$- \lambda_2 \frac{B\alpha' + I\beta' + B'\alpha + I'\beta}{B\alpha + I\beta}$$
$$\lambda_1\alpha + \lambda_2\beta = -\alpha' - \lambda_2\beta';$$

folglich, wenn wir diese Werthe einführen und gehörig reduciren:

$$\begin{aligned} \alpha(E' - A) + B'\alpha' + B\alpha'' + \beta(H' - F) + \beta'(H + I' - G) + \\ + \beta'' I = 0 \\ \alpha(G' - F) + \alpha'(G + I' - H) + \alpha'' I + \beta(K' - C) + D'\beta' + \\ + D\beta'' = 0 \end{aligned}$$

und das sind wirklich identische Gleichungen, weil $w = \alpha$ und $u = \beta$ den Gleichungen (94) genügen. Ich bemerke noch, dass man P auf folgende Form bringen kann:

$$P = \frac{\beta^2}{\alpha (B\alpha + I\beta)} \Big\{ I(H' - F) + B(C - K') + \\ + \lambda_3 \left[B(G + I' - H) - B' I \right] \Big\}.$$

In dem Falle also, wo $B D - I^2 = 0$ ist, erscheinen, wie wir gesehen haben, y und z blos mit zwei Constanten versehen. Die Folge hiervon ist, dass die drei Coordinaten x, y, z der Grenzpunkte der gesuchten Curve, nicht mehr, so wie in den früheren Fällen willkürlich sind, sondern nur zwei derselben, etwa x und y, oder x und z; die dritte Coordinate ist der Bedingung unterworfen, den für y und z gefundenen Gleichungen zu genügen. Da nun hierdurch für die Grenzwerthe $w=0$ und $u=0$ ist, so hat man für die Glieder der zweiten Ordnung folgenden Ausdruck:

$$\int_{x_1}^{x_2} B(w' + \lambda_1 w + \lambda_2 u' + \lambda_3 u)^2 \, dx + \int_{x^1}^{x_2} P(w + \mu u)^2 \, dx,$$

in welchem die Grössen $\lambda_1, \lambda_3, P, \mu$ mit einer willkürlichen Constanten $\frac{C_2}{C_1} = m$ behaftet sind.

Die Kriterien für ein Maximum oder Minimum sind hier folgende:

Die zweiten Differential-Quotienten von V dürfen innerhalb der Integrations-Grenzen nicht durch unendlich gehen [1]), ferner muss die Constante m so gewählt werden können, dass weder α noch β noch $B\alpha + I\beta$ für, zwischen x_1 und x_2 liegende Werthe von x gleich Null werde, denn alle drei erscheinen im Nenner der gesuchten Grössen, endlich muss noch P mit B, für das gehörig gewählte m einerlei Zeichen haben, und zwar ebenfalls für alle Werthe von x, von $x = x_1$ bis $x = x_2$.

Bevor wir diesen Paragraph enden, wollen wir noch die Form von V in Betracht ziehen. Aus der partiellen Differential-Gleichung

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial z'^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial z'}\right)^2 = 0$$

---

[1]) Diese in allen Fällen nothwendige Bedingung, wollen wir, als von selbst verständlich, künftig unerwähnt lassen.



folgt:

$$V = \alpha + y' \varphi(\alpha) + z' \psi(\alpha)$$

unter φ und ψ willkürlichen Functionen verstanden, und für α eine Grösse, die aus der Gleichung

$$1 + y' \varphi'(\alpha) + z' \psi'(\alpha) = 0 \qquad (118)$$

zu ziehen ist. Man sieht auch leicht ein, dass man derselben partiellen Differential-Gleichung genügt, für:

$$V = \alpha + y' \varphi(\alpha) + z' \psi(\alpha) + f_1(x, y, z) + y' f_2(x, y, z) + \\ + z' f_3(x, y, z)$$

unter α den früheren Werth und unter f_1, f_2, f_3 willkürliche Functionsformen verstanden. Denn man hat:

$$\frac{\partial V}{\partial y'} = \frac{\partial \alpha}{\partial y'} + \varphi(\alpha) + y' \varphi'(\alpha) \frac{\partial \alpha}{\partial y'} + z' \psi'(\alpha) \frac{\partial \alpha}{\partial y'} + f_2(x, y, z)$$

und wenn man die Gleichung (118) zu Hülfe ruft

$$\frac{\partial V}{\partial y'} = \varphi(\alpha) + f_2(x, y, z),$$

eben so ist auch

$$\frac{\partial V}{\partial z'} = \psi(\alpha) + f_3(x, y, z).$$

Ferner hat man:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} = \varphi'(\alpha) \frac{\partial \alpha}{\partial y'}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial z'} = \varphi'(\alpha) \frac{\partial \alpha}{\partial z'} = \psi'(\alpha) \frac{\partial \alpha}{\partial y'}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z'^2} = \psi'(\alpha) \frac{\partial \alpha}{\partial z'},$$

also ist wirklich

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial z'^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial z'}\right)^2 = 0.$$

§. 25.

Wir haben bisher jene speciellen Fälle behandelt, wo eine der drei Grössen

$$B, \; D, \; BD - I^2$$

gleich Null war; gehen wir jetzt über zur Betrachtung der Fälle, wo zwei der genannten drei Grössen gleich Null sind. Sei also

$$B = 0, \quad D = 0.$$

In diesem Falle ist V linear bezüglich y' und auch bezüglich z', also von der Form

$$V = \varphi_1(x, y, z) + y'\varphi_2(x, y, z) + z'\varphi_3(x, y, z) + \\ + y'z'\varphi_4(x, y, z).$$

Die Gleichung (110), durch deren Kenntniss wir im Allgemeinen genauen Aufschluss über die Anzahl der in y und z eintretenden Constanten erhalten, wird gebildet durch die Elimination von u aus den vier in § 23 aufgestellten Gleichungen (man hat nur in der ersten derselben $B = 0$ zu setzen), und diese ist von der vierten Ordnung, falls nicht noch $I = 0$ oder $K' - C = 0$ wäre, Fälle die wir jetzt ausser Acht lassen wollen, da wir sie ohnedies später zur Sprache bringen werden.

Da die Gleichung (110) von der vierten Ordnung ist, so erscheinen auch in y und z vier Constante, wir nehmen an, wir hätten gefunden:

$$y = \varphi(x, a_1, a_2, a_3, a_4),$$
$$z = \psi(x, a_1, a_2, a_3, a_4).$$

Die unter dem Integralzeichen stehenden Glieder der zweiten Ordnung setzen wir hier in folgender Form voraus:

$$Aw^2 + Cu^2 + 2Eww' + 2Fwu + 2Gwu' + 2Hw'u + 2Iw'u' + \\ + 2Kuu' = (vw^2 + 2v_1wu + v_2u^2)' + P(w' + \lambda_1 w + \lambda_2 u' + \\ + \lambda_3 u)^2 + Q(w' + \mu_1 w + \mu_2 u' + \mu_3 u)^2;$$

daraus folgt:

$$\begin{aligned}
A &= v' + P\lambda_1^2 + Q\mu_1^2 \\
C &= v_2' + P\lambda_3^2 + Q\mu_3^2 \\
E &= v + P\lambda_1 + Q\mu_1 \\
F &= v_1' + P\lambda_1\lambda_3 + Q\mu_1\mu_3 \\
G &= v_1 + P\lambda_1\lambda_2 + Q\mu_1\mu_2 \\
H &= v_1 + P\lambda_3 + Q\mu_3 \\
I &= P\lambda_2 + Q\mu_2 \\
K &= v_2 + P\lambda_2\lambda_3 + Q\mu_2\mu_3 \\
P &+ Q = 0 \\
P\lambda_2^2 &+ Q\mu_2^2 = 0.
\end{aligned}$$

Aus den zwei letzten Gleichungen hat man:

$$Q = -P$$
$$P(\lambda_2^2 - \mu_2^2) = 0.$$

P kann offenbar nicht Null sein, denn sonst wäre auf $Q = 0$ und die unter dem Integralzeichen stehenden Glieder zweiter Ordnung $= (v\,w^2 + 2v_1\,w\,u + v_2\,u^2)'$ was nur in sehr speciellen Fällen ist; da wir also P nicht gleich Null annehmen, so muss $\lambda_2^2 - \mu_2^2 = 0$ sein, das heisst entweder $\mu_2 = +\lambda_2$ oder $\mu_2 = -\lambda_2$ das Erste, nämlich $\mu_2 = +\lambda_2$ ist auch nicht annehmbar, weil sonst $I = \lambda_2(P + Q) = 0$ wäre, was wir ja auch nicht voraussetzen, also muss

$$\mu_2 = -\lambda_2$$

sein; dadurch ist

$$I = 2\lambda_2 P.$$

Werden diese Werthe in die oben aufgestellten zehn Gleichungen eingeführt, nämlich

$$Q = -P \qquad \mu_2 = -\lambda_2 \qquad \lambda_2 P = \frac{I}{2},$$

so erhält man:

$$\begin{aligned}
A &= v' + P(\lambda_1^2 - \mu_1^2) \\
C &= v_2' + P(\lambda_2^2 - \mu_2^2) \\
E &= v + P(\lambda_1 - \mu_1) \\
F &= v_1' + P(\lambda_1\lambda_2 - \mu_1\mu_2) \\
G &= v_1 + \frac{I}{2}(\lambda_1 + \mu_1) \\
H &= v_1 + P(\lambda_2 - \mu_2) \\
K &= v_2 + \frac{I}{2}(\lambda_2 + \mu_2).
\end{aligned}$$

In diesen sieben Gleichungen kommen acht Unbekannte vor, wir können daher irgend eine derselben willkürlich wählen, nehmen wir eine der vier Grössen λ_1, λ_2, μ_1, μ_2 gleich Null an, etwa

$$\mu_2 = 0$$

so erhalten wir:

$$
(119) \qquad
\begin{aligned}
A &= v' + P(\lambda_1^2 - \mu_1^2) \\
C &= v_2' + P\lambda_3^2 \\
E &= v + P(\lambda_1 - \mu_1) \\
F &= v_1' + P\lambda_1 \lambda_3 \\
G &= v_1 + \frac{I}{2}(\lambda_1 + \mu_1) \\
H &= v_1 + P\lambda_3 \\
K &= v_2 + \frac{I}{2}\lambda_3 .
\end{aligned}
$$

Aus der 3[ten], 5[ten], 6[ten] und 7[ten] Gleichung ergibt sich:

$$
(120) \qquad
\begin{aligned}
v_1 &= G - \frac{I}{2}(\lambda_1 + \mu_1) \\
P &= \frac{1}{\lambda_3}\left[H - G + \frac{I}{2}(\lambda_1 + \mu_1)\right] \\
v_2 &= K - \frac{I}{2}\lambda_3 \\
v &= E + \frac{\mu_1 - \lambda_1}{\lambda_3}\left[H - G + \frac{I}{2}(\lambda_1 + \mu_1)\right]
\end{aligned}
$$

und werden diese Werthe in die 1[te], 2[te] und 4[te] Gleichung gesetzt, so erhält man drei Differential-Gleichungen der ersten Ordnung, aus denen man λ_1, μ_1 und λ_3 bestimmen soll.

Setzen wir nun für $\alpha_1\ \beta_1$, $\alpha_2\ \beta_2$ Ausdruck voraus, ganz von derselben Form wie die im §. 21 vorausgesetzten, so sind diese Ausdrücke Functionen von x, welche respective statt w und u in den Gleichungen:

$$
(121) \qquad
\begin{aligned}
I u'' + u'(H + I' - G) + w'(E - A) + u(H' - F) &= 0 \\
I w'' + w'(G + I' - H) + u(K - C) + w(G' - F) &= 0
\end{aligned}
$$

gesetzt, dieselben in identische verwandeln, sucht man dann aus den vier Gleichungen

$$
\begin{aligned}
\alpha_1' + \lambda_1\alpha_1 + \lambda_2\beta_1' + \lambda_3\beta_1 &= 0 \qquad & \alpha_1' + \mu_1\alpha_1 + \mu_2\beta_1' &= 0 \\
\alpha_2 + \lambda_1\alpha_2 + \lambda_2\beta_2' + \lambda_3\beta_2 &= 0 \qquad & \alpha_2' + \mu_1\alpha_2 + \mu_2\beta_2' &= 0
\end{aligned}
$$

λ_1, λ_3, μ_1 und μ_2, so behaupte ich, dass die so gefundenen Werthe die richtigen sind. Wir haben aus ihnen

$$\lambda_1 = \frac{\alpha_2'\beta_1 - \alpha_1'\beta_2}{\alpha_1\,\beta_2 - \alpha_2\,\beta_1} + \lambda_2\,\frac{\beta_1\beta_2' - \beta_1'\beta_2}{\alpha_1\,\beta_2 - \alpha_2\,\beta_1}$$

$$\lambda_3 = \frac{\alpha_2\alpha_1' - \alpha_1\alpha_2'}{\alpha_1\,\beta_2 - \alpha_2\,\beta_1} + \lambda_2\,\frac{\alpha_2\beta_1' - \alpha_1\beta_2'}{\alpha_1\,\beta_2 - \alpha_2\beta_1}$$

$$\mu_1 = \frac{\alpha_2'\,\beta_1' - \alpha_1'\,\beta_2'}{\alpha_1\,\beta_2' - \alpha_2\,\beta_1'}$$

$$\mu_2 = \frac{\alpha_2\,\alpha_1' - \alpha_1\,\alpha_2'}{\alpha_1\,\beta_2' - \alpha_2\,\beta_1'}$$

und wenn wir die in §. 21 eingeführten Bezeichnungen ferner beibehalten, und zugleich nicht ausser Acht lassen, dass $\lambda_2 = -\mu_2$ ist, so hat man:

$$\lambda_1 = -\frac{M_2}{M_1} + \frac{M_4\,M_5}{M_1\,M_3}$$

$$\lambda_3 = -2\,\frac{M_4}{M_1}$$

$$\mu_1 = -\frac{M_6}{M_3}$$

$$\mu_2 = -\frac{M_4}{M_3};$$

ferner ist:

$$\lambda_1 + \mu_1 = \frac{M_4\,M_5 - M_2\,M_3 - M_1\,M_6}{M_1\,M_3} = -2\,\frac{M_2}{M_1}$$

$$\lambda_1 - \mu_1 = \frac{M_4\,M_5 - M_2\,M_3 + M_1\,M_6}{M_1\,M_3} = 2\,\frac{M_4\,M_5}{M_1\,M_3},$$

folglich hat man, diese Werthe in die Gleichungen (120) einführend:

$$v_1 = G + I\,\frac{M_2}{M_1}$$

$$P = \frac{1}{2\,M_4}\,[M_1\,(G - H) + I\,M_3]$$

$$v_2 = K + I\,\frac{M_4}{M_1}$$

$$v = E - \frac{M_5}{M_1\,M_3}\,[M_1\,(G - H) + I\,M_3]$$

und nun sollen, wenn die aufgestellten Werthe von λ_1, λ_3, μ_1, μ_2 die richtigen sind, folgende Gleichungen identische sein:

$$A = v' + P\,(\lambda_1^2 - \mu_1^2)$$

$$C = v_2' + P\,\lambda_3^2$$

$$F = v_1' + P\,\lambda_1\,\lambda_3.$$

Führen wir statt $P, \lambda_1, \lambda_2, \mu_1$ ihre Werthe ein, so haben wir:

$$A = v' - 2\frac{M_2 M_5}{M_1^2 M_3}[M_1(G-H) + I M_2]$$

$$C = v_2' + 2\frac{M_4}{M_1^2}[M_1(G-H) + I M_2] \tag{122}$$

$$F = v_1' + [M_1(G-H) + I M_2]\frac{M_2 M_3 - M_4 M_5}{M_1^2 M_3}.$$

Nun ist aber:

$$v' = E' - \frac{M_5}{M_1 M_3}[(M_2 + M_3)(G-H) + M_1 G' - H') + \\ + I' M_2 + I(M_6 + M_7)] + \\ + \frac{M_1 M_5 M_6 + M_1 M_5 M_8 + M_2 M_3 M_5 + M_3^2 M_5 - M_1 M_3 M_{10}}{M_1^2 M_3^2}[M_1(G- \\ - H) + I M_2]$$

$$v_1' = G' + I'\frac{M_2}{M_1} + I\frac{M_1 M_7 - M_3^2 + M_4 M_5}{M_1^2}$$

$$v_2' = K' + I'\frac{M_4}{M_1} + I\frac{M_1 M_9 - M_2 M_4 - M_3 M_4}{M_1^2},$$

folglich

$$A = E' - \frac{M_5}{M_1 M_3}[(M_2 + M_3)(G-H) + M_1(G'-H') + I' M_2 + \\ + I(M_6 + M_7)] + \frac{M_4 M_5^2 + M_1 M_5 M_8 + M_3^2 M_5 - M_1 M_3 M_{10}}{M_1^2 M_3^2}[M_1(G- \\ - H) + I M_2]$$

$$C = K' + I'\frac{M_4}{M_1} + I\frac{M_1 M_9 + M_2 M_4 - M_3 M_4}{M_1^2} + 2\frac{M_4}{M_1}(G-H) \tag{123}$$

$$F = G' + I'\frac{M_2}{M_1} + I\frac{M_1 M_3 M_7 + M_3 M_4 M_5 - M_2 M_4 M_5}{M_1^2 M_3} + \\ + \frac{M_2 M_3 - M_4 M_5}{M_1 M_3}(G-H).$$

Wir wollen nun diese Gleichungen dadurch vereinfachen, dass wir statt $-A + E'$, $-C + K'$, $-F + G'$ ihre, ihnen identisch gleichen, in (102) angegebenen Werthe setzen, in denen man aber B und D gleich Null zu setzen hat. Diese sind daher:

$$-A + E' = \quad I\frac{M_{10}}{M_1} + (H + I' - G)\frac{M_5}{M_1}$$

$$-C + K' = -I\frac{M_9}{M_1} - (G + I' - H)\frac{M_4}{M_1}$$

$$-F + G' = -I\frac{M_7}{M_1} - (G + I' - H)\frac{M_3}{M_1}.$$

Die Gleichungen (123) werden dadurch:

$$-\frac{M_5}{M_3}(G'-H')+I'\frac{M_5(M_3-M_2)}{M_1 M_3}+$$
$$+(G-H)\cdot\frac{M_4 M_5^2+M_1 M_5 M_8-M_1 M_3 M_{10}-M_2 M_3 M_5-M_3^2 M_5}{M_1 M_3^2}+$$
$$+I\cdot\frac{M_3 M_4 M_5^2+M_1 M_3 M_5 M_8-M_1 M_2 M_3 M_{10}+M_1 M_3^2 M_{10}-M_1 M_3 M_5 M_7-M_3 M_4 M_5^2}{M_1^2 M_3^2}=0$$
$$\frac{M_4}{M_1^2}[M_1(G-H)+I(M_2-M_3)]=0$$
$$-\frac{M_4 M_5}{M_1^2 M_3}[M_1(G-H)+I(M_2-M_3)]=0.$$

Die erste dieser Gleichungen lässt sich auch so schreiben:

$$-\frac{M_5}{M_1 M_3}[M_1(G-H)+I(M_2-M_3)]'+$$
$$+\frac{M_4 M_5^2+M_1 M_5 M_8-M_1 M_3 M_{10}}{M_1^2 M_3^2}[M_1(G-H)+I(M_2-M_3)]=0$$

und nun sieht man, dass allen dreien genügt wird, wenn

$$M_1(G-H)+I(M_2-M_3)=0 \tag{124}$$

ist. Differenzirt man dieselbe, so hat man:

$$(M_2+M_3)(G-H)+M_1(G'-H')+I'(M_2-M_3)+ \\ +I(M_7-M_8)=0. \tag{125}$$

Diese Gleichung ist aber eine identische, denn sie ist eine unmittelbare Folge der zwei identischen Gleichungen:

$$I M_7+(G+I'-H)M_2+(G'-F)M_1=0$$
$$I M_8+(H+I'-G)M_3+(H'-F)M_1=0.$$

Da nun die Gleichung (125) identisch stattfindet, so muss das Integral derselben einer Constanten gleich sein, in unserm Falle ist die Constante gleich Null. Und nun lässt sich die Analyse genau so führen, wie wir sie im §. 21 geführt haben. Wir haben demnach:

$$\int_{x_1}^{x_2}(Aw^2+Cu^2+2Eww'+2Fwu+2Gwu'+2Hw'u+$$
$$+2Iw'u'+2Kuu')\,dx=\Big\{vw^2+2v_1wu+v_2u^2\Big\}_{x_1}^{x_2}+ \tag{126}$$
$$+\int_{x_1}^{x_2}P(w'+\lambda_1w+\lambda_2u'+\lambda_3u)^2\,dx-\int_{x_1}^{x_2}P(w'+\mu_1w-\lambda_2u')^2\,dx$$

wo, unter Berücksichtigung der Gleichung (124) $v, v_1, v_2, P, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ und μ_1 folgende Bedeutungen haben:

$$v = E - I\frac{M_5}{M_1}$$

$$v_1 = G + I\frac{M_2}{M_1}$$

$$v_2 = K + I\frac{M_4}{M_1}$$

$$P = \frac{I}{2}\,\frac{M_3}{M_4}$$

$$\lambda_1 = -\frac{M_2}{M_1} + \frac{M_4 M_5}{M_1 M_3}$$

$$\lambda_2 = \frac{M_4}{M_3}$$

$$\lambda_3 = -2\frac{M_4}{M_1}$$

$$\mu_1 = -\frac{M_6}{M_3}.$$

$M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$ haben die im §. 21 angegebenen Werthe, in denen die sechs Constanten $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ auftreten, zwischen denen folgende zwei Relationen stattfinden:

$$C_1 C_6 - C_2 C_5 + C_3 C_4 = 0$$
$$M_1 (G - H) + I (M_2 - M_3) = 0.$$

Da ferner blos die Quotienten

$$\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}, \frac{C_4}{C_1}, \frac{C_5}{C_1}, \frac{C_6}{C_1}$$

erscheinen, so kann man sagen, dass in den Resultaten unserer Rechnung drei willkürliche Constante eintreten, und dass sie somit die nothwendige Allgemeinheit haben.

Aus der Gleichung (124) sieht man, dass man in diesem Falle im Allgemeinen, weder auf ein Maximum, noch auf ein Minimum schliessen kann.

§. 26.

Sei jetzt

$$D = 0, BD - I^2 = 0$$

oder, was dasselbe ist:

$$D = 0, I = 0.$$

Weil $D = 0$ ist, muss V linear bezüglich z' sein, also von der Form

$$V = \varphi\,(x, y, y', z) + z'\psi\,(x, y, y', z);$$

nun soll aber noch $I = 0$ sein, d. h. $\frac{d\psi}{\partial y'} = 0$ oder $\psi =$ einer Function von x, y, z. Wir haben daher in diesem Falle

$$V = \varphi\,(x, y, y', z) + z'\psi\,(x, y, z)$$

unter φ und ψ willkürliche Functionen verstanden. Die zwei Gleichungen (94) sind hier:

$$Bw'' + B'w' + u'(H - G) + w\,(E' - A) + u\,(H' - F) = 0$$
$$w'\,(G - H) + u\,(K' - C) + w\,(G' - F) = 0$$

und differenzirt man die letzte von ihnen, so hat man

$$w''\,(G - \quad) + u'(K' - C) + w'\,(2G' - F - \quad') + u(K'' - C') +$$
$$+ w\,(G'' - F') = 0.$$

Durch Elimination von u und u' aus diesen drei Gleichungen erhält man jene Gleichung, die aus (110) hervorgeht, wenn man in derselben $D = 0$ und $I = 0$ setzt.

Ordnet man obige drei Gleichungen, so hat man:

	u'	u
$Bw'' + B'w' + w\,(E' - A)$	$H - G$	$H' - F$
$w'\,(G - H) + w\,(G' - F)$	0	$K' - C$
$w''\,(G - H) + w'\,(2G' - F - H') +$ $+ w\,(G'' - F')$	$K' - C$	$K'' - C'$

und die Determinante hieraus gibt die Eliminations-Gleichung. Sie ist im Allgemeinen von der zweiten Ordnung, und da der Factor von w'' gleich

$$-\,(K' - C)\,[B\,(K' - C) + (G - H)^2]$$

ist, so findet nur dann eine Ausnahme hiervon Statt, wenn entweder $K' - C = 0$ oder $B\,(K' - C) + (G - H)^2 = 0$ ist; Fälle, die wir einstweilen unbeachtet lassen.

Unsere Analyse ist nun von der im §. 24 geführten gar nicht verschieden, nur wird, weil $I = 0$ ist, $\lambda_2 = 0$, und es ist daher:

$$\int_{x_1}^{x_2} (Aw^2 + Bw'^2 + Cu^2 + 2Eww' + 2Fwu + 2Gwu' + 2Hw'u + 2Kuu')\,dx = \Big\{ vw^2 + 2v_1 wu + v_2 u^2 \Big\}_{x}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} B(w' + \lambda_1 w + \lambda_2 u)^2\,dx + \int_{x_1}^{x_2} P(w + \mu u)^2\,dx,$$

wo λ_1, λ_2, μ, v, v_1, v_2 und P Bedeutungen haben, die man aus denen im §. 24 gefundenen ableitet, wenn man in denselben $D = 0$, $I = 0$ setzt, man hat daher:

$$\alpha = C_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + C_2 \frac{\partial y}{\partial a_2}$$

$$\beta = C_1 \frac{\partial z}{\partial a_1} + C_2 \frac{\partial z}{\partial a_2}$$

$$\lambda_1 = -\frac{\beta(H-G) + B\alpha'}{B\alpha}$$

$$\lambda_2 = \frac{H-G}{B}$$

$$\mu = -\frac{\alpha}{\beta}$$

$$v = E + \frac{\beta(H-G) + B\alpha'}{\alpha}$$

$$v_1 = G$$

$$v_2 = K$$

$$P = -\frac{\beta}{\alpha}\left\{ F - G' + \frac{(H-G)[\beta(H-G) + B\alpha']}{B\alpha} \right\}.$$

Der Werth von P lässt sich noch auf eine andere Weise darstellen. Macht man nämlich Gebrauch von der Gleichung:

$$\alpha'(G-H) + \beta(K'-C) + \alpha(G'-F) = 0,$$

so hat man

$$P = -\frac{\beta^2}{B\alpha^2}[B(K'-C) + (G-H)^2].$$

Die Kriterien für ein Maximum oder Minimum hängen daher in diesem Falle von folgenden Umständen ab:

Erstens, es muss die Constante $\frac{C_2}{C_1} = m$ so gewählt werden können, dass weder α noch β für zwischen x_1 und x_2 liegende Werthe von x gleich Null wird.

Zweitens, hat man m so gewählt, so muss P und B für alle zwischen x_1 und x_2 liegenden Werthe noch gleichbezeichnet sein. Sind dann beide positiv, so hat man, wenn für die Grenzen w und u gleich Null sind, ein Minimum, sind sie aber beide negativ, ein Maximum. Sollten B und I gleich Null sein, so lässt sich natürlich die Analyse auf ganz analoge Weise führen.

§. 27.

Jetzt betrachten wir den Fall, wo

$$B = 0,\ D = 0,\ I = 0$$

ist, wo also V die Form hat:

$$V = \varphi_1(x, y, z) + y'\varphi_2(x, y, z) + z'\varphi_3(x, y, z).$$

Obwohl dies ein specieller Fall der früher betrachteten Fälle ist, sind wir doch genöthigt die Untersuchung von vorn zu beginnen, denn wollten wir etwa in dem zuletzt behandelten Falle, wo $D = 0$, $I = 0$ ist, auch $B = 0$ annehmen, so würden λ_1, λ_2, P Brüche werden, deren Nenner Null sind, d. h. λ_1, λ_2, P sind entweder unendlich oder unbestimmt. Die Analyse deutet damit an, dass die Transformation der Glieder der zweiten Ordnung auf eine andere Art bewerkstelligt werden muss. Wir setzen also, genau so wie im §. 25 vorgehend:

$$\begin{aligned} Aw^2 + Cu^2 + 2Eww' + 2Fwu + 2Gwu' + 2Hw'u + 2Kuu' = \\ = (vw^2 + 2v_1wu + v_2u^2)' + P(w' + \lambda_1 w + \lambda_2 u' + \lambda_3 u)^2 + \\ + Q(w' + \mu_1 w + \mu_2 u' + \mu_3 u)^2 \end{aligned}$$

und haben dadurch:

$$\begin{aligned} A &= v' + P\lambda_1^2 + Q\mu_1^2 \\ C &= v_2' + P\lambda_3^2 + Q\mu_3^2 \\ E &= v + P\lambda_1 + Q\mu_1 \\ F &= v_1' + P\lambda_1\lambda_3 + Q\mu_1\mu_3 \\ G &= v_1 + P\lambda_1\lambda_2 + Q\mu_1\mu_2 \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
H &= v_1 + P\lambda_3 + Q\mu_3 \\
K &= v_2 + P\lambda_2\lambda_3 + Q\mu_2\mu_3 \\
P &+ Q = 0 \\
P\lambda_2^2 &+ Q\mu_2^2 = 0 \\
P\lambda_2 &+ Q\mu_2 = 0.
\end{aligned}
$$

Die drei letzten Gleichungen lassen sich auch so schreiben:

$$
\begin{aligned}
Q &= -P \\
P(\lambda_2^2 &- \mu_2^2) = 0 \\
P(\lambda_2 &- \mu_2) = 0.
\end{aligned}
$$

Die zwei letzten werden erfüllt, sowohl für $P = 0$, als auch für $\lambda_2 = \mu_2$; $P = 0$ setzen wir nicht voraus, weil sonst auch Q gleich Null sein müsste, und die Glieder der zweiten Ordnung gleich

$$(vw^2 + 2v_1wu + v_2u^2)'$$

wären, was nur in sehr speciellen Fällen ist, wir setzen also

$$\lambda_2 = \mu_2.$$

Dies in obigen Gleichungen eingeführt, gibt uns:

$$
\begin{aligned}
A &= v' + P(\lambda_1^2 - \mu_1^2) \\
C &= v_2' + P(\lambda_3^2 - \mu_3^2) \\
E &= v + P(\lambda_1 - \mu_1) \\
F &= v_1' + P(\lambda_1\lambda_3 - \mu_1\mu_3) \\
G &= v_1 + P\lambda_2(\lambda_1 - \mu_1) \\
H &= v_1 + P(\lambda_3 - \mu_3) \\
K &= v_2 + P\lambda_2(\lambda_3 - \mu_3).
\end{aligned}
$$

In diesen sieben Gleichungen kommen neun Unbekannte vor, wir wählen daher

$$\mu_1 = 0, \quad \lambda_3 = 0$$

und haben dann

$$
\begin{aligned}
A &= v' + P\lambda_1^2 \\
C &= v_2' - P\mu_3^2 \\
E &= v + P\lambda_1 \\
F &= v_1' \\
G &= v_1 + P\lambda_1\lambda_2 \\
H &= v_1 - P\mu_3 \\
K &= v_2 - P\lambda_2\mu_3.
\end{aligned}
\tag{127}
$$

Die zwei Gleichungen (94) sind hier

$$u'(H-G)+w(E'-A)+u(H'-F)=0$$
$$w'(G-H)+u(K'-C)+w(G'-F)=0, \qquad (128)$$

verbindet man mit denselben noch die Gleichung

$$w''(G-H)+u'(K'-C)+w'(2G'-F-H')+u(K''-C')+$$
$$+w(G''-F')=0$$

und eliminirt man aus allen dreien u und u', so erhält man eine Gleichung in w, die von der zweiten Ordnung ist, falls nicht $K-C=0$ oder $G-H=0$ ist. Setzt man die beiden letzten Fälle nicht voraus, so sind die Integrale der Gleichungen (128) von der Form:

$$w=C_1\frac{\partial y}{\partial a_1}+C_2\frac{\partial y}{\partial a_2}$$
$$u=C_1\frac{\partial z}{\partial a_1}+C_2\frac{\partial z}{\partial a_2};$$

wir wollen dieselben mit α und β bezeichnen. Setzen wir nun:

$$\alpha'+\lambda_1\alpha+\lambda_2\beta'=0$$
$$\alpha'+\lambda_2\beta+\mu_2\beta=0, \qquad (129)$$

so haben wir, wenn wir diese Gleichungen mit den fünf letzten Gleichungen (127) verbinden

$$v_1=\int F\,dx$$
$$\lambda_1=\frac{\alpha\beta'(G-v_1)-\alpha'\beta(H-v_1)}{\alpha\beta(H-v_1)}$$
$$\lambda_2=-\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{G-v_1}{H-v_1}$$
$$\mu_2=\frac{\alpha\beta'(G-v_1)-\alpha'\beta(H-v_1)}{\beta^2(H-v_1)}$$
$$P=\frac{\beta^2(H-v_1)^2}{\alpha'\beta(H-v)-\alpha\beta'(G-v_1)}$$
$$v=E+\frac{\beta}{\alpha}(H-v_1)$$
$$v_2=K+\frac{\alpha}{\beta}(G-v_1).$$

Wir behaupten nun, dass dies die richtigen Werthe für $\lambda_1, \lambda_2, \mu_2, P, v, v_1, v_2$ sind, nämlich sie haben die Eigenschaft den Gleichungen

(127) identisch zu genügen. Dass sie den letzten fünf Gleichungen (127) genügen, ist von selbst klar, denn diese wurden ja benützt bei der Bestimmung derselben; es ist daher blos zu zeigen, dass die beiden Gleichungen

$$A = v' + P\lambda_1^2$$
$$C = v_2' - P\mu_2^2$$

hierfür erfüllt werden. Zu dem Behufe setze man in denselben statt $v, v_2, \lambda_1, \mu_2, P$ ihre Werthe, so erhält man nach einigen Reductionen:

$$\beta'(H - G) + \alpha(E - A) + \beta(H' - F) = 0$$
$$\alpha'(G - H) + \beta(K - C) + \alpha(G' - F) = 0,$$

was in Folge der Gleichungen (128) wirklich wahr ist.

Wir haben daher:

$$\int_{x_1}^{x_2}(Aw^2 + Cu^2 + 2Eww' + 2Fwu + 2Gwu' + 2Hw'u + 2Kuu')\,dx =$$
$$\{vw^2 + 2v_1wu + v_2u^2\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x}^{x_2} P(w' + \lambda_1 w + \lambda_1 u')^2\,dx -$$
$$- \int_{x_1}^{x_2} P(w' + \lambda_2 u' + \mu_2 u)^2\,dx$$

woraus man im Allgemeinen weder auf ein Maximum noch auf ein Minimum schliessen kann.

§. 28.

Ist aber nebstdem, dass

$$B = 0,\ D = 0,\ I = 0,$$

noch

$$G = H$$

so hören die Gleichungen (94) auf, Differential-Gleichungen zu sein, und die ganze Analyse ist daher von der eben jetzt geführten, wesentlich verschieden. Um zuerst die Form von V zu bestimmen, bemerken wir, dass, weil $B = 0$, $D = 0$, $I = 0$ ist, man hat

$$V = \varphi_1(x, y, z) + y'\varphi_2(x, y, z) + z'\varphi_3(x, y, z)$$

und weil $G = H$, oder was dasselbe ist $\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z'} = \frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial z}$ ist, hat man:

$$\frac{\partial \varphi_2(x, y, z)}{\partial z} = \frac{\partial \varphi_3(x, y, z)}{\partial y}$$

somit ist

$$V = \varphi(x, y, z) + [\psi(x, y, z)]'.$$

Die Werthe von y und z, welche U zu einem Grössten oder Kleinsten machen, ergeben sich hier aus den beiden gewöhnlichen Gleichungen:

$$\frac{\partial\varphi(x, y, z)}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial\varphi(x, y, z)}{\partial z} = 0.$$

Die Folge hiervon ist, dass man hier blos die Abscissen der Endpunkte willkürlich annehmen kann, nicht aber eine oder beide ihrer andern Coordinaten, wie wir es in den früheren Fällen thun konnten, wo uns die Wahl der zwei Constanten a_1 und a_2 oder gar die Wahl der vier Constanten a_1, a_2, a_3, a_4 zur beliebigen Verfügung stand.

Wir setzen hier:

$$Aw^2 + Cu^2 + 2Eww' + 2Fwu + 2Gwu' + 2Gw'u + 2Kuu' = (vw^2 + 2v_1 wu + v_2 u^2)' + P(w + \lambda u)^2 + Qu^2$$

und folgern daraus

$$\begin{aligned} A &= v' + P \\ C &= v_2' + P\lambda^2 + Q \\ E &= v \\ F &= v_1' + P\lambda \\ G &= v_1 \\ K &= v_2 \end{aligned}$$

somit ist umgekehrt:

$$\begin{aligned} v &= E \\ v_1 &= G \\ v_2 &= K \\ P &= A - E' \\ \lambda &= \frac{F - G'}{A - E'} \\ Q &= \frac{(A - E')(C - K') - (F - G')^2}{A - E'}. \end{aligned}$$

Es ist also:

$$\int_{x_1}^{x_2} (Aw^2 + Cu^2 + 2Eww' + 2Fwu + 2Gwu' + 2Gw'u + 2Kuu')\,dx =$$

$$\Big\{ + Ew^2\ 2Gwu + Ku^2 \Big\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} (A - E')\left(w + \frac{F - G'}{A - E'}u\right)^2 dx + \\ + \int_{x_1}^{x_2} \frac{(A - E')(C - K') - (F - G')^2}{A - E'}\,u^2\,\partial x$$

Nimmt man an, dass für die Grenzen $w = 0$, $u =$ ist, so hat man als Kennzeichen für ein Maximum:

$$A - E < 0,\; C - K < 0 \text{ und } (A - E)(C - K) - (F - G)^2 > 0.$$

und für ein Minimum

$$A - E > 0,\; C - K > 0 \text{ und } (A - E)(C - K) - (F - G)^2 > 0.$$

Wäre aber

$$(A - E)\, C - K) - (F - G)^2 = 0,$$

so reicht hin, dass für ein Maximum

$$A - E < 0$$

und für ein Minimum

$$A - E > 0$$

ist, und zwar für alle zwischen x_1 und x_2 liegenden Werthe von x.

Die Form von V ergibt sich alsdann durch Elimination von α aus:

$$V = \alpha + y\,\varphi(\alpha) + z\,\psi(\alpha) + [\chi(x, y, z)]'$$
$$1 + y\,\varphi'(\alpha) + z\,\psi'(\alpha) = 0,$$

wo φ, ψ, χ willkürliche Functionen sind. Die Gleichungen zur Bestimmung von y und z sind hier

$$\varphi(\alpha) = 0,\; \psi(\alpha) = 0,$$

woraus

$$y = C_1,\; z = C_2$$

folgt, und C_1 und C_2 constante Zahlen verstanden.

§. 29.

Sollte noch nebst den Gleichungen

$$B = 0,\; D = 0,\; I = 0,\; G = H$$

die Gleichung

$$A = E$$

bestehen, so wäre

$$V = \varphi(x, z) + y\,\psi(x, z) + [\chi(x, y, z)]'$$

und man kann dann setzen:

$$E\,w^2 + Cu^2 + 2Eww' + 2Fwu + 2Gwu' + 2Gw'u + 2Kuu' = (v\,w^2 + 2\,v_1\,w\,u + v_2\,u^2)' + P\,(w + \lambda\,u)^2 + Q\,w^2.$$

Dadurch ist

$$\begin{aligned} E' &= v' + P + Q \\ C &= v_2' + P\lambda^2 \\ E &= v \\ F &= v_1' + P\lambda \\ G &= v_1 \\ K &= v_2 \end{aligned}$$

oder umgekehrt

$$\begin{aligned} v &= E \\ v_1 &= G \\ v_2 &= K \\ \lambda &= \frac{C-K'}{F-G'} \\ P &= \frac{(F-G')^2}{C-K'} \\ Q &= -\frac{(F-G')^2}{C-K'}\,. \end{aligned}$$

Es ist also

$$\int_{x_1}^{x_2} (E'w^2 + Cu^2 + 2Eww' + 2Fwu + 2Gwu' + 2Gw'u + {} $$
$$+ 2Kuu')\,dx = $$
$$\Big\{ Ew^2 + 2Gwu + Ku^2 \Big\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} \frac{(F-G')^2}{C-K'} \left(w + \frac{C-K'}{F-G'} u\right)^2 dx - $$
$$- \int_{x_1}^{x_2} \frac{(F-G')^2}{C-K'} w^2\,dx$$

und man hat daher im Allgemeinen weder ein Maximum noch ein Minimum. Wäre noch nebstdem $F = G'$ mithin

$$B = D = I = 0,\ G = H,\ A = E',\ F = G',$$

so hätte man

$$V = \varphi(x, z) + y\,\psi(x) + [\chi(x, y, z)]'$$

und

$$\int_{x_1}^{x_2} (E'w^2 + Cu^2 + 2Eww' + 2G'wu + 2Gwu' + 2Gw'u + {}$$
$$+ 2Kuu')\,dx = $$
$$\Big\{ Ew^2 + 2Gwu + Ku^2 \Big\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} (C - K')\,u^2\,dx.$$

Ein Maximum oder Minimum findet da Statt, wenn $C - K'$ innerhalb der Integrationsgrenzen stets negativ oder stets positiv ist.

Wäre hingegen

$$B = D = I = 0,$$
$$G = H,\ A = E',\ C = K',$$

so hätte man:

$$V = y\,\varphi(x) + z\,\psi(x) + [\chi(x, y, z)]';$$

in diesem Falle lässt sich gar kein Werth für y oder z finden, welcher U zu einem Maximum oder Minimum macht. Was endlich den letzten Fall anbelangt, wo $\varphi(x) = 0$, $\psi(x) = 0$ ist, mithin

$$V = [F(x, y, z)]',\ \text{und}\ U = F(x, y, z)$$

ist, da hat man zur Bestimmung von y und z die zwei Gleichungen:

$$\frac{\partial U}{\partial y} = 0,\quad \frac{\partial U}{\partial z} = 0.$$

Setzt man die hieraus sich ergebenden Werthe von y und z in

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\,\delta y^2 + 2\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}\,\delta y\,\delta z + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\,\delta z^2,$$

so hat man ein Maximum oder Minimum für jene speciellen Werthe von x, welche diesen Ausdruck negativ oder positiv machen.

§. 30.

Wir haben am Schlusse des §. 23 versprochen jenen Fall zu discutiren, wo

$$D = 0\ \text{und}\ K' - C = 0$$

ist. Die zwei Gleichungen (94) nehmen hier folgende Form an:

$$B\,w'' + I\,u'' + B'\,w' + u'\,(H + I' - G) + w\,(E' - A) +$$
$$+ u\,(H' - F) = 0$$
$$I\,w'' + w'\,(G + I' - H) + w\,(G' - F) = 0;$$

u lässt sich in diesem Falle aus beiden Gleichungen nicht eliminiren. Aber man hat aus der zweiten Gleichung

$$w = A_1\frac{\partial y}{\partial a_1} + A_2\frac{\partial y}{\partial a_2}$$

und dies in die erste Gleichung substituirt, gibt

$$u = A_1\frac{\partial z}{\partial a_1} + A_2\frac{\partial z}{\partial a_2} + A_3\frac{\partial z}{\partial a_3} + A_4\frac{\partial z}{\partial a_4}.$$

Man wird also hier ganz denselben Weg wie in §. 23 einzuschlagen haben, und nur die Berechnung von M_1, M_2, M_3, M_4 wird sich einfacher führen lassen, weil $\frac{\partial y}{\partial a_3} = 0$ und $\frac{\partial y}{\partial a_4} = 0$ ist.

Die Integrale der Gleichungen (92) werden sein:

$$y = \varphi(x, a_1, a_2)$$
$$z = \psi(x, a_1, a_2, a_3, a_4).$$

In §. 25 haben wir den Fall unerörtert gelassen, wo

$$B = 0, D = 0, K' - C = 0$$

ist, allein hier lässt sich die oben gemachte Bemerkung Wort für Wort wiederholen, und sollte auch $E' - A = 0$ sein, so würden auch $\frac{\partial z}{\partial a_1} = 0, \frac{\partial z}{\partial a_2} = 0$ sein.

In §. 26 haben wir zwei Fälle unerörtert gelassen, erstens wo

$$D = 0, I = 0, K' - C = 0$$

ist. Da hat man aber:

$$B w'' + B' w' + u' (H - G) + w (E' - A) + u (H' - F) = 0$$
$$w' (G - H) + w (G' - F) = 0,$$

somit

$$w = C_1 \frac{\partial y}{\partial a_1}$$
$$u = C_1 \frac{\partial z}{\partial a_1} + C_2 \frac{\partial z}{\partial a_2}$$

und folglich

$$y = \varphi(x, a_1)$$
$$z = \psi(x, a_1\, a_2),$$

zweitens wo

$$D = 0, I = 0, B(K' - C) + (G - H)^2 = 0$$

ist. Da hat man für die Glieder der zweiten Ordnung folgende Form:

$$\left\{vw^2 + 2v_1 wu + v_2 u^2\right\}_{x^1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} B(w' + \lambda_1 w + \lambda_2 u)^2 dx + \int_{x_1}^{x_2} Qw^2 dx.$$

Zur Bestimmung von $v, v_1, v_2, \lambda_1, \lambda_2, P$ dienen die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
A &= v' + B\lambda_1^2 + Q \\
C &= v_2' + B\lambda \\
E &= v + B\lambda_1 \\
F &= v_1' + B\lambda_1 \lambda_2 \\
G &= v_1 \\
H &= v_1 + B\lambda_2 \\
K &= v_2
\end{aligned}$$

Aus ihnen folgen:

$$v_1 = G$$
$$v_2 = K$$
$$\lambda_2 = \frac{H-G}{B}$$
$$\lambda_1 = \frac{F-G'}{H-G}$$
$$v = \frac{E(H-G)-B(F-G')}{H-G}$$

$$Q = A - E' + B'\frac{F-G'}{H-G} + B\frac{(H-G)(F'-G'')-(F-G')(H'-G')-(F-G')^2}{(H-G)^2}.$$

Damit ein Maximum und Minimum eintrete, müssen B und Q gleich bezeichnet, und entweder stets positiv oder stets negativ sein, ferner muss $H-G$ von Null verschieden sein. Wäre auch $Q=0$, so hätte man ganz einfach für die Glieder der zweiten Ordnung:

$$\left\{\frac{E(H-G)-B(F-G')}{H-G}w^2 + 2Gwu + Ku^2\right\}_{x_1}^{x_2} +$$
$$+\int_{x_1}^{x_2} B\left(w' + \frac{F-G'}{H-G}w + \frac{H-G}{B}u\right)^2 dx.$$

Im §. 27 hatten wir:

$$B=0,\quad D=0,\quad I=0,\quad K'-C=0,$$

da ist nun wieder:

$$w = C_1\frac{\partial y}{\partial a_1}$$
$$u = C_1\frac{\partial z}{\partial a_1} + C_2\frac{\partial z}{\partial a_2}$$

und man hat daher ebenfalls in der Formel des §. 27 blos $\frac{\partial y}{\partial a_2}=0$ zu setzen, um die Formeln für den gegenwärtigen Fall zu haben.

Und nun unterlassen wir ein weiteres Untersuchen specieller, in der allgemeinen Form $V=\varphi(x, y, y', z, z')$ enthaltener Fälle; wir haben ohnedies vielleicht schon zu viel darüber mitgetheilt.

Analyse des Mineralwassers zu Roggendorf (Banat).

Von **Dr. Johann Nuricsány** und **Rudolf Spängler.**

(Vorgelegt in der Sitzung vom 27. Juli 1854 durch Herrn Say.)

Das Wasser des Roggendorfer Brunnens ist klar, geruchlos, sein Geschmack ist salzig-bitter.

Durch eine genaue qualitative Analyse konnten in bedeutender Menge Schwefelsäure, Natron und Bittererde, dann in kleinerer Menge Chlor, Kieselsäure, Kalk, Kali, Thonerde, und Eisenoxydul, nebst kleinen Spuren von Phosphorsäure nachgewiesen werden.

Die quantitative Analyse, welche nach der üblichen Methode mit gehöriger Vorsicht ausgeführt wurde, lieferte nachstehende Resultate:

Bestimmung des specifischen Gewichtes.

Ein Fläschchen fasste an dest. Wasser bei 15° C. 11·692 Grm.
dasselbe „ „ „ Mineralwasser bei 15° C. 11·853 „

Mithin ist das specifische Gewicht 1·0137.

Directe Ergebnisse der quantitativen Analyse:

	In 1000 Gew.-Theilen.			
Bestimmung der fixen Bestandtheile.		Spängler	Nuricsány	Mittel
1462·5 Grm. Wasser gaben 17·333 Grm. fixen Rückstand	11·851	...	...	...
57·938 Grm. Wasser gaben 0·688 Grm. fixen Rückstand	11·874	...	...	...
davon das Mittel	...	11·862	...	11·862
Bestimmung der Schwefelsäure.				
42·274 Grm. Wasser gaben 0·849 Grm. schwefelsauren Baryt, diese enthalten 0·291 Grm. Schwefelsäure	6·883	...	...	...
46·397 Grm. Wasser gaben 0·936 Grm. schwefelsauren Baryt, diese enthalten 0·321 Grm. Schwefelsäure	6·918	...	...	...
davon das Mittel	...	6·901	6·993	6·947
Bestimmung des Chlors.				
668·5 Grm. Wasser gaben 0·237 Grm. Chlorsilber, diese enthalten 0·058 Grm. Chlor	0·086	...	...	...
39·527 Grm. Wasser gaben 0·014 Grm. Chlorsilber, diese enthalten 0·0035 Grm. Chlor	0·087	...	...	...
51·15 Grm. Wasser gaben 0·018 Grm. Chlorsilber, diese enthalten 0·0044 Grm. Chlor	0·087	...	...	...
davon das Mittel	...	0·087	0·084	0·085

	In 1000 Gew. Theilen.			
		Spängler	Nuricsány	Mittel
Bestimmung der Kieselsäure.				
1462·5 Grm. Wass. gab. 0·052 Grm. Kiesels.	0·035	. . .	. . .	. . .
668·5 „ „ „ 0·020 „ „	0·029	. . .	. . .	. . .
davon das Mittel	. . .	0·032	0·028	0·030
Bestimmung des Eisenoxyduls.				
1462·5 Grm. Wass. g. 0·021 Grm. Eisenoxyd.	0·014	. . .	. . .	. . .
diesem entsprechen an Eisenoxydul . .	. . .	0·012	0·010	0·011
1462·5 Grm. Wasser gaben 0·031 Grm. Thonerde	. . .	0·021	0·017	0·019
Bestimmung der Kalkerde.				
668·5 Grm. Wasser gaben 0·648 Grm. kohlensauren Kalk, diese enthalten 0·364 Grm. Kalkerde	0·544	. . .	. . .	. . .
246 Grm. Wasser gaben 0·253 Grm. kohlensauren Kalk, diese enthalten 0·142 Grm. Kalkerde	0·538	. . .	. . .	. . .
42·717 Grm. Wasser gaben 0·040 Grm. kohlensauren Kalk, diese enthalten 0·0224 Grm. Kalkerde	0·524	. . .	. . .	. . .
47·761 Grm. Wasser gaben 0·044 Grm. kohlensauren Kalk, diese enthalten 0·0247 Grm. Kalkerde	0·517	. . .	. . .	. . .
aus diesen Versuchen das Mittel . . .	. . .	0·531	0·471	0·501
Bestimmung der Bittererde.				
668·5 Grm. Wasser gaben 3·243 Grm. phosphorsaure Bittererde, diese enthalten 1·176 Grm. Bittererde	1·759	. . .	. . .	. . .
668·5 Grm. Wasser gaben 2·990 Grm. phosphors. Bittererde, diese enthalten 1·084 Grm. Bittererde	1·621	. . .	. . .	. . .
264 Grm. Wasser gaben 1·297 Grm. phosphors. Bittererde, diese enthalten 0·470 Grm. Bittererde	1·780	. . .	. .	. . .
90·478 Grm. Wasser gaben 0·423 Grm. phosphorsaure Bittererde, diese enthalten 0·153 Grm. Bittererde	1·691	. . .	. . .	. . .
aus diesen Versuchen das Mittel . . .	. . .	1·713	1·640	1·676
Bestimmung der Alkalien.				
107·669 Grm. W. g. 0·578 Grm. Chlor-Alkalien				
107·669 „ „ 0·169 Grm. Kaliumplatinchlorid, darin sind 0.052 Grm. Chlorkalium, diesem entspr. 0·0326 Kaliumoxyd	. . .	0·302	0·287	0·295

		In 1000 Gew.-Theilen.		
		Spängler	Nuricsány	Mittel
Von der Gesammtmenge der Chlor-Alkalien 0·578 Grm. abgewogen gaben 0·052 Grm. Chlorkalium, bleiben an Chlornatrium 0·526 Grm., diesem entsprechen 0·279 Grm. Natriumoxyd	. . .	2·591	2·581	2·586
Bestimmung der Kohlensäure.				
262·5 Grm. Wasser gaben 1·970 Grm. kohlensauren Baryt, diese enthalten 0·440 Grm. Kohlensäure	. . .	. . .	. . .	1·676

Aus diesen Ergebnissen berechnen sich die Verbindungen der Bestandtheile folgendermassen:

	In 1000 Theilen	
1. Schwefelsaures Kali. 0·295 Kali sättigen 0·250 Schwefelsäure zu schwefelsaurem Kali	—	0·545
2. Chlornatrium. 0·085 Chlor sättigen 0·074 Natron = 0·055 Natrium zu Chlornatrium	—	0·140
3. Schwefelsaures Natron. Die Totalmenge des Natrons ist 2·586, davon an Chlor gebunden = 0·074, der Rest verbindet sich mit 3·230 Schwefelsäure zu schwefelsaurem Natron	—	5·742
4. Schwefelsaure Kalkerde. 0·501 Kalk verbinden sich mit 0·713 Schwefelsäure zu schwefelsaurem Kalk	—	1·214
5. Schwefelsaure Bittererde. Totalmenge der Schwefelsäure 6·947, davon an Kali, Natron und Kalk gebunden 4·193, der Rest verbindet sich mit 1·398 Bittererde, zu schwefelsaurer Bittererde	—	4·152
6. Kohlensaure Bittererde. Totalmenge der Bittererde 1·676, davon an Schwefelsäure gebunden 1·398, der Rest 0·278 verbindet sich mit 0·301 Kohlensäure zu kohlensaurer Bittererde	0·579	—

	In 1000 Theilen.	
dazu das zweite Atom Kohlensäure	0·301	—
doppeltkohlensaure Bittererde	—	0·880
7. Kohlensaures Eisenoxydul.		
0·011 Eisenoxydul binden 0·0067 Kohlensäure zu kohlensaurem Eisenoxydul	0·0177	—
das zweite Atom Kohlensäure	0·0067	—
bildet damit doppeltkohlensaures Eisenoxydul	—	0·024
8. Freie Kohlensäure.		
Totalmenge der Kohlensäure 1·676, davon an Carbonate gebunden 0·615, bleibt freie Kohlensäure	—	1·061

Recapitulation der Analyse.

Das Wasser des Roggendorfer Brunnens enthält:

	In 1000 Gewichts-Theilen	In 7·680 G. = 1 Pfund Wien.Gew.	In 1 Mass
		Grane.	
Fixe Bestandtheile:			
Schwefelsaures Kali	0·545	4·185	10·713
Chlornatrium	0·140	1·075	2·752
Schwefelsaures Natron	5·742	44·098	112·890
Schwefelsaurer Kalk	1·214	9·323	23·866
Schwefelsaure Bittererde	4·152	31·887	81·630
Doppeltkohlensaure Bittererde	0·880	6·758	17·300
„ Eisenoxydul	0·024	0·184	0·477
Thonerde	0·019	0·146	0·373
Kieselsäure	0·030	0·230	0·588
Phosphorsäure und indifferente organische Stoffe	S	p u r	e n.
Flüchtige Bestandtheile:			
Freie Kohlensäure	1·061	8·148	20·858

Diese Analyse wurde im Laboratorium des Hrn. Prof. Redtenbacher vorgenommen.

Das Wasser des Roggendorfer Brunnens gehört nach der oben angeführten Analyse zu den Bitterwassern.

Es enthält in einem Pfunde (= 16 Unzen), 31 Grane Bittersalz und 44 Grane Glaubersalz als seine Hauptbestandtheile. — Es

wirkt wie das Pillnaer, und das neuerlich entdeckte Ofnerwasser auflösend, purgirend; sein reichlicher Gehalt an Kohlensäure, so wie die Menge von nahe 0·2 Gran kohlensauren Eisenoxydul in einem Pfunde, schützen bei längerem Gebrauche vor zu grosser Erschlaffung der Unterleibs-Eingeweide.

Es gehört also diese Quelle zu den vielen werthvollen Geschenken, welche die Natur in dem gesegneten Banate so reichlich ausgestreut hat, und welches gewiss vielen Kranken vortheilhafte Dienste leisten wird.

SITZUNG VOM 19. OCTOBER 1854.

Vorträge.

Bemerkungen über das von Herrn M. Eble überreichte „neue Zeitbestimmungswerk“.

Von dem w. M. v. Littrow.

„Der Zweck, welchen Hr. Eble zunächst verfolgte, ist die Umgehung aller Rechnung bei Anwendung der bekannten Methode, aus einer gemessenen Höhe der Sonne die Zeit zu bestimmen, welcher Methode hier mit Recht der Vorzug vor anderen gegeben wurde. Das Verfahren, welches Hr. Eble erdacht, ist so sinnreich und so weit über die Grenzen der ursprünglichen Absicht hinaus nützlich, dass ich über die Begründung der Eble'schen Vorrichtung hier einige Worte sprechen zu dürfen glaube.“

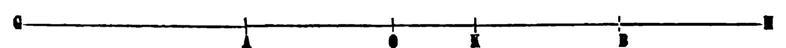
„Bei dem erwähnten Probleme handelt es sich bekanntlich um die Berechnung der Gleichung

$$\sin h = \sin \delta \cos \psi + \cos \delta \sin \psi \cos s$$

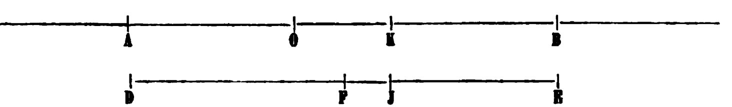
wo h die beobachtete Höhe, δ die Declination, s der gesuchte Stundenwinkel des Gestirnes, ψ die Äquatorhöhe des Beobachtungsortes ist. Diese Gleichung lässt sich auch unter der Form

$$\sin h = \frac{\sin(\psi + \delta) - \sin(\psi - \delta)}{2} + \frac{\sin(\psi + \delta) + \sin(\psi - \delta)}{2} \cos s$$

schreiben. Um nun diesen Ausdruck auf graphischem Wege zu berechnen, verfährt Hr. Eble auf folgende Weise.“



„Trägt man auf eine Gerade *GH* von einem beliebigen, am besten von einem ihrer Mitte nahen Punkte *O* mit willkürlichem, am besten die halbe Länge der *GH* nicht überschreitendem Halbmesser die Sinus der Winkel 0° bis 90° nach beiden Seiten auf, und bezeichnet man auf dieser Scale die Punkte *A, B, K,* auf welche die Sinus dreier Winkel x, y, z beziehungsweise treffen, so könnte man in obigem Ausdrucke die Winkel $\psi - \delta$, $\psi + \delta$, h für x, y, z gelten lassen, und auf graphischem Wege einen Winkel w suchen, welcher zu x, y, z in derselben Relation steht, wie s zu $\psi - \delta$, $\psi + \delta$ und h. Zu diesem Behufe lege man eine zweite Gerade *DE*



von gleicher Länge mit *AB* an die *AB*, theile diese Linie *DE* von ihrem Mittelpunkte *F* zu beiden Seiten in die Cosinus der Winkel 0° bis 90° mit dem Halbmesser $DF = FE$ und suche den Punkt *J*, welcher von *D* in *DE* ebenso weit absteht, wie *K* von *A* in *AB*. Man hat dann

$$AB = DE$$
$$AK = DJ$$
$$AO + OB : AO + OK = DF + FE : DF + FJ,$$

oder, da die Halbmesser durch die Division wegfallen, wenn man *FJ* durch $\cos w$ bezeichnet

$$\sin x + \sin y : \sin x + \sin z = 2 : 1 + \cos w,$$

das heisst

$$\sin z = \frac{\sin y - \sin x}{2} + \frac{\sin y + \sin x}{2} \cdot \cos w$$

eine Gleichung ganz von der Form des obigen Ausdruckes, somit $w = s$.“

„Um eine auf die angegebene Weise getheilte Linie *DE* von gleicher Länge mit *AB* immer zu Gebote zu haben, wird man alle möglichen Längen von *AB* in ein convergirendes Netz zusammenstellen, das die Bezifferung der Theilung in Grade nach den Cosinus an einer seiner Grenzlinien trägt.“

„Es ist somit die Berechnung der fraglichen Gleichung auf die Einstellung der drei Winkel $\psi - \delta$, $\psi + \delta$, h am Maafsstabe GH, auf die gehörige Anlegung dieses Maafsstabes an das Netz, und die Ablesung der Theilung des Netzes, in welche der Winkel h fällt, zurückgeführt, Operationen, deren Einfachheit nichts zu wünschen übrig lässt. Ich übergehe absichtlich die Bemühungen des Hrn. Eble, die hinreichend genaue Messung der Sonnenhöhe h zugänglicher zu machen als diese bisher der Fall war, obschon auch hier manches Lobenswerthe zu erwähnen wäre; denn dieser Theil der vorliegenden Aufgabe bot von jeher geringere Schwierigkeiten. Bei weitem das Hauptverdienst des „neuen Zeitbestimmungswerkes" besteht in dem eben auseinandergesetzten Verfahren, die Rechnung zu umgehen, dem sich alle bisher gemachten ähnlichen Versuche in keiner Weise vergleichen lassen."

„Dieses Verfahren, das wie man sieht sich leicht auf andere Formeln als die hier betrachtete ausdehnen lässt, verspricht überall dort, wo es sich nicht um die äusserste Strenge des Resultates handelt, reichlichen Nutzen. Es wird z. B. den Seemann bewegen, die einzige untrügliche, nämlich die astronomische Bestimmung der geographischen Länge, so wie die ganz analoge Messung des Azimutes häufiger vorzunehmen, als dies eben aus Scheu vor der Rechnung bisher geschah, oder wird ihm wie anderen Rechnern als ganz mühelose Controle höchst erwünscht sein."

„Diese Andeutungen mögen genügen, um der Erfindung des Hrn. Eble gerechte Anerkennung zu verschaffen. Weitere Ausführungen des interessanten Gegenstandes haben wir von ihm selbst zu gewärtigen."

Die Classe stimmt der vom Herrn Berichterstatter ausgesprochenen Ansicht bei, und beschliesst, Herrn Eble die Anerkennung seiner Erfindung auszusprechen.

Zusammenstellung von Quellen für Sternörter zwischen dem 45. und 80. Grade der nördlichen Declination, mit Ausschluss der Argelander'schen Zonen.

Von **Wilhelm Oeltzen,**
Assistent der k. k. Sternwarte zu Wien.

In dem Julihefte 1854 dieser Sitzungsberichte habe ich unter dem Titel: „Nachweis des Vorkommens von Sternen aus den Argelander'schen nördlichen Zonen in anderen Quellen" eine Zusammenstellung aller derjenigen Sterne aus den Argelander'schen nördlichen Zonenbeobachtungen geliefert, welche auch anderweitig bestimmt sind, mit genauer Angabe der Quellen, und die Art angedeutet, wie dieselbe bei verschiedenen Untersuchungen dienen kann, um zu Resultaten zu gelangen, welche die grösstmögliche Benutzung des vorhandenen Beobachtungsmaterials voraussetzen. Dieser Nachweis erstreckt sich aber nur auf die Argelander'schen Sterne, und zur vollständigen Kenntniss aller in diesem Theile des Himmels zur Förderung der Fixsternkunde gemachten Bestrebungen, sowie zur möglichst vollständigen Lösung der dort angedeuteten Aufgaben ist derselbe nicht hinreichend. Dazu ist noch ein Katalog der von Argelander nicht beobachteten, nur in anderen Quellen vorkommenden Sternörter erforderlich, dessen schon in der früheren Arbeit Erwähnung geschehen ist. Dieser ist es, welchen ich in Folgendem mittheile, und der sich von der früheren Zusammenstellung in seiner äusseren Anordnung nur dadurch unterscheidet, dass an die Stelle der Numer des Argelander'schen Zonen-Kataloges, welche den Ort eines Sternes vertritt, hier ein Sternort selbst nach Rectascension und Declination zugleich mit der Grösse gesetzt ist. Die Epoche des Kataloges ist 1842, wie die der reducirten Argelander'schen Zonen. Über die Benutzung desselben glaube ich hier nichts weiter anführen zu müssen, da alles dahin Gehörige schon in der Einleitung zu der früheren Arbeit enthalten ist. Die Anzahl der aufgeführten Sternörter beträgt etwa 3580.

Die Einrichtung des Kataloges ist die folgende:

Die erste verticale Columne enthält die Grösse der Sterne; die zweite die mittlere Rectascension (1842) in ganzen Zeit-Secunden; die dritte die mittlere Declination (1842) in Zehntel-Bogenminuten;

die vierte enthält die Numer, unter welcher der betreffende Stern in dem von Baily redigirten Kataloge der *Histoire céleste* vorkommt. Bei mehrmaligem Vorkommen ist, ausser in den Fällen, wo die Rectascension der kleineren Numer fehlerhaft ist, die kleinste Numer gesetzt und ihr die Zahl der Wiederholungen als Exponent beigefügt. Die fünfte grössere Columne enthält die übrigen Quellen und zwar unter folgenden Bezeichnungen:

R. bedeutet: Rümker; mittlere Örter von 12000 Fixsternen für den Anfang von 1836. Die dem R. beigefügten Numern sind die des Haupt-Kataloges. Die in ( ) enthaltenen Zahlen beziehen sich auf die den einzelnen Stunden angehängten „Nachträge."

R. 2 bedeutet: Rümker; neue Folge der mittleren Örter von Fixsternen für den Anfang von 1850. Von diesen konnten aber erst die bis jetzt erschienenen Stunden 0 und 1 benutzt werden.

G. bedeutet den von Airy herausgegebenen aus den Beobachtungen Groombridge's abgeleiteten Katalog von Circumpolarsternen, Epoche 1810.

P. bedeutet die zweite Ausgabe des Piazzi'schen Kataloges von 1814, Epoche 1800.

Br. bedeutet den von Bessel in den *Fundamentis astronomiae* gelieferten aus den Bradley'schen Beobachtungen abgeleiteten Katalog für die Epoche 1755.

St. bedeutet den von Struve aus den Dorpater Beobachtungen für die Epoche 1830 abgeleiteten Katalog: *Stellarum fixarum imprimis duplicium et multiplicium positiones mediae.*

A. bedeutet: Argelander; DLX *stellarum fixarum positiones mediae ineunte anno 1830.*

B. Z. bedeutet: Bessel's Zonen. Die hinzugefügte Zahl ist die Numer der Zone.

H. C. bedeutet den kleinen Katalog von 193 Sternen aus der *Histoire céleste*, welchen ich im Maihefte 1854 dieser Sitzungsberichte mitgetheilt habe. Epoche 1790.

S. bedeutet: Schwerd, Astronomische Beobachtungen angestellt auf der Sternwarte des königlichen Lyceums in Speyer. Drei Abtheilungen 1826, 1827, 1828.

Dorp. bedeutet: *Struve observationes astronomicae, institutae in specula universitatis caesareae Dorpatensis. Dorpati 1817. Volumen I. Pars II. Catalogus I.* Epoche 1815.

Katalog.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	0^h	0^m	4^s	+50°	6'·4	. .	R. 978.
8		0	23	52	22·5	47361	G. 238.
3		0	46	58	16·7	. .	A. 1. G. 240. P. 283. St. 2. Br. 3215. Dorp. 215.
.		0	48	54	59·8	. .	R. 2, 5.
.		0	52	52	54·2	47349	
8		1	0	49	57·0	. .	R. 2.
.		1	7	49	56·7	. .	R. 3.
.		1	10	49	57·9	. .	R. 4.
.		1	31	52	56·1	47368	
.		1	32	51	8·9	. .	R. 6.
.		1	38	51	9·7	. .	R. 7.
9		1	38	52	38·9	47369	
		2	3	50	0·3	. .	R. 9.
8		2	15	51	2·0	3	
9		2	32	54	27·7	13	
9		2	40	47	14·0	24	
8·9		2	44	66	12·1	. .	G. 5.
.		2	53	56	42·4	. .	R. 2, 9.
8·9		2	58	52	32·2	66	
.		3	3	63	3·3	. .	R. 11.
8		3	22	55	4·9	40	R. 2, 10. St. 4.
7		3	29	65	14·8	. .	G. 7.
.		3	36	50	6·6	. .	R. 12.
7·8		3	38	50	36·0	. .	G. 8.
6		3	44	47	16·3	56	G. 9.
7·8		3	49	65	7·3	. .	G. 10.
7		3	51	52	44·7	58	
8		3	53	46	36·9	63	
8		3	55	47	18·2	64	G. 11.
8		4	32	45	13·0	84	G. 16.
7		4	36	50	36·3	. .	G. 17.
9		4	43	54	58·8	92	
.		5	2	63	6·3	. .	R. 15.
9		5	22	61	46·9	126	
.		5	36	62	51·8	. .	R. 17.
8		5	55	54	24·2	144	
8		6	1	51	58·9	148	
8·9		6	10	49	25·5	151	
8		6	37	51	12·0	168	
7·8		6	45	51	45·7	174	
.		6	46	62	51·9	. .	R. 22.
9		6	50	46	22·8	180	
8		6	52	52	41·5	184	
9		6	58	46	30·3	190	
8·9		7	31	57	27·0	200	
8		8	5	53	4·0	208	
8·9		8	20	53	46·8	210	St. 14.
8·9		8	27	46	24·0	214	
.		8	29	62	40·5	. .	R. 27.
6·7		8	35	48	35·0	226	
8		8	39	52	21·9	229	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	0ʰ	8ᵐ	46ˢ	+47°	41′2	. .	R. 30.
.		9	23	67	28·0	. .	R. 2, 24.
8		9	27	75	23·9	254	G. 36.
8·9		9	50	54	36·4	271	
8		10	2	48	38·0	278	
8		10	26	62	41·7	. .	R. 36.
8		10	36	49	49·1	306	
.		10	48	55	5·6	. .	R. 2, 38.
8		10	48	58	15·8	308	
.		10	54	48	3·2	. .	R. 38.
9		11	10	54	45·9	312	R. 2, 43.
9		11	14	54	47·6	315	
8·9		11	26	54	51·1	325	
8		12	5	55	40·9	346	R. 2, 53.
8·9		12	8	48	18·8	352	R. 47.
.		12	19	55	43·6	. .	R. 2, 57.
.		12	20	62	37·6	. .	R. 51.
9		12	20	45	40·1	364	
.		12	40	66	7·7	. .	R. 2, 63.
7		12	59	66	56·8	. .	R. 2, 66. Br. 18.
.		13	11	63	43·0	. .	R. 56.
8		13	20	70	37·8	. .	G. 54.
8·9		13	29	52	36·4	399	
8		13	52	52	43·5	407	
8		14	19	53	46·1	416	R. 2, 77. G. 55.
9		14	30	53	24·8	417	
.		14	35	64	28·6	. .	R. 2, 79.
.		14	42	51	8·6	. .	R. 60.
9		14	47	53	26·7	425	
8·9		14	52	51	46·0	429	
8		14	56	62	27·4	. .	R. 61.
.		15	38	62	1·9	. .	R. 64.
.		16	22	47	2·0	. .	R. 65.
.		16	28	63	47·4	. .	R. 67.
6		16	34	52	10·3	481	G. 61. Br. 23.
8		16	36	47	10·2	483	
8·9		16	43	51	57·8	486	
.		17	0	47	48·6	. .	R. 71.
8		17	7	57	9·3	505	
.		17	32	65	53·1	. .	R. 2, 108.
7		17	37	55	54·4	522	
.		17	39	61	53·1	. .	R. 76.
7		17	42	62	43·2	. .	R. 77.
.		17	47	63	16·1	. .	R. 79 u. 2, 112.
9		17	47	68	52·8	526	
8·9		17	47	57	6·0	529	R. 2, 111.
.		17	51	60	32·1	. .	R. 2, 115.
7		17	53	47	9·8	535	
7		18	3	55	45·9	541	R. 2, 117. Br. 28.
.		18	38	63	18·	. .	R. (3).
.		18	44	61	51·5	. .	R. 82.
.		18	48	63	15·9	. .	R. 83.
.		18	51	60	30·8	. .	R. 2. 128.
8		19	0	57	40·7	570	R. 2, 130.
.		19	4	61	23·7	. .	R. 85.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	0h	19m	16s	+ 47°	9'5	578	
8		19	20	52	5·0	580	
.		19	22	50	12·4	. .	R. 2, 134.
.		20	24	63	22·5	. .	R. 99.
8		20	30	58	35·7	625	
9		20	47	54	19·2	634	
8·9		21	8	58	23·1	642	
.		21	31	62	38·6	. .	R. 103.
7·8		21	32	59	16·2	655[2]	
.		21	36	79	39·7	. .	R. 2, 157.
.		22	19	45	42·8	685	R. 108.
7		22	20	54	50·0	683	
.		22	25	61	29·	. .	R. (4).
.		22	27	66	33·3	. .	R. 110.
.		22	42	48	58·2	. .	R. 2, 172.
.		22	48	61	28·8	. .	R. (5).
9		22	48	67	7·5	704	
.		22	59	66	17·3	. .	R. 2, 177.
8		23	4	53	5·3	. .	G. 77.
5		23	5	53	38·9	715	R. 114. G. 76. P. 95. Br. 40.
9		23	21	55	7·2	728	
.		23	26	45	42·7	733	R. 116.
7·8		23	32	52	56·5	. .	G. 80.
8·9		23	57	50	13·9	748	G. 83.
7·8		24	4	53	15·0	. .	G. 86.
8·9		24	24	49	37·3	764	
7		24	26	54	1·5	765	R. 2, 203.
8·9		24	52	46	46·6	781	R. 126.
9		25	0	49	14·6	787	
7·8		25	16	65	52·8	791	R. 2, 213. G. 89. P. 105. Br. 46.
8·9		25	16	54	3·5	796	R. 2, 212.
8·9		25	19	59	1·6	799	
9		25	20	68	33·7	795	
.		25	23	65	49·5	. .	R. 2, 217.
8		25	24	66	38·7	800	
7·8		25	28	53	11·8	804	G. 91.
8·9		25	31	50	7·5	. .	G. 92.
.		25	43	56	40·1	. .	R. 2, 222.
7·8		25	46	47	2·5	814[3]	G. 93.
9		25	48	47	12·9	817	
9		26	1	49	21·1	825	
.		26	18	46	45·1	. .	R. 133.
.		26	39	61	40·4	. .	R. 135.
7·8		26	42	53	19·9	843[2]	G. 96. P. 114.
7·8		26	51	52	37·1	852	
.		27	0	62	2·7	. .	R. 137.
9		27	1	68	24·7	859	
6·7		27	23	53	17·9	869[2]	G. 98. P. 118. Br. 49.
8·9		27	24	56	25·2	870	
7·8		27	37	47	41·1	883	
.		27	48	62	4·	. .	R. 143.
.		27	59	61	40·3	. .	R. 144.
.		28	0	54	5·2	. .	R. (7).
4		28	12	53	1·6	902[2]	R. 2, 237. G. 102. P. 123. Br. 52. St. 41.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	0ʰ	28ᵐ	25ˢ	+62°	32′5	. .	R. 2, 241.
8		28	33	66	46·8	915	
8		29	15	47	25·5	946	
8·9		29	34	59	27·3	955	G. 108.
8		29	37	75	54·2	948	
.		29	50	61	58·5	. .	R. 151. u. (8).
.		29	50	58	57·4	960	
.		30	53	61	36·2	. .	R. 153.
8		31	17	51	0·6	1013²	
7·8		31	41	46	23·2	1019	
7		32	12	65	0·2	1037²	G. 118.
7		32	24	51	19·9	1049²	G. 119.
6		32	42	65	16·8	1059²	G. 120.
6		33	11	66	17·8	1075	
7		33	28	57	53·1	. .	Br. 63.
7·8		33	47	51	28·2	1102²	G. 125.
9		34	2	51	33·9	1109	
.		34	28	60	56·8	. .	R. 161.
5		34	45	46	9·5	1126²	R. 163. G. 128. P. 154. Br. 67.
9		34	55	66	10·0	1128	R. 2, 264.
8		35	8	66	17·7	1133	R. 2, 265.
8		35	19	46	5·9	1142	R. 164. G. 130.
.		35	40	60	2·0	. .	R. 166.
5		35	56	47	26·1	1162²	G. 132. P. 160. Br. 69.
8·9		36	43	55	54·6	1182	R. 2, 271.
.		37	21	55	45·7	. .	R. 2, 274.
7·8		37	32	58	42·6	1210	R. 2, 279.
.		37	32	60	57·5	. .	R. 170.
6·7		37	50	46	1·7	1222	R. 172. G. 141.
.		38	5	55	41·6	. .	R. 2, 285.
.		38	12	55	59·2	. .	R. 2, 287.
9·10		38	27	68	40·4	1237	
8		38	31	50	14·0	. .	St. 57.
.		38	34	57	9·1	. .	R. 2, 292.
.		38	44	57	16·7	. .	R. 2. 298.
.		38	56	54	1·8	. .	R. 2, 300.
7		39	4	50	34·9	1261	R. 2, 301. G. 142. P. 181. St. 58.
9		39	6	51	24·8	1262	
5·6		39	26	56	59·0	1271²	
9		39	30	67	36·2	1270	
.		39	31	59	14·3	. .	R. 183.
8		39	34	69	34·5	. .	G. 145.
4·5		39	35	56	58·6	1274	R. 185 u. 2, 309. G. 146. P. 185. Br. 79. St. 59. A. 19.
8		39	41	48	51·1	1279	
8		39	44	51	14·3	1284	R. 187.
7·8		39	53	70	18·8	. .	G. 147.
5		39	55	50	6·3	1288²	R. 2, 314. G. 150. P. 187. Br. 83.
.		39	59	55	41·9	. .	R. 189 und 2, 315.
7		40	0	69	54·7	. .	G. 148.
6		40	48	45	54·1	1316²	G. 151.
.		40	59	59	16·2	. .	R. (14).
6·7		41	11	63	23·2	1325	Br. 228.
.		41	12	58	48·6	. .	R. 197 und 2, 325.
8		41	18	48	32·1	1330	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	0h	41m	38s	+63°	47'8	1340	
8		41	43	68	7·5	1337	
.		41	55	62	55·2	. .	R. 2, 330.
7·8		41	56	50	38·9	1358[a]	G. 154. P. 199.
8		42	16	47	20·8	1368	
6		42	34	50	42·7	1381[a]	G. 155. P. 203.
8		42	55	47	11·8	1397	
8		42	56	48	7·4	1398	
7·8		43	1	58	52·0	. .	R. 205 und 2, 341.
8		43	6	55	34·3	. .	G. 156.
.		43	7	49	29·1	. .	R. 2, 343.
8		43	17	69	5·4	1399	
.		43	35	60	25·0	. .	R. 207.
.		44	0	60	23·8	. .	R. 209.
8·9		44	4	46	14·3	1433	
.		44	10	54	54·6	. .	R. 2, 358.
9		44	12	54	46·2	1435	
7		44	37	47	39·7	. .	G. 164.
9		44	43	57	49·9	1453	R. 2, 370. G. 165. P. 211. St. 68.
7·8		44	49	45	45·1	1451	
9		44	55	45	59·1	1468	
9		44	58	54	53·3	1467	R. 2, 376.
.		45	3	60	21·5	. .	R. 213.
7·8		45	15	55	27·7	. .	G. 167.
8		45	35	63	41·2	1485	
5·6		45	39	58	7·0	1490	R. 2, 382. G. 168. P. 217. Br. 94.
.		45	51	60	24·4	. .	R. 217.
.		45	58	55	37·5	. .	R. 218 und 2, 387.
.		46	9	57	11·6	. .	R. 2, 389.
7·8		46	14	46	11·8	1513	G. 174.
.		46	25	53	30·9	. .	R. 2, 393.
9		46	56	54	30·9	1538	
8		47	12	63	40·5	1546	
5·6		47	16	58	19·6	1550	G. 183. P. 226.
7		47	30	79	41·3	1531	S. 984, 1869, 2300.
8		48	0	54	5·8	1574	
9		48	4	64	32·3	1570	
7		48	12	51	23·0	1582[a]	G. 191.
.		48	38	66	35·1	. .	R. 2, 416.
.		48	58	56	7·9	. .	R. 2, 423.
8		49	22	45	3·6	1628	
7		49	45	46	10·9	1637	G. 198.
.		49	47	58	51·7	. .	R. 233.
9		50	1	68	28·7	1636	
.		50	29	59	39·4	1653	R. 234. G. 201.
9		50	37	64	15·6	1657	
.		50	41	56	10·9	. .	R. 2, 442.
.		50	53	59	57·0	. .	R. 236.
8·9		51	0	59	35·5	1674	R. 237.
5		51	6	57	30·6	1679	R. 2, 445. G. 204. R. 248.
7·8		51	10	68	29·6	1676	R. 2, 449.
8·9		51	10	51	17·1	1686	R. 2, 446.
7		51	13	46	28·0	1689	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	0h	51m	23s	+55°	40'·8	. .	R. 2, 450.
.		51	32	55	45·	. .	R. 2, 453.
9		51	32	59	30·4	1695	R. 238. G. 206.
7		51	35	46	28·0	1701	
8		51	49	50	1·6	. .	R. 2, 457. G. 207.
8·9		52	3	51	12·1	1716	R. 2, 460.
8		52	18	56	57·9	1724	
9		52	19	73	20·3	. .	G. 210.
9		52	39	50	11·7	1735	
8		52	41	46	51·3	1738	G. 213.
8		52	43	55	28·8	1736	R. 2, 464.
7		53	9	50	11·1	1749	
7		53	13	59	11·0	. .	G. 214.
.		53	37	57	9·3	. .	R. 2, 472.
8·9		53	40	50	12·9	1765	
8		53	40	50	56·9	1766[2]	
9		54	22	45	8·1	. .	B. Z. 444.
8		54	48	56	16·1	1808	
7·8		54	48	48	0·9	1813	
.		54	58	59	29·2	. .	R. 247.
7		54	59	53	21·4	1795	Br. 112.
9		55	9	50	22·4	1825	
8		55	17	48	52·7	1831	
8·9		55	19	60	57·6	. .	R. 2, 491.
7		55	33	50	9·7	1842	G. 231. P. 267.
8		55	45	65	7·4	1840[2]	Br. 114.
8		57	0	62	55·6	. .	P. 272.
.		57	11	59	0·7	1886	
7		57	47	52	39·1	1901	G. 239. P. 279.
5·6		57	51	54	8·4	1894	R. 2, 505. G. 237. P. 277. Br. 118. A. 23. Dorp. 18.
9		58	30	59	17·4	1927[3]	
8		58	56	53	23·2	1951	
9	0	59	32	60	41·9	1966	
9	1	0	7	63	48·6	1981	
8		0	14	50	43·9	. .	G. 249.
9		0	15	60	57·1	1991	
8		0	16	53	47·1	. .	G. 250.
8·9		1	4	45	8·5	2035	B. Z. 444.
8·9		1	10	51	17·2	2037[2]	
6		1	27	64	10·5	2041	G. 255. P. 305. Br. 139. St. 90.
8		2	25	64	10·1	. .	P. 312. St. 91.
6		2	43	79	3·9	2063	G. 261. P. 309. Br. 137.
8		4	14	48	26·4	2140	
8·9		4	21	57	58·5	2141	
8		4	32	47	56·8	. .	G. 270.
7		4	33	80	1·8	. .	S. 897, 913.
7		4	57	80	3·8	. .	S. 896, 914.
7		5	16	48	35·5	2177	
8		5	27	46	42·6	2183	
9		6	42	54	42·7	2213	
.		7	1	60	49·4	. .	R. 2, 562.
9		7	38	55	5·0	2246	
7·8		7	59	55	47·9	2261	

Grösse.	Rectascension 1842.		Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
7·8	1h 8m	4s	+79°	17'8	. .	G. 278.
7	8	7	62	43·2	. .	G. 280.
8	8	10	54	36·4	2271	
.	8	38	57	51·3	. .	R. 255.
.	8	41	57	33·4	. .	R. 256.
.	8	51	57	34·9	. .	R. 257.
9	9	8	46	57·9	2306	
.	9	18	57	30·	. .	R. (3).
7·8	9	51	57	49·8	. .	R. 258.
5	10	9	57	24·0	2336	G. 289. P. 37. Br. 169.
8	10	39	51	18·1	2349[a]	
8·9	10	56	54	8·2	2356	R. 2, 587.
10	11	31	63	50·3	2378	
7	11	37	58	5·1	. .	R. 268.
8·9	11	38	58	41·3	. .	R. 269.
8	11	46	60	7·8	. .	R. 270.
9	12	7	58	3·0	. .	R. 271.
.	12	45	60	20·8	. .	R. 2, 609.
.	13	2	60	53·6	. .	R. 2, 617.
.	13	6	58	17·3	. .	R. 2, 618.
.	14	12	61	57·7	. .	R. 277.
8·9	14	30	56	22·2	2465	R. (5).
8·9	14	36	50	21·0	2472	G. 304.
8	15	8	57	25·1	. .	R. 283.
.	15	24	56	48·6	. .	R. 284.
.	15	36	46	20·7	2507	
9	15	43	50	51·5	2508	G. 306.
.	16	4	56	42·0	. .	R. 287.
8	16	47	65	15·2	2540	
8	16	49	52	18·4	2555[a]	
.	16	58	56	33·7	. .	R. 290.
8	17	0	63	39·1	. .	St. 115. R. 2, 652.
.	17	27	56	32·8	. .	R. 291.
.	18	17	56	18·1	. .	R. 294.
.	18	40	57	31·4	. .	R. 295.
.	18	47	56	20·1	. .	R. 296.
9	19	0	54	27·5	2623	
8	19	43	59	15·9	2650	
.	19	44	57	56·5	. .	R. 300.
9	19	59	45	13·1	. .	B. Z. 444.
8	20	2	58	57·7	2658[a]	G. 321. R. 2, 676.
9	20	47	58	55·2	. .	R. 2, 684.
8	21	0	67	35·7	2681	G. 325. P. 88.
.	21	5	54	11·2	. .	R. 2, 687.
.	21	17	59	8·8	. .	R. 308.
.	21	20	55	24·8	. .	R. 309.
.	21	22	59	52·2	. .	R. 2, 691.
9	21	32	66	26·0	2705	
7·8	21	34	62	48·2	. .	G. 326.
.	21	57	56	22·7	. .	R. 311.
6	22	1	62	46·6	. .	G. 329.
9	22	2	56	7·9	. .	R. 312.
.	22	5	57	36·4	. .	R. 313.
8	22	13	51	39·1	2734	
.	22	19	55	57·9	. .	R. 314.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	1h	22m	43s	+56°	22'6	. .	R. 316.
7·8		23	13	57	30·7	2757	R. 320.
7·8		23	14	56	41·2	. .	R. 321.
6		23	38	58	25·1	2768	G. 332. P. 100. Br. 202.
7·8		23	39	55	59·9	. .	R. 326.
.		23	39	54	50·8	. .	R. 327.
.		23	40	57	40·1	. .	R. 328.
.		23	43	80	37·2	. .	Br. 195.
7·8		24	4	62	48·8	. .	G. 333.
.		24	42	62	16·2	. .	R. 2, 731.
9		24	55	63	20·2	2801	
7		25	12	55	22·6	. .	R. 333.
.		25	18	55	12·6	. .	R. (6).
8		25	22	55	13·9	2820[a]	R. 335.
.		25	34	57	40·6	. .	R. 336.
9		25	38	59	24·1	2827	
9		25	52	58	39·0	2837	
7·8		25	59	62	36·2	. .	G. 341.
.		26	4	54	9·6	. .	R. 2, 751.
.		26	13	56	50·6	. .	R. 338.
.		26	14	61	0·3	. .	R. 2, 755.
8		26	23	58	49·0	2849	R. 2, 757.
.		26	26	59	7·9	. .	R. 2, 759.
7		26	30	46	18·1	2861	G. 342.
.		26	41	56	13·6	. .	R. 340.
7		26	49	46	30·9	2879	G. 344.
.		26	52	55	10·3	. .	R. 341 und 345.
9		27	7	59	4·2	2884	
7·8		27	10	47	30·3	2896	P. 115.
.		27	13	61	3·2	. .	R. 2, 765.
9		27	32	58	29·4	2900	
.		27	43	55	32·2	. .	R. 344.
8		27	44	46	8·4	2916	G. 346.
8		27	44	45	43·9	2919	
7·8		28	2	47	36·2	2924	G. 347. P. 121.
.		28	13	55	23·5	. .	R. 348.
9		28	28	56	35·6	2934	
.		28	31	61	32·6	. .	R. 350.
9		28	34	56	4·6	. .	R. 351.
.		28	58	52	10·6	. .	R. 355.
8		29	11	45	59·3	2960	
8·9		29	11	51	10·4	2955	
.		29	14	53	47·6	2958	
.		29	16	56	21·3	. .	R. 356.
9		29	24	52	8·9	. .	R. 359. St. 131.
.		29	24	58	47·0	. .	R. 2, 788.
.		29	34	54	58·7	. .	R. 361.
8		29	36	52	6·6	2967	R. 362.
.		29	47	54	50·0	. .	R. 363.
8		29	50	66	7·2	2966	
.		29	50	55	25·0	. .	R. 365.
8·9		29	50	47	27·0	2986	G. 352.
.		29	52	55	11·7	. .	R. 367.
.		29	53	52	5·9	. .	R. 368.
6·7		30	1	45	5·1	2992	G. 356.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8	1h	30m	4s	+58°	15'0	2988	
.		30	7	65	41·1	2982	
.		30	9	53	38·5	2993	
7		30	13	53	3·8	. .	G. 357. P. 130.
.		30	15	54	1·6	. .	R. (7).
.		30	46	57	34·2	. .	R. 372.
.		30	51	57	32·5	. .	R. (8).
7		31	51	57	49·6	3044	Br. 222.
.		31	59	57	29·1	. .	R. 377.
7		32	1	56	23·0	. .	R. 378.
.		32	8	52	3·7	. .	R. 379.
.		32	12	52	7·6	. .	R. 381.
8·9		32	33	57	19·1	3061	
.		32	41	56	28·4	. .	R. 2, 830.
.		32	56	61	2·1	. .	R. 2, 832.
.		33	2	55	26·4	. .	R. 385.
8		33	16	59	38·2	. .	P. 146.
6		33	38	52	5·2	3109	R. 390. G. 370.
6·7		33	42	50	43·0	3112	
7		33	54	56	44·3	. .	Br. 226.
.		34	4	48	51·5	3124	
9		34	18	52	23·4	3130	
8		34	24	56	17·5	3133	
.		34	34	51	19·0	. .	R. 2, 852.
9		34	48	54	21·6	3143	R. 400.
.		34	52	56	4·2	. .	R. 401.
9		35	3	52	48·7	3148	
.		35	15	54	53·2	. .	R. 403.
.		35	17	56	45·5	. .	R. 404.
.		35	20	46	1·0	3163	
8		35	22	60	38·8	. .	St. 142.
.		35	24	56	5·7	. .	R. 405.
8·9		35	47	60	28·0	. .	St. 145.
.		35	48	54	32·2	3169	R. 407.
8		36	5	45	54·2	3178	
.		37	7	54	9·8	. .	R. 408.
8		36	48	57	13·6	3191	
9·10		37	4	52	4·4	3200	
9·10		37	10	54	53·2	3201	
.		37	32	58	51·6	. .	R. 2, 875.
7		37	45	74	48·2	. .	G. 379. S. 2302.
8·9		38	2	57	40·0	3223	
.		38	6	55	16·3	. .	R. 419.
.		38	9	54	54·9	3228	R. 420.
9		38	11	52	27·2	3229	
9		38	32	47	34·6	3247	
7·8		38	40	54	9·4	. .	R. 422 und 2, 886.
.		38	44	45	37·4	. .	R. 2, 888.
9		38	45	57	58.2	3248	
.		39	15	61	23·9	. .	R. 2, 894.
7		39	29	47	6·4	. .	R. 2, 897. St. 151.
.		40	4	53	22·6	. .	R. 429.
9		40	12	54	25·7	3282	P. 173.
.		40	17	63	45·6	. .	R. 2, 907.
.		40	36	53	24·8	. .	R. 433.

Grösse.	Rectascension 1842.		Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	1h 40m	46s	+53°	15'·8	. .	R. 434.
.	40	47	53	38·4	. .	R. 435.
9	40	56	54	37·2	3307	
.	41	2	55	11·2	. .	R. 437.
8·9	41	8	54	8·3	3315	R. 438. G. 385.
9	41	16	67	23·9	3302	
7	41	21	54	9·5	3319	R. 440. G. 386.
9	41	31	59	34·0	3320	
9·10	41	33	45	40·0	3328	
7	41	39	54	21·7	3326	G. 388. P. 177. Br. 237.
9	41	45	52	42·9	. .	R. 443.
9	41	45	52	42·9	. .	R. 444.
7	41	47	52	54·5	. .	R. 445.
.	41	54	53	34·4	. .	R. 446.
8	42	0	45	33·2	3348	
.	42	12	53	7·0	. .	R. 448.
9	42	23	78	55·6	3308	
8	42	31	49	0·9	3365	
9	42	40	60	12·6	3362	
.	43	10	59	22·2	. .	R. 2, 935.
9	43	20	58	43·7	3387	
8·9	43	23	54	48·9	3392	R. 455 und 2, 938.
8	43	29	53	8·0	. .	R. 456.
.	43	31	53	27·9	. .	R. 457.
7	43	33	48	39·8	3402	G. 395. P. 187.
.	43	40	52	10·4	. .	R. 458.
.	43	52	59	20·8	. .	R. 2, 943.
8	44	7	50	52·4	3414	
.	44	23	53	6·7	. .	R. 465.
9	44	38	58	50·2	3424	
8·9	44	41	56	15·0	3428	R. 2, 953.
8·9	44	42	56	18·7	3430	R. 2, 954.
9	45	19	54	48·0	3452	R. 2, 960.
9	45	21	54	42·2	3454	R. 2, 961.
7·8	45	36	50	54·7	3466	G. 402. P. 199.
9	45	44	54	52·5	3469	
.	45	55	52	49·8	. .	R. 468.
9·10	46	15	78	8·5	3440	S. 2303.
.	46	37	69	57·0	. .	R. 2, 975.
9·10	46	48	68	51·4	3491	
.	47	7	52	55·9	. .	R. 475.
8	47	23	58	51·2	3536	
.	47	26	59	16·2	. .	R. 2, 985.
9	47	36	57	5·6	3542	
9	48	1	48	52·2	3559 [2]	
.	48	7	46	19·2	. .	R. 477. G. 416. P. 207.
9·10	48	9	57	0·0	3557	
8·9	48	9	45	41·9	3564	
.	48	18	51	51·2	. .	R. 481.
6	48	32	48	25·7	3578	G. 420. P. 211. Br. 261.
9	48	40	59	14·2	3568 [2]	
7·8	48	43	46	16·0	. .	G. 423.
9	49	18	59	8·2	3593	R. 2, 1001.
8	49	44	48	42·2	3614	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8·9	1ʰ	49ᵐ	49ˢ	+59°	11'3	3606 [2]	R. 489.
.		50	31	52	11·9	. .	R. 494.
9		50	31	59	12·3	3628 [2]	R. 2, 1019.
9		50	31	59	2·3	3629	
8		50	59	50	54·6	. .	R. 498.
9		51	35	58	55·3	3660	
8		51	40	51	53·4	3669	
10		51	54	51	14·4	. .	R. 503.
.		52	2	56	32·6	. .	R. 2, 1037.
9		52	55	53	55·8	3705	G. 441.
8·9		53	11	59	29·1	3706	
7·8		53	15	50	46·6	3719	
.		53	20	60	58·8	. .	R. 2, 1057.
8		53	39	49	44·2	3736	R. 511.
9		53	58	59	35·5	3739	
.		54	5	49	44·5		R. 519.
9		54	8	53	59·6	3751	
.		54	9	61	1·5	. .	R. 2, 1066, Zeit?
8·9		54	13	69	11·1	. .	St. 186.
7·8		54	24	54	51·9	3757 [2]	R. 2, 1067.
6·7		55	14	49	53·0	3786	R. 526. G. 449.
9		55	20	69	7·3	3771	
7·8		56	12	53	33·0	. .	G. 450.
6		57	7	49	31·9	. .	R. 530.
9		57	29	45	9·6	. .	B. Z. 444.
7·8		57	41	57	40·0	3847	Br. 283. R. 2, 1078.
9		58	14	52	8·3	. .	R. 534.
8		58	22	52	6·0	. .	R. 535.
7		58	42	53	34·0	. .	G. 455.
7·8		58	56	52	29·4	. .	G. 457.
8		59	15	45	5·2	3900	B. Z. 444.
7·8		59	29	53	34·8	.	G. 458. P. 255.
8	1	59	33	53	5·5	3903	G. 459. P. 256.
8	2	0	40	45	10·6	3942 [2]	
8		1	4	49	5·6	. .	R. 541.
.		1	36	47	12·2	. .	R. 542.
9		2	32	53	28·4	3998	G. 465. St. 201.
.		2	42	47	10·7	. .	R. 547.
7·8		3	6	50	19·8	4020 [2]	P. 3. G. 476. Br. 299. A. 64.
8		4	2	47	8·3	. .	R. (3) dupl.
7		4	39	48	2·4	4080 [2]	R. 560. P. 13.
7		4	57	51	46·2	. .	G. 474.
8		5	46	56	17·4	. .	G. 475. P. 21.
8·9		5	47	75	38·7	. .	St. 208.
7		5	47	47	4·4	4118 [2]	R. (4).
9		5	48	62	37·0	4110	
8·9		5	48	51	49·0	4117	G. 477.
8		5	49	60	37·0	. .	St. 210.
7		5	51	56	19·0	. .	G. 476. P. 22.
8		5	58	64	51·6	4109	
.		6	1	51	59·0	4121	G. 480.
6		6	17	48	8·4	4129	R. 566. P. 25.
8		6	47	51	44·0	. .	St. 211.
7		7	0	56	46·8	4147	G. 486. P. 29. Br. 311.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
7·8	2h	7m	8s	+47°	26'8	. .	R. 571.
.		7	30	47	24·8	. .	R. 572.
7·8		7	40	53	32·7	. .	G. 487.
7·8		7	58	47	24·8	4182	R. 574.
6·7		8	1	56	24·1	. .	G. 488. P. 35. Br. 316.
7·8		8	9	63	36·2	4178	Br. 313.
7		8	10	56	26·2	. .	G. 490. P. 36.
8		8	12	53	23·7	. .	G. 491.
8		8	17	59	16·9	4184	
.		8	22	60	18·9	4187	Zeit?
9		8	34	65	2·4	4188[2]	
8		8	44	73	22·5	. .	St. 215.
.		8	52	46	27·6	. .	R. 580.
7·8		9	0	51	49·7	4218	G. 493.
6		9	4	45	44·4	4190	
4·5		9	7	46	38·8	4228	G. 495. P. 43. Br. 319.
8		9	44	68	2·1	4222	
9		9	54	56	25·5	4247	
.		10	5	47	12·3	. .	R. 587.
9		10	7	64	30·9	4246	
7		10	30	46	34·8	4276	R. 589. G. 499. Br. 325.
7		10	48	56	30·8	4280	Br. 323.
9		10	53	56	24·9	4281	
8		11	45	56	31·1	4309	
8		12	3	56	39·7	4311	Br. 328.
7		12	41	51	21·5	4336	G. 502.
9		12	46	45	11·2	. .	R. (5). B.Z. 531.
8		12	54	54	38·5	4339	
8		12	57	51	57·6	4340	
8·9		13	6	51	39·0	4344	
8·9		13	21	48	36·9	. .	St. 227.
9		13	53	59	17·1	4362	St. 229.
7·8		13	54	60	49·7	. .	St. 228.
8·9		14	6	57	28·9	4370	
8		14	14	46	39·0	4379	
9		14	15	54	32·0	4375	
.		14	15	49	39·1	. .	R. 604.
5·6		15	6	49	33·6	. .	G. 509. P. 71. Br. 334.
9		15	22	58	9·4	4405	
8		15	35	53	33·9	. .	St. 230.
8		15	48	62	10·5	4411	
7·8		16	32	62	28·4	4428	
8		17	15	51	50·1	4454	G. 513. P. 78.
8		17	18	53	40·0	. .	St. 235.
9		17	54	59	56·7	. .	St. 236.
9·10		17	55	68	55·8	4455	
8·9		18	37	57	6·6	4500[2]	
7		18	40	44	53·6	. .	R. 623.
9		19	48	47	47·5	4544	
7		20	2	52	27·8	4551	R. 630. G. 517.
8		20	2	57	19·1	4543[2]	
8·9		20	30	56	49·5	4556[2]	
8		20	31	56	59·5	4558[2]	
8·9		20	44	61	1·7	4562[2]	
9		21	30	68	16·2	4578	

Grösse.	Rectascension 1842.		Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8	$2^h\ 21^m$	40^s	$+57^\circ$	45'6	. .	St. 243.
8	22	1	74	49·7	. .	S. 2266, 2309.
8	22	5	74	40·9	. .	S. 2310.
8 u. 9	22	10	56	50·1	. .	Astr. Nachr Nr. 887, dupl.
8·9	22	21	58	30·7	4614	
10	22	23	58	28·8	4619	
9	22	29	50	36·5	4632	
5	23	7	72	7·2	. .	G. 524. P. 97. Br. 348. S. 2400.
.	23	23	62	56·1	. .	R. 645.
.	23	34	62	56·2	. .	R. 648.
9	24	7	45	59·7	4691	
9	25	8	57	1·5	4717	
8·9	25	23	55	30·1	4726	
7·8	25	59	51	16·0	4746^2	R. 657. G. 531. P. 115.
9	27	40	58	22·6	4791	
9	28	15	67	47·0	4796	
8·9	28	26	60	47·7	4807	St. 254.
8·9	28	41	60	35·7	4822	St. 255.
8	28	52	67	22·9	4813^2	G. 535. Br. 358.
8	29	55	58	17·7	4862	
9	30	15	45	10·1	. .	B. Z. 531.
8·9	30	26	60	54·9	4878	
8	30	43	46	53·2	4902	
8	30	45	67	57·6	4877	
7	31	18	67	8·9	4899^2	G. 537. Br. 366.
8·9	31	24	58	12·7	4911	
6·7	31	52	52	50·8	4919	G. 540.
.	31	56	48	33·	. .	R. (9).
9	32	47	56	22·9	. .	St. 262.
8	33	26	62	3·3	4964	
9	36	6	62	5·6	5039	
7	37	38	56	22·0	5095	G. 554.
8	37	54	75	52·3	5059	S. 2354.
7	37	54	56	25·1	5109	G. 556.
8	38	6	48	31·2	5119	P. 172.
8·9	38	11	52	22·3	5117	
9	38	32	48	38·2	5125	
8	38	55	64	58·5	5122	G. 557.
8·9	38	59	59	45·4	5135	St. 272.
9·10	39	6	59	43·4	5137	
9	39	24	52	47·4	5161	
7·9	39	29	51	37·3	. .	G. 561. P. 180.
8·8	40	0	64	0·8	5167	
9	40	11	45	10·5	. .	B. Z. 531.
9	40	46	59	48·9	5195	
8	40	56	51	32·6	. .	G. 565. P. 184.
9	41	42	65	9·5	5243	G. 570.
9	43	27	47	34·0	5288	
8·9	43	50	47	29·7	5299	
8·9	44	8	58	13·5	. .	St. 284.
8·9	44	20	47	36·7	5308	
8·9	44	44	47	41·5	5320	
8·9	44	54	47	41·5	5327	
7·8	44	55	46	30·4	5331	G. 579.
9	45	14	60	29·0	5324	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	2h	45m	24s	+45°	11'5	. .	B. Z. 531.
7		45	53	46	39·1	. .	G. 584.
6		45	54	46	31·1	5348	G. 585.
8		47	16	46	1·2	5392	
9		47	46	62	5·1	5389	
9		47	52	47	2·5	5411	
9·10		48	42	55	40·6	5426	
9		48	54	46	38·9	5439	
9·10		49	3	58	24·1	5434	St. 290.
5		49	7	46	35·0	5442	G. 590.
9		49	40	51	43·1	5459	P. 222.
9·10		49	43	55	45·3	5450	
7·8		49	56	75	10·6	. .	S. 2271.
.		50	40	51	43·1	. .	R. 763 u. (15).
9		50	42	45	10·8	. .	B. Z. 531.
9		51	2	45	12·3	. .	B. Z. 531.
9		51	27	58	49·2	5503	
.		51	46	64	55·6	5504[a]	R. (16).
8		52	18	64	31·9	5525[a]	
.		52	37	64	50·5	5533[a]	R. (17).
8		53	58	62	1·4	5574	
9		54	11	47	17·0	5594	
9		54	37	47	23·5	5611	
8		54	48	57	59·0	5602	
5·6		54	56	73	47·1	. .	G. 602. P. 237. Br. 417.
7		55	28	56	24·2	5629	
8		55	34	45	9·0	5643	
8		56	8	45	8·1	5663	B. Z. 531.
9		56	29	55	1·0	5664	
9		56	38	79	44·1	. .	G. 603.
7·8		57	39	63	10·9	. .	St. 307.
4·5		58	51	44	15·3	5737	B. Z. 531.
8·9	2	59	58	79	51·1	. .	G. 614.
.	3	0	18	62	45·0	. .	R. 786.
7		1	27	45	47·1	5833	
9		1	41	52	38·2	5835	
8·9		2	5	48	24·6	5851	
8		2	45	48	58·3	5870	
8		3	59	77	55·8	. .	St. 316.
8		5	5	47	26·1	. .	G. 632.
8		5	37	47	41·5	. .	G. 635.
.		6	23	67	70·6	5957	R. 815.
.		6	24	49	54·0	. .	R. 817.
6		7	24	49	38·3	. .	R. 824. G. 637. P. 15. Br. 452.
8		8	42	47	17·3	. .	G. 644.
8·9		8	54	62	9·9	6038	
8·9		9	9	46	42·3	6070	
8·9		9	10	62	9·1	6045	
6		10	42	48	29·9	6109	R. 841. G. 646. P. 28.
9		10	50	68	35·3	6092	
6		11	2	64	0·4	6107	G. 645. P. 27.
9		11	11	54	39·5	6114	
6		12	8	48	38·5	6147	G. 649. P. 37.
9		12	14	62	22·7	6182	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	3h	12m	34s	+49°	18'7	. .	R. 844.
2·3		13	4	49	17·6	. .	G. 650. P. 41. Br. 464. A. 89. St. 330.
8		13	12	62	27·8	6165	
9		13	20	48	34·3	6185	G. 653.
8		13	45	68	43·2	6168	
8		13	48	59	43·0	6186	
8		13	49	49	13·7	. .	R. (14).
8		13	56	49	11·	. .	R. (15).
9		13	59	48	41·0	6205	G. 655.
8		14	0	59	50·4	6193	
.		14	9	48	45·1	6213	R. 848.
8		14	11	68	54·0	6179	
7·8		14	49	49	10·9	. .	G. 660.
9		15	14	51	9·0	6239	
5		16	18	59	23·0	6264	G. 662. P. 51. St. 335.
9·10		16	52	72	32·3	. .	S. 2441.
7		17	31	59	48·9	. .	St. 337.
9		18	30	48	36·2	. .	G. 682.
8·9		18	38	48	39·7	6342	G. 683.
.		18	43	47	25·5	. .	R. 859. P. 61.
.		19	13	52	15·8	. .	R. 860.
5		19	28	47	26·6	. .	R. 863. G. 686. P. 64. Br. 479.
6		19	28	47	33·3	. .	G. 687. P. 66. Br. 480.
9		19	40	55	53·7	6364	
8·9		20	31	48	24·4	. .	G. 692.
6		20	59	47	28·8	. .	G. 694. P. 68. Br. 483.
5		21	31	45	30·9	6425	G. 697. P. 71. Br. 484.
9		21	42	55	56·2	6421	
7		22	9	59	30·1	6430	St. 346.
8		22	10	47	24·5	6447	G. 702. P. 74.
9		22	38	45	12·6	. .	B. Z. 531.
9		23	0	64	49·3	6452	
8·9		23	49	48	34·9	. .	G. 704.
8		24	10	44	54·8	6510	
.		24	53	46	33·5	6531	
8		24	53	65	8·0	6507	
.		24	56	47	41·1	. .	R. 890.
9		25	54	54	38·5	6563	
8·9		26	7	63	21·2	6555	
8·9		26	30	74	51·6	. .	St. 353.
7·8		27	26	55	51·6	6605	
.		27	42	52	41·4	. .	R. 908.
7·8		29	40	45	30·1	6668	
8		30	17	45	22·6	6685	
8		32	48	48	1·0	6759	
9·10		32	48	64	8·0	6740	
9		33	39	54	33·6	6780	
9		34	15	79	12·3	. .	S. 2147.
9		34	43	66	40·2	6797[2]	G. 725.
9		34	46	64	15·1	6803	
9		35	12	72	43·1	. .	S. 2318.
8·9		35	23	74	10·4	. .	S. 2444.
9		35	36	47	6·2	6869	P. 127.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
7	3h	37m	34s	+52°	9'7	. .	G. 738. St. 377.
8·9		38	15	47	29·5	6952	
6·7		38	20	73	35·9	. .	G. 737. S. 2445.
9		39	43	45	7·0	. .	B. Z. 514.
8		40	2	75	43·2	. .	G. 745.
9		40	34	44	58·1	7025	B. Z. 514.
8·9		42	13	48	10·3	7081	
8·9		42	56	45	2·2	7105	B. Z. 514.
9		43	27	57	26·7	7107	
8		43	32	69	59·0	. .	G. 749.
8		43	48	75	42·3	. .	G. 748. S. 2320.
9		43	51	51	53·7	. .	St. 385.
5		43	55	80	14·8	7112	G. 746. P. 160. St. 384.
8		44	22	75	41·3	. .	G. 751.
9		44	59	45	1·2	. .	B. Z. 514.
8		45	22	47	1·0	. .	St. 388.
7		45	44	75	57·9	. .	G. 758.
7·8		46	4	56	59·3	7180[2]	
6·7		47	52	74	44·6	. .	G. 762. S. 2150.
9		48	20	45	4·9	. .	B. Z. 514.
6·7		48	40	73	33·3	. .	S. 2197.
7		48	58	47	7·0	7278	
8		49	40	58	29·8	7286	G. 768.
9		49	49	58	28·4	7292	G. 770.
6		50	5	46	59·8	7322	
10		50	11	52	25·5	7317	
10		50	49	52	18·5	7338	
5		51	20	58	42·5	7348[2]	R. (30). G. 772. P. 208.
8·9		51	50	48	23·6	7380	
8·9		52	9	75	48·3	. .	St. 397.
9		52	25	48	13·0	7398	
9		53	52	53	9·2	7438	
9·10		54	0	63	24·0	7429	
8·9		54	16	67	56·6	7424[2]	
8		54	19	53	34·7	7449	
8		54	26	56	18·6	7447	
9		54	30	45	11·0	. .	B. Z. 514.
9.10		54	56	63	24·8	7452	
8		55	50	51	1·1	7497	
7·8		56	21	58	7·9	7508	
9		58	48	58	20·8	7615	
9		59	16	59	1·6	7628	
9		59	21	45	4·2	7644	
7		59	32	74	13·7	. .	G. 782. S. 2153.
8	3	59	55	44	59·1	7662[2]	B. Z. 514.
6·7	4	0	7	74	13·8	. .	G. 783.
6·7		0	44	75	42·3	7619	G. 784. S. 2275.
7·8		0	59	74	15·5	. .	G. 787. S. 2154.
7·8		2	5	57	3·0	7721[2]	
7·8		2	5	80	32·7	. .	G. 785. S. 1005. 1028, 2336.
8		4	0	64	51·2	. .	G. 794. [Dorp. 42.
9		5	26	45	14·1	. .	B. Z. 514.
9		6	21	53	7·0	7890	G. 801.
9		6	44	45	12·3	7911	B. Z. 514.
.		7	23	59	46·5	. .	R. (1).

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	4h	7m	50s	+60°	24'1	7921	G. 806.
5		8	5	60	21·1	7928	G. 808. P. 32.
9		8	24	55	8·9	7953	
9		8	28	55	10·4	7956	
8·9		8	32	67	19·7	7925	
8		8	35	49	52·0	. .	St. 418.
7		9	29	59	14·0	7983²	
8·9		10	5	59	21·0	8008²	
6		10	9	46	6·9	8029²	R. 1150. G. 817. P. 33. Br. 577.
9		11	15	63	18·0	8041	
9·0		12	53	57	7·5	8109²	
8		13	19	69	0·9	8101	
7		13	55	57	13·0	8139²	
8		14	8	69	58·6	. .	G. 825. S. 2277.
8·9		15	38	64	41·5	8192	
8		16	16	45	53·6	. .	St. 438.
8		16	27	63	3·4	. .	St. 437.
9·10		16	35	71	33·3	. .	S. 2466.
7·8		17	10	76	37·8	. .	G. 831. S. 2101.
.		17	35	63	29·4	. .	R. 1191.
8		17	47	76	36·6	. .	G. 832. S. 2100.
8		18	30	73	48·0	. .	G. 835.
8		19	2	76	13·3	. .	S. 2465.
9		19	2	64	17·0	8323²	
8		19	59	51	50·8	8385	St. 446. E. B.
9		20	8	59	7·8	8376	
.		20	23	52	28·2	. .	R. 1213.
.		21	20	52	17·2	. .	R. 1219.
.		21	47	52	20·7	. .	R. 1222.
7		22	10	59	3·7	8443²	
9		22	33	58	59·4	8456²	
8		22	40	45	17·7	8487²	
7·8		22	49	45	34·5	8492²	
9		23	5	68	45·8	8450	
9		23	22	68	47·6	8463	
8		24	8	62	38·7	. .	St. 451.
9		24	18	59	0·5	8524²	
8·9		24	54	72	16·2	. .	S. 2467.
8·9		25	25	64	13·9	8552	
8·9		25	26	68	56·6	8530	
7		25	37	69	36·4	. .	G. 845.
.		28	32	79	22·7	. .	S. 1046.
9		29	8	67	27·8	8655	
9		29	24	67	37·7	8665	
7		29	38	59	12·5	8687	
8·9		30	16	66	55·3	. .	G. 858.
8·9		33	26	55	21·2	8807	
9		33	39	54	30·4	8818	
9·0		33	49	54	46·5	8819	
8		34	35	58	56·7	8831²	
9		35	2	55	44·9	8857	
9		35	11	58	6·0	8858	
7·8		35	18	53	0·4	8871	G. 872.
7·8		35	24	63	20·3	8854	P. 165. Dorp. 47.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8	4h	35m	32s	+52°	49'6	8875	G. 873. St. 468.
10		36	36	67	56·0	8878	
9·10		36	59	53	4·8	8909[3]	
8·9		37	25	67	56·5	8893	G. 876.
8		37	46	46	54·4	8938	
9		37	48	67	12·7	8906	
9		38	4	51	52·0	8940	
9·10		38	43	51	57·1	8955	
8		38	58	56	8·8	. .	G. 881.
9·10		40	53	55	46·4	9020	
8		42	3	69	1·9	. .	St. 478.
6		42	21	74	0·7	. .	G. 886. P. 191.
8		42	40	69	47·7	. .	St. 480.
8·9		43	14	45	21·3	9094	
9		43	59	45	0·0	9118	
8·9		43	59	72	9·7	. .	S. 2343.
9		45	59	45	9·1	. .	B. Z. 514.
.		46	52	62	46·4	. .	R. (25).
7		47	25	60	50·3	9210	R. 1321.
9		47	30	58	25·2	9217	
8		48	49	71	50·7	. .	S. 2472.
7·8		49	14	68	44·3	9241	G. 904.
9		49	18	60	10·9	9258	R. (26). P. 242.
3·4		49	23	60	12·2	9263	R. 1332. G. 905. P. 244. Br. 681. St. 495. Dorp. 51.
9		50	59	59	56·8	9323	
8		51	6	46	35·4	9350	
.		52	15	47	30·8	9379	
6·7		52	41	73	43·5	. .	S. 2586.
9·10		53	23	54	53·6	9414	
7·8		53	29	72	31·4	. .	S. 2473.
9		53	32	55	7·6	9421	
.		53	45	46	41·2	9437	G. 918.
9		53	49	45	6·3	. .	B. Z. 514.
5·6		54	19	51	22·8	9449	G. 921. P. 273. Br. 696. A. 117.
8		54	39	51	28·8	9459	G. 922.
8		54	56	54	45·9	. .	St. 510.
9		55	22	57	10·9	9479	
9·10		56	11	48	23·0	9513	
9·10		56	13	53	37·1	9509	
9		56	58	56	51·6	9526	
9		57	24	53	29·8	9544	G. 927.
6		57	25	52	5·1	. .	G. 929.
9	4	57	58	79	34·3	. .	S. 1974.
8	5	0	17	45	27·1	9656	
9		0	59	68	46·9	9628	
8		1	·3	75	0·5	. .	S. 2475.
9		1	23	53	49·5	9673	
8		3	24	60	0·2	9739	
9		3	46	73	37·0	. .	S. 2286.
.		4	42	45	14·0	9772	
8		5	47	45	12·8	. .	B. Z. 514.
8·9		6	22	64	43·8	. .	St. 536.
8		7	23	45	4·2	. .	St. 543.
7·8		8	52	46	47·5	9858	G. 957. St. 546.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	5h	10m	28s	+45°	11'5	. .	B. Z. 514.
8		10	30	55	55·5	9899	
8		11	24	46	51·6	9939	
9		12	10	45	4·9	. .	B. Z. 514.
8·9		13	20	57	19·1	. .	P. 50.
9		13	34	56	13·8	9991	
9		14	36	56	8·1	10038	
8		15	41	60	7·7	10067	
7·8		16	26	74	11·8	. .	G. 962.
7·8		16	49	74	34·3	. .	S. 2205.
8·9		18	32	54	32·3	. .	St. 572.
7·8		20	12	49	16·0	. .	G. 978. St. 578.
8·9		21	40	45	6·9	. .	B. Z. 514.
9		21	40	48	9·2	10296	
8		21	45	63	23·5	. .	St. 579.
9		22	53	77	31·3	. .	S. 2589.
9		23	40	47	57·8	10365	
9		24	3	59	15·2	10362	
7		24	20	47	36·2	10388	R. 1466 und (21). G. 987.
9		25	23	47	49·8	10420	
7		26	46	49	18·8	. .	R. 1479. G. 994.
8·9		27	19	60	31·5	10461	
8·9		27	27	66	27·0	. .	St. 598.
9·10		28	11	67	53·6	10470	
8		29	33	54	44·5	. .	G. 1002.
8		32	24	63	31·3	10641	
8		33	12	56	2·5	10690	G. 1013. P. 179. Br. 811.
8·9		33	21	58	54·3	10689	
7·8		34	30	51	27·0	. .	G. 1017.
7·8		35	56	68	24·9	10769	
9		36	8	53	57·9	. .	P. 199.
9		36	27	65	6·0	10800	
9		39	11	48	33·5	10926	
9·10		39	34	48	40·8	10946	
8		39	45	48	41·1	. .	St. 641.
8		40	33	69	33·7	. .	S. 2346.
6		43	41	51	46·0	. .	G. 1034.
7·8		44	25	55	37·4	. .	G. 1035. P. 248.
8		44	26	66	59·3	11071	G. 1032. P. 246.
8·9		45	57	66	52·7	11109	G. 1038. P. 253.
8·9		46	21	45	4·8	. .	G. 1042. B. Z. 511.
9		47	4	45	8·1	. .	B. Z. 511.
7		47	7	56	54·0	. .	G. 1045.
2		47	57	44	55·3	. .	G. 1050. P. 269. Br. 859. A. 138. St. 657.
8·9		48	20	48	13·2	11209	
8·9		48	29	44	58·1	. .	G. 1054.
6		48	59	47	53·0	11230	G. 1056. P. 275. Br. 861.
7		49	34	48	56·6	11247	
8·9		49	40	45	8·7	. .	G. 1058.
9		51	30	68	43·0	11266	
8		52	15	76	31·1	. .	G. 1059. St. 664.
9		53	39	68	25·8	11351	
9		54	16	67	59·2	. .	St. 668.
8		55	41	50	35·7	. .	G. 1073.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	5h	55m	57s	+ 48°	43'4	. .	R. (66).
8		56	28	76	51·8	. .	S. 2210.
6·7		56	56	60	28·2	. .	G. 1079. Br. 879.
9		57	24	67	53·7	11475	
9		58	24	47	45·3	11557	G. 1087.
8		58	26	47	37·3	. .	G. 1088.
8		59	1	47	31·6	. .	G. 1092.
7		59	16	47	55·7	11600	G. 1093.
9		59	30	48	44·2	11608	Dupl. bor.
7	5	59	34	69	30·5	. .	P. 326.
9	6	1	3	47	26·7	11673	[Dorp. 59.
5		1	25	69	21·8	. .	R. 1738. G. 1100. P. 335.
7		1	57	74	53·8	. .	G. 1098. S. 2348.
8		3	3	48	52·3	11733	
8		3	31	62	14·4	. .	St. 692.
8·9		3	55	73	57·2	. .	St. 691.
8·9		4	34	56	40·2	. .	G. 1120.
8		5	19	76	5·0	. .	G. 1114.
8		5	38	53	42·3	. .	St. 701. [R. 1768.
4		5	41	59	3·5	. .	G.1123. P.16.Br.902.St.699.
8·9		5	50	72	59·7	. .	S. 2349.
7·8		6	39	62	27·7	. .	St. 704.
6		7	29	61	49·4	. .	G. 1129. P. 27. Br. 906.
8·9		8	53	52	34·8	. .	P. 39.
6		8	56	53	30·9	. .	G. 1134. P. 40. Br. 915.
7·8		9	36	57	2·6	. .	G. 1136.
9		9	39	76	12·6	. .	S. 2212.
9		9	43	45	10·0	. .	B. Z. 511.
8·9		12	7	78	1·3	11944	G. 1137.
7		16	20	52	12·8	. .	G. 1161.
8·9		16	36	44	59·0	. .	B. Z. 511.
9		20	28	59	18·2	. .	P. 106.
9		20	42	74	10·2	. .	H. C. 3.
7·8		21	19	52	34·3	. .	G. 1173. St. 736.
7·8		21	23	46	34·9	12398	G. 1174.
8		21	25	46	40·9	12400	G. 1175.
7·8		21	54	58	5·9	. .	G. 1176.
7		22	29	58	13·8	. .	G. 1178.
9		23	58	45	44·3	12499	
8		25	24	77	8·0	. .	S. 2351.
8		25	56	52	25·2	. .	St. 749.
9		27	27	45	1·8	. .	B. Z. 511.
8·9		32	3	78	14·9	12654	
8·9		34	20	68	23·0	12814	
4		36	37	69	3·6	. .	G. 1219. P. 208. Br. 980.
8		37	22	57	49·1	. .	G. 1221.
9		38	13	54	35·5	12994	
9		40	15	52	51·7	13052	
9		41	37	48	39·9	13114	
7·8		41	37	45	1·5	13119	
8		42	17	46	24·1	13142	
7·8		42	20	50	13·9	13138	
7		43	12	48	41·6	. .	St. 779.
6		43	21	71	0·5	. .	G. 1228.
6·7		43	42	57	45·3	. .	G. 1235. P. 251.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8	6^h	44^m	1^s	$+67°$	$31'8$	13163	
9		44	23	54	28·5	13211	
8		45	7	57	46·9	. .	G. 1240. P. 255.
7·8		45	20	57	49·5	. .	G. 1242. P. 256.
9		47	37	45	0·3	. .	B. Z. 511.
7		48	39	78	58·7	. .	S. 1449, 1468, 2519.
8		49	47	53	35·8	13433	
8		50	55	56	39·4	. .	St. 799.
8·9		51	45	44	58·5	13506	B. Z. 511.
9		52	0	45	6·7	. .	B. Z. 511.
7·8		53	19	48	0·0	13558	
.		55	25	60	1·8	. .	R. (38) wohl +1°.
7		55	26	61	1·9	. .	G. 1264. P. 308. Br. 1022.
6·7		55	29	72	3·6	. .	G. 1262. S. 2493.
.		55	34	60	59·1	. .	R. 2086. P. 310.
7		57	29	59	18·5	. .	P. 321.
.		57	37	65	27·2	. .	R. 2096.
.		57	54	65	30·1	. .	R. 2098.
7		57	56	62	30·7	. .	G. 1266.
9		58	7	70	45·6	. .	S. 2494.
8·9	6	59	22	45	29·6	13775	
9	7	0	8	45	12·6	. .	B. Z. 489.
7		0	19	54	44·8	13795	R. 2115. G. 1269.
.		0	26	79	22·7	. .	S. 1470, 1478.
7·8		1	25	47	52·0	13850	
8		1	39	60	2·2	. .	G. 1274. P. 339.
8		1	51	47	31·3	13866	G. 1277.
6		2	6	59	54·7	. .	G. 1276. P. 340. Br. 1031.
9		3	12	45	8·6	. .	B. Z. 489. [A. 152.
8·9		3	15	67	1·1	13875	
6		4	5	47	30·9	13942	G. 1281.
9		4	37	47	54·2	13963	
8·9		4	45	47	58·6	. .	St. 830.
9·10		4	53	67	56·0	13924	
8·9		5	51	46	35·6	14014	
9		8	14	47	15·7	14094	
7·8		9	14	74	26·9	. .	S. 1785.
8·6		9	50	45	30·8	14150	G. 1295.
8·9		9	56	55	34·4	14134	G. 1292. P. 47. Br. 1054.
8·9		10	8	50	26·2	14161 }	G. 1297. P. 53. Br. 1057.
9		10	10	50	26·3	14164 }	G. 1298. P. 53. Br. 1057. A. 154. St. 850.
.		10	50	45	57·5	. .	R. 2185.
.		12	49	46	2·5	. .	R. 2196.
9		12	59	45	6·0	. .	B. Z. 489.
8		13	15	55	49·0	. .	G. 1305.
7·8		13	28	45	9·1	14282	R. 2201. B. Z. 489.
9		14	6	79	53·4	. .	S. 2503.
8		14	21	74	40·0	. .	S. 2630.
5		14	22	68	46·7	. .	G. 1308. P. 67. S. 2561.
8		15	14	46	29·8	14339	R. 2214.
9		15	49	44	55·2	. .	B. Z. 489.
.		16	23	46	14·5	. .	R. 2219.
8		16	34	48	22·2	14381	G. 1315.
.		16	40	46	18·1	. .	R. 2221.

Grösse.	Rectascension 1842.		Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	7h 16m	43s	+46°	36'0	14387	R. 2222.
.	16	45	45	34·0	. .	R. 2223.
7	16	59	48	14·1	14397	G. 1316.
6·7	17	48	62	4·9	. .	R. 2230. G. 1319.
6	17	55	49	59·5	14414	R. 2232. G. 1320. P. 95. Br. 1073.
9	17	56	50	17·0	. .	St. 870.
9	18	15	50	17·8	14423	St. 871.
8·9	20	27	78	13·2	. .	St. 875.
7	20	55	79	34·6	. .	S. 1464, 1481.
8	21	5	77	5·7	. .	S. 2543, 2610.
8·9	21	8	46	51·8	14536[3]	P. 112.
9·10	21	35	78	7·5	. .	St. 878.
.	21	37	57	39·4	. .	R. 2260.
6·7	21	40	51	38·6	14549	P. 115.
.	22	20	46	28·8	. .	R. 2262.
8·9	22	28	51	53·0	14577	
.	22	39	46	29·0	. .	R. 2263.
8	22	51	48	31·5	14593	
.	22	57	66	34·6	. .	G. 1328.
8·9	23	14	52	32·6	14602	
8	24	42	54	11·1	14659	G. 1331.
8	28	16	74	21·4	. .	G. 1337.
7	29	11	74	24·9	. .	G. 1342. S. 2591.
8·9	29	25	46	58·3	14848	
8	34	2	46	11·1	14967	
9	34	15	45	44·1	14973	
8·9	35	43	46	20·1	15014	
8	36	32	51	8·2	15048	
9	37	5	52	11·8	15062	
8	38	18	45	13·8	15100	
6·7	38	37	54	30·8	. .	G. 1372. P. 199.
8	39	19	57	24·7	15121	
6	39	41	79	53·8	. .	G. 1368. P. 187. S. 1567, 1582.
8	40	34	58	36·8	15160	
.	41	12	51	20·9	. .	R. 2289.
8·9	41	25	50	41·1	15202	
9	41	42	45	3·0	. .	B. Z. 489.
.	41	44	45	34·1	. .	R. 2296.
.	42	28	49	2·4	. .	R. 2300.
.	42	30	51	8·7	. .	R. 2301.
.	42	52	49	9·8	. .	R. 2306.
9	42	57	50	11·3	15256	R. 2307.
9	43	7	78	41·1	. .	S. 2614.
7	43	36	56	54·7	15266	R. 2310. G. 1380. P. 223. Br. 1123.
.	45	56	53	18·4	. .	R. 2324.
9	46	23	45	3·7	. .	B. Z. 489.
7·8	47	19	49	2·1	15422	
.	47	55	55	53·9	. .	R. 2333.
.	48	3	59	28·1	. .	R. 2334. G. 1385.
6	48	10	60	44·9	. .	G. 1387. P. 248. Br. 1135.
6	48	35	61	25·1	. .	R. 2338. G. 1389. P. 251.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
7·8	7h	48m	46s	+54°	53'1	. .	R. 2345. G. 1390.
8		48	54	56	4·9	. .	R. 2347.
7·8		48	56	60	50·6	. .	P. 252.
.		50	3	52	7·4	. .	R. 2354.
9		50	18	51	43·8	. .	R. 2356.
8		50	24	54	33·7	. .	R. 2359. G. 1393. P. 260.
7·8		51	10	54	35·6	. .	G. 1394.
8		52	10	55	10·9	. .	St. 942.
8·9		52	13	55	55·3	. .	G. 1397. P. 271.
8·9		52	21	74	13·1	. .	S. 2594.
9		52	46	48	23·1	15616	
7·8		52	47	59	41·3	. .	G. 1399.
7·8		52	50	70	39·2	. .	G. 1395. S. 2616.
9		52	54	46	39·0	15625	
8		53	19	47	43·6	. .	St. 944.
9·10		53	29	76	3·5	. .	S. 2567.
.		53	32	53	0·1	. .	R. 2376.
6·7		53	51	70	10·0	. .	G. 1400. S. 2524.
.		54	45	54	33·9	. .	R. 2382.
7		55	8	53	45·0	. .	R. 2386.
8		56	30	49	42·4	. .	R. 2395.
9		58	32	44	55·5	. .	B. Z. 489.
.		58	51	56	32·4	. .	R. 2407.
.		59	0	53	42·3	. .	R. 2408.
9		59	47	45	6·6	. .	B. Z. 489.
8	7	59	50	60	2·4	. .	R. 2412.
.	8	0	11	54	44·4	. .	R. 2416.
10		0	57	56	19·8	. .	R. 2424.
9		1	23	45	58·6	15926	
8·9		2	10	61	12·5	. .	R. 2431.
6		2	29	60	51·0	. .	G. 1420. P. 319. Br. 1164.
.		3	0	47	15·9	. .	R. 2433.
6·7		3	28	65	16·1	. .	R. 2435.
8·9		3	29	57	34·6	15976	R. 2438.
.		3	56	48	30·4	. .	R. 2440.
8·9		4	8	51	15·8	16015	
.		5	41	56	44·2	. .	R. 2446.
6		6	4	54	37·5	16083	R. 2449. P. 15.
.		6	58	54	52·1	. .	R. (3).
.		7	12	54	35·9	. .	R. 2455.
9		7	12	62	10·1	16106	
9·10		7	32	61	56·6	16113	
8		8	4	53	41·0	. .	P. 23.
8·9		8	31	49	48·5	16168	
9		9	41	55	49·4	16203	
9		10	59	69	5·5	. .	S. 2599.
9		12	59	54	39·0	. .	R. 2485.
.		13	15	54	31·0	. .	R. 2488.
8		13	16	45	27·5	. .	St. 983.
.		13	30	56	24·9	. .	R. (5).
8·9		13	38	55	54·2	16344	R. 2490.
.		14	22	66	43·5	. .	R. (7).
.		14	22	72	47·8	. .	S. 2716.
8		14	33	73	11·9	. .	S. 2580.
.		15	11	57	26·8	. .	R. 2499.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	8h	15m	13s	+61°	39'3	16390	
.		15	23	55	42·0	16412	R. 2501.
.		15	56	54	28·3	. .	R. (8).
8		16	6	51	25·3	16442	
9		16	35	45	1·7	. .	B. Z. 489.
.		16	48	54	22·8	16467[2]	R. 2509.
8·9		18	5	59	5·3	. .	R. 2520.
8		19	25	57	24·6	. .	R. 2528.
.		19	25	56	18·0	. .	R. 2529.
.		20	10	70	15·8	. .	R. (10) wohl +1m.
7		20	13	70	6·7	. .	G. 1440.
8		21	10	70	15·9	. .	G. 1443.
7		21	25	70	14·1	. .	R. 2542. G. 1444.
9		21	52	49	47·6	16698	
.		23	6	55	35·2	. .	R. 2549.
7		23	37	49	4·2	16740	R. 2552.
.		23	41	57	16·4	. .	R. 2553.
.		26	46	54	16·0	. .	R. 2574.
.		26	56	44	59·6	. .	B. Z. 489.
7·8		27	37	65	15·5	. .	P. 102.
9		27	37	56	43·2	. .	R. 2581.
.		27	50	57	1·6	. .	R. 2582.
9		28	36	56	20·4	16897	R. 2585.
9		28	38	62	20·5	. .	St. 1018.
9		28	41	62	34·5	. .	St. 1017.
8·9		30	8	48	2·1	16976	R. 2604.
.		30	31	72	58·0	. .	S. 1840.
8·9		32	13	49	25·5	17059	dupl. seq.
.		33	15	57	36·8	. .	R. 2616.
.		33	17	57	51·1	. .	R. 2617.
8		33	28	57	57·9	. .	R. 2618.
.		33	39	58	0·0	17100	R. 2620.
8		33	39	74	19·0	. .	S. 2719.
9		33	59	57	28·9	. .	R. 2622.
.		34	18	44	45·0	. .	R. 2628.
9		34	34	49	26·8	17138	P. 141. 7. Grösse.
.		35	49	56	29·3	. .	R. 2633.
.		35	51	70	52·6	. .	R. 2632. G. 1470.
.		36	10	56	14·0	. .	R. 2635.
9·10		37	1	53	30·2	. .	P. 153.
8		38	28	58	9·4	. .	R. (24).
.		39	31	58	42·6	17292	R. 2649.
.		40	34	59	38·5	. .	R. 2653.
9		41	42	44	57·1	. .	B. Z. 494.
8·9		41	52	57	52·2	17376	R. 2666.
8		42	17	73	40·1	. .	S. 2721.
8·9		42	51	58	1·1	17408	R. 2671.
.		43	13	45	52·7	. .	R. 2673.
9		43	21	53	32·9	17431	
8		43	24	53	23·4	17433	
.		44	21	57	13·1	. .	R. 2679.
7		44	50	66	36·2	. .	G. 1481.
9·10		45	8	74	50·4	. .	S. 2722.
.		45	14	57	59·2	. .	R. 2684.
8		45	15	60	45·3	17533	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	8h	45m	17s	+48°	21'2	. .	R. 2685.
.		47	46	59	51·7	. .	R. 2698.
8		47	45	54	34·6	. .	St. 1063.
.		51	3	60	55·	. .	R. (27).
9		52	4	61	36·7	17730	G. 1499.
6·7		54	9	51	26·9	. .	A. 185.
8·9		54	13	65	35·6	. .	St. 1073.
9		54	24	69	50·3	17780	
6		54	28	49	9·2	17829	R. 2726. G. 1508.
.		54	56	61	1·	. .	R. (28).
9		55	32	69	46·9	17830	
9		56	32	45	0·1	. .	B. Z. 494.
9·10		56	45	53	53·4	17886	
.		56	51	60	58·6	. .	R. 2743 dupl.
9		57	1	53	55·9	17897	
.		57	24	57	46·1	. .	R. 2746.
9		57	25	69	40·8	17882	
9		57	33	60	27·0	. .	St. 1076.
9		57	48	69	43·3	17893	
.		58	0	68	32·4	. .	R. 2750.
10		58	17	47	38·7	. .	R. 2752.
.		58	50	55	19·3	. .	R. 2753.
9	8	59	1	53	1·2	17959	St. 1083.
9	9	0	2	62	35·1	17986	St. 1084.
.		1	51	60	50·8	. .	R. 2773 und 2759.
.		2	10	53	40·6	. .	R. (2).
7·8		3	27	74	40·4	. .	G. 1522. H. C. 51.
.		4	0	59	21·8	. .	R. 2781.
.		5	35	62	54·6	. .	R. 2788.
6		6	53	47	28·3	18226	G. 1528. P. 19.
9		8	8	45	5·6	. .	B. Z. 494.
.		8	8	51	55·3	. .	R. (4).
7		8	20	60	26·5	. .	R. 2806. G. 1529. P. 23. Br. 1302.
.		8	57	61	4·3	. .	R. 2811.
.		9	28	60	4·6	. .	R. 2817.
6		10	5	57	21·8	. .	G. 1534.
7		12	17	64	13·3	. .	R. 2834.
6·7		13	56	52	14·9	. .	R. 2843. G. 1542.
.		13	59	62	1·1	. .	R. (10).
8·9		14	6	65	1·1	. .	St. 1111.
.		15	32	61	2·7	. .	R. 2851.
.		18	27	56	25·8	. .	R. 2863. G. 1545.
.		19	15	61	49·	. .	R. (13).
8		20	5	48	33·6	. .	G. 1551.
.		21	16	62	58·0	. .	R. 2866.
7·8		22	0	49	1·5	. .	G. 1552.
3		22	15	52	23·6	. .	R. 2868. G. 1554. P. 98. Br. 1332. A. 197. St. 1127.
7		22	18	61	40·7	. .	R. 2869.
7		25	20	49	11·4	. .	G. 1559.
5		26	47	60	55·0	. .	R. 2876.
.		27	14	63	4·9	. .	R. (17).
8		27	46	44	55·4	. .	B. Z. 494 u. 497.
.		28	19	63	2·3	. .	R. 2881.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8·9	9h	30m	48s	+71°	0'0	18905	S. 2570.
.		31	25	60	55·	. .	R. (20).
8		31	30	62	9·6	. .	R. 2903.
.		32	8	60	2·9	. .	R. 2908.
9		33	36	45	25·2	19029	
9·10		34	18	69	12·5	19018	
8		34	47	45	8·4	. .	B. Z. 497.
8		36	24	57	57·4	. .	R. 2932.
9		36	28	45	6·1	. .	B. Z. 497.
.		37	25	61	49·0	. .	R. 2938.
9		38	4	54	40·3	19146	
8		39	4	53	37·4	19177	
10		41	56	69	41·0	. .	St. 1155.
8·9		42	48	44	46·4	. .	B. Z. 497.
7·8		42	51	60	39·7	. .	R. 2970.
.		43	59	61	6·3	. .	R. 2977.
.		44	52	63	47·4	. .	R. 2982.
9		45	26	45	7·2	. .	B. Z. 497.
.		45	50	62	4·1	. .	R. 2993.
.		46	32	61	6·6	. .	R. 3000.
.		46	38	61	1·3	. .	R. 3001.
10		47	29	74	19·2	. .	St. 1163.
.		47	51	60	39·7	. .	R. (34).
9		48	22	52	49·3	19436	
7		48	41	57	13·5	. .	P. 211.
6		48	56	57	33·9	. .	G. 1594.
.		49	34	60	24·8	. .	R. (36).
9		49	50	45	2·8	. .	B. Z. 497.
.		50	49	53	2·0	. .	R. 3024.
8		50	56	56	21·8	. .	G. 1596.
.		51	0	60	55·6	. .	R. 3025.
.		51	4	61	19·1	. .	R. 3026.
9		51	51	70	59·3	19520	
.		52	38	60	38·0	. .	R. 3036.
.		53	28	60	26·3	. .	R. 3043
.		53	46	62	47·1	. .	R. 3045.
8		54	13	56	15·0	. .	G. 1602. St. 1171.
7·8		54	46	53	8·0	19606	
.		55	3	61	18·2	. .	R. 3052.
8		55	33	61	41·5	. .	R. (41).
.		55	49	62	11·1	. .	R. 3057.
.		55	58	61	41·1	. .	R. 3059.
.		56	5	62	17·6	. .	R. 3060.
.		56	49	62	9·	. .	R. (44).
8		57	19	53	57·9	19686	
8·9		57	33	73	48·4	. .	St. 1177.
9·10		57	52	53	50·6	19704	
7		58	21	64	31·4	. .	G. 1612.
9		58	35	80	14·7	. .	St. 1178.
.	9	59	1	60	51·	. .	R. (47).
.	10	1	33	61	18·4	. .	R. 3072.
.		1	38	61	52·0	. .	R. 3073.
.		2	50	61	18·5	. .	R. 3078.
.		3	30	60	10·8	. .	R. 3081.
9		4	59	71	50·4	19844	dupl. seq.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8	10h	6m	32s	+44°	49'6	. .	B. Z. 497.
.		7	1	61	35·9	. .	R. 3107.
10		8	20	68	55·7	. .	St. 1188.
9		8	44	54	33·0	19950	
9·10		8	55	68	59·5	. .	St. 1189.
7		10	2	54	34·0	19985	
.		11	28	62	11·5	. .	R. 3135.
7·8		12	26	44	41·9	. .	St. 1198.
9		12	31	45	3·3	. .	B. Z. 497.
.		13	18	62	55·7	. .	R. 3153.
9		14	53	44	49·0	. .	B. Z. 497.
.		15	8	62	54·0	. .	R. 3165.
.		15	35	63	8·8	. .	R. 3168.
.		17	23	63	43·0	. .	R. 3183.
9		17	38	54	31·9	20195	
6		19	17	64	9·2	. .	R. 3200.
.		19	54	62	46.6	. .	R. (14).
8		20	21	51	48·0	. .	R. 3205. G. 1648.
9		20	41	45	7·3	. .	B. Z. 497.
.		22	18	63	40·2	. .	R. 3213.
.		23	53	62	32·9	. .	R. 3229.
.		25	5	64	24·4	. .	R. 3237.
6·7		27	16	57	14·9	. .	G. 1665.
.		28	0	63	22·7	. .	R. 3255.
8		28	19	57	55·4	. .	G. 1667.
9		28	36	44	56·5	. .	B. Z. 497.
.		28	40	74	35·6	. .	S. 1833.
6		29	15	54	29·6	20527[2]	G. 1668.
9		31	17	54	27·0	20581[2]	G. 1674 = 7·8 Grösse.
.		34	41	63	32·6	. .	R. 3301.
.		34	59	63	32·9	. .	R. 3304.
.		35	11	63	25·3	. .	R. 3305.
.		36	43	63	10·0	. .	R. 3314.
7·8		37	1	62	25·5	. .	R. 3315.
8·9		37	18	44	56·1	20726	
.		38	51	70	19·3	. .	R. 3329.
9		39	28	63	35·8	. .	R. 3336.
9·10		40	52	53	6·1	20820	
.		41	44	64	41·5	. .	R. 3355.
8		44	50	63	47·3	. .	R. 3373. G. 1702.
9		45	26	46	18·4	. .	St. 1253.
8·9		45	33	52	57·7	. .	St. 1255.
9		47	22	53	1·5	20994	St. 1257.
8·9		47	31	76	19·1	. .	G. 1710.
.		47	57	62	36·5	. .	R. 3406.
8·9		48	8	76	16·4	. .	G. 1712.
.		48	15	62	47·9	. .	R. 3407.
.		48	28	69	7·2	. .	R. 3409.
.		48	37	52	14·7	. .	G. 1716.
8		48	51	62	33·6	. .	R. 3415. St. 1260.
.		49	4	64	30·6	. .	R. 3416.
7		49	55	46	2·7	21058	G. 1717.
5·6		51	9	46	22·3	21091	G. 1722.
8		52	14	53	33·1	21113	
7·8		52	14	47	24·6	21115	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	10h	53m	11s	+61°	0'0	. .	R. 3426.
7		53	54	62	80·4	. .	R. 3429. P. 214.
7		54	42	45	11·0	21180	G. 1730.
8		56	39	53	15·7	21230	
8·9		57	32	54	32·0	21249	
7		57	49	78	38·5	. .	G. 1735.
7		58	48	53	40·5	. .	G. 1737. St. 1280.
.	10	59	34	63	34·9	. .	R. (29).
8·9	11	1	31	44	46·5	. .	B. Z. 461 u. 497.
6		3	30	55	45·1	. .	R. 3470. G. 1746.
8·9		4	29	53	47·6	21430	
7·8		4	45	74	19·7	. .	St. 1287.
9		5	48	44	42·1	. .	B. Z. 497.
9		6	14	60	38·3	. .	St. 1289.
9		6	56	44	59·9	. .	B. Z. 497.
.		6	56	60	48·2	. .	R. 3490.
8·9		6	59	44	52·2	. .	B. Z. 497.
.		7	29	64	7·3	. .	R. 3493.
.		8	4	73	8·3	. .	R. 3496.
.		8	4	61	7·9	. .	R. 3497.
.		9	20	70	12·1	. .	R. 3504.
8·9		10	1	45	24·5	21558	
9		11	3	70	15·1	. .	R. 3516.
.		11	19	63	8·9	. .	R. (7).
7		11	56	78	14·2	. .	S. 22, 135, 1883.
.		13	1	63	58·5	. .	R. 3533.
.		15	33	61	45·9	. .	R. 3551.
.		15	40	61	24·7	. .	R. 3553.
7		15	47	49	28·3	. .	P. 52.
.		18	32	56	15·3	. .	R. (14).
9		19	1	45	2·0	. .	B. Z. 461.
7		19	19	45	44·9	21789	
7		19	20	45	26·2	21791	St. 1315.
9		19	25	44	45·7	. .	B. Z. 461.
.		20	28	70	12·4	. .	R. 3593.
.		20	44	63	58·5	. .	R. 3595.
6·7		21	46	47	31·7	21862	G. 1792.
9		23	3	59	31·2	. .	St. 1319.
8		28	17	63	12·0	. .	R. 3614.
9		23	29	45	5·4	. .	B. Z. 461.
7		25	3	66	8·7	21927	
.		27	8	50	24·0	. .	R. (20).
6·7		27	44	78	28·2	. .	S. 98, 157.
7·8		28	45	63	35·1	. .	R. 3658. G. 1806.
7		29	7	45	35·4	22026	
9		30	4	44	57·9	. .	B. Z. 461.
8		30	49	62	41·2	. .	R. 3677.
7·8		32	24	61	43·1	. .	G. 1817.
.		33	57	63	27·5	. .	R. 3700.
.		33	57	59	21·4	. .	R. 3701.
.		34	2	65	13·8	. .	R. 3704 dupl.
.		34	51	63	37·7	. .	R. 3710.
8		35	18	53	16·2	22173	
.		35	32	60	5·2	. .	R. (25).
9		36	20	65	50·5	22199	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8·9	11h	37m	41s	+64°	40'1	. .	R. 3731.
.		37	41	51	19·4	. .	R. 3732.
9		37	59	52	48·9	22246	
5·6		38	26	56	30·4	. .	G. 1825.
9		38	34	54	9·8	. .	St. 1348.
7		41	49	55	7·8	. .	G. 1827.
8·9		42	55	47	56·1	. .	R. 3749. G. 1829.
8·9		44	2	45	6·5	. .	B. Z. 461.
6·7		46	51	47	21·4	22442	G. 1833. P. 183. Br. 1609. St. 1359.
.		46	55	64	32·4	. .	R. 3754.
7·8		46	58	47	21·0	22445	G. 1834. P. 184. Br. 1610.
.		51	43	64	3·6	. .	R. 3766.
.		52	54	63	52·6	. .	R. 3775.
.		53	35	60	16·	. .	R. (38).
9		54	4	73	14·5	. .	St. 1371.
.		54	8	64	17·3	. .	R. 3787.
7·8		55	4	63	22·9	. .	R. 3794.
.		55	29	69	54·0	. .	R. (39).
8		55	53	62	17·0	. .	R. 3798. G. 1849.
.		56	12	64	58·5	. .	R. 3800.
8·9		57	31	52	48·8	22707	St. 1378.
8·9	11	59	31	63	34·5	. .	R. 3825.
.	12	2	9	58	33·5	. .	R. 3842.
.		2	29	60	13·9	. .	R. 3845.
.		2	54	51	25·7	. .	R. 3847.
8		3	45	51	43.0	. .	St. 1389.
.		5	58	63	43·7	. .	R. (4).
.		6	30	56	27·3	. .	R. 3877.
7		8	12	73	25·9	. .	G. 1865. S. 2529.
8		9	36	44	53·8	23022	
.		10	41	63	7·4	. .	R. 3899.
.		12	2	63	4·3	. .	R. 3913.
8		12	7	48	24·1	23100	
6		13	10	58	44·7	. .	R. 3925. G. 1875. P. 56. Br. 1655.
.		13	16	65	11·7	. .	R. 3924.
.		14	4	60	0·0	. .	R. 3928.
.		14	30	60	29·1	. .	R. (14).
9		14	36	58	57·6	. .	R. 3934. G. 1878.
9		14	42	58	57·	. .	R. (16).
.		14	44	59	49·1	. .	R. 3935.
.		15	15	59	59·9	. .	R. 3943.
8		15	49	71	12·0	. .	S. 1925.
9		16	11	63	2·3	. .	R. 3947.
6		17	29	57	39·3	. .	R. 3960. G. 1887. P. 76. Br. 1663.
.		17	33	61	37·5	. .	R. (19).
.		18	50	60	26·5	. .	R. 3973.
7		18	57	56	2·1	. .	G. 1891. P. 83. Br. 1668.
8		20	25	45	40·1	23328	St. 1425.
9		20	25	45	39·9	23329	
7		22	16	57	45·9	. .	R. (26).
8		24	0	46	5·9	23439	
9		24	18	63	21·4	. .	R. 4011.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8	12^h	24^m	36^s	$+46^\circ$	$22'0$	23450	
.		25	7	57	21·3	. .	R. 4019.
.		25	29	55	40·1	. .	R. 4020.
.		26	8	70	53·6	. .	R. (32).
9		27	40	59	6·6	. .	St. 1441.
.		29	41	57	44·2	. .	R. 4050.
.		30	14	54	37·1	. .	R. 4053.
8		30	52	44	58·4	. .	G. 1911. B. Z. 461.
9		33	45	44	51·2	. .	B. Z. 461.
9		34	20	44	49·2	. .	B. Z. 461.
9		35	15	44	52·8	. .	B. Z. 461.
8		35	56	79	53·6	. .	S. 287, 2018.
9		36	8	44	42·9	. .	B. Z. 461.
8·9		36	26	59	45·3	. .	R. (44).
6		36	35	59	44·2	. .	R. 4098.
.		37	0	61	57·5	. .	R. 4101.
.		39	7	66	58·8	. .	R. (46).
7		39	12	58	32·5	. .	R. 4125.
.		40	33	57	51·4	. .	R. 4136.
.		46	47	65	35·4	. .	R. (52).
7·8		48	11	59	1·2	. .	St. 1475.
.		48	40	65	3·2	. .	R. 4191.
7·8		50	44	69	28·4	. .	G. 1943.
.		54	9	76	19·5	. .	S. 1870, 2218.
8	12	56	11	48	49·1	. .	G. 1951.
.	13	3	3	57	40·4	. .	R. 4227. P. 8.
9		6	18	59	17·2	. .	St. 1509.
9		8	1	46	1·0	24620	
7		8	59	73	38·3	. .	G. 1974.
7		9	13	64	27·6	24699	
8		17	34	55	44·9	. .	G. 1988. P. 79. Br. 1777.
8		19	54	65	40·1	. .	G. 1992.
7·8		24	43	61	10·3	. .	St. 1530.
8·9		26	6	44	56·6	. .	B. Z. 504.
8		26	34	45	6·3	. .	B. Z. 504.
8		26	37	48	34·6	25112*	G. 2011.
6		31	23	51	31·2	. .	R. 4400. G. 2024. P. 156. St. 1546.
8		32	32	70	34·9	. .	St. 1547.
7		33	0	52	36·5	. .	R. 4409. G. 2027.
6·7		33	24	72	2·8	. .	G. 2029.
.		34	21	67	24·6	. .	P. 4422.
7		34	34	53	34·4	25332	P. 168.
.		34	40	63	57·0	. .	R. 4424.
5		34	44	55	28·7	. .	G. 2031. P. 170. Br. 1802.
.		35	12	60	30·9	. .	R. (22).
.		38	0	52	12·2	. .	R. 4435.
9		38	59	44	56·4	. .	B. Z. 504.
.		39	25	59	6·5	. .	R. (24).
8		40	21	56	41·7	25449	
9		42	23	44	53·3	. .	B. Z. 473.
9		49	31	44	45·7	. .	B. Z. 473 u. 504.
9		50	12	44	43·4	. .	B. Z. 473 u. 504.
8		50	28	45	3·3	25687	G. 2064. B. Z. 473 u. 504.
7·8		52	4	66	8·2	. .	P. 273.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	13h	52m	37s	+45°	1'5	. .	B. Z. 473.
.		52	38	45	36·1	. .	R. 4542 Nebula.
.		54	5	56	35·2	. .	R. 4559.
6		55	55	46	31·4	25839	P. 289.
.		56	1	56	32·5	. .	R. 4578.
8		56	6	44	45·1	. .	B. Z. 473 u. 504.
.		56	13	60	18·7	. .	R. 4579.
9		59	8	44	39·2	. .	B. Z. 473.
8	13	59	16	45	5·8	25910	B. Z. 504.
6	14	2	23	50	12·5	. .	R. 4623. G. 2080. P. 6. Br. 1838.
9		2	46	49	15·4	. .	St. 1585.
6·7		6	2	59	17·8	. .	G. 2084. P. 24.
.		7	42	56	17·9	. .	R. 4647.
8·9		7	48	56	4·0	. .	R. 4648. St. 1599.
.		8	24	56	6·7	. .	R. 4650.
8		9	43	51	10·7	. .	St. 1605.
8		9	44	53	16·3	26166	
4		10	23	46	49·0	26178	R. 4652. G. 2092. P. 41. Br. 1852. A. 323.
.		11	15	56	2·0	. .	R. 4655. P. 48.
9		13	17	54	40·2	26260	
.		14	8	50	1·5	. .	R. 4668.
8		15	6	69	57·7	. .	St. 1612. S. 2326.
8		15	37	44	43·2	. .	B. Z. 473.
8		15	52	44	29·2	. .	B. Z. 473.
9		17	6	56	46·7	. .	R. 4694.
7		18	6	61	41·4	. .	R. 4700. G. 2107.
9		18	23	77	31·4	. .	St. 1621.
9		19	0	44	56·9	. .	B. Z. 473.
8		19	30	62	39·3	. .	St. 1622.
7·8		21	54	56	44·7	26485	
.		22	4	54	38·1	. .	R. 4722.
6		23	8	50	33·3	. .	R. 4726. G. 2115. P. 105. Br. 1868. A. 327.
.		23	39	61	39·4	. .	R. (11).
.		23	43	61	36·0	. .	R. (12).
9·10		23	51	54	23·2	26527	
.		24	54	60	56·8	. .	R. 4735.
.		25	21	46	17·6	26563	
.		25	24	62	58·0	. .	R. 4737.
.		26	20	55	52·0	. .	R. 4743.
.		26	28	55	49·1	. .	R. 4745.
6		27	2	63	53·1	. .	G. 2123.
9		27	15	45	1·6	. .	B. Z. 473.
9		27	20	77	21·2	. .	G. 2128.
6·7		27	26	60	55·4	. .	G. 2125. P. 126.
.		27	27	55	32·8	. .	R. 4748.
8·9		27	32	73	45·5	. .	St. 1636.
.		27	39	55	27·0	. .	R. (15).
7		28	20	53	35·6	. .	R. 4760. P. 131. A. 330.
.		28	33	62	7·8	. .	R. (16).
.		29	7	61	56·6	. .	R. (17).
8·9		29	24	44	53·4	. .	B. Z. 473.
7·8		29	29	57	46·3	. .	G. 2131.

Grösse.	Rectascension 1842.	Declination 1842.	Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	14h 31m 47s	+58° 14'8	. .	R. 4774.
8	31 52	57 23·0	26728	
.	32 11	54 42·5	. .	R. (19).
8	32 22	77 15·5	. .	G. 2140.
5	32 57	54 5·4	26753	G. 2137. P. 149. Br. 1878.
.	33 2	61 41·0	. .	R. (20).
8·9	34 21	54 7·4	26810	R. 4788.
8·9	35 43	58 23·5	26850	
9·10	36 14	53 19·5	26865	
7·8	36 21	52 4·6	. .	St. 1648.
6	42 29	53 29·2	. .	R. 4825.
8	42 34	44 52·6	. .	B. Z. 473.
.	43 19	50 24·2	. .	R. 4829.
7·8	44 19	54 53·4	. .	G. 2156. P. 202.
7	44 24	52 1·9	. .	R. 4839. G. 2157. St. 1668.
7	45 3	72 37·5	. .	G. 2161. P. 210. Br. 1906.
8·9	45 30	51 57·8	. .	G. 2159.
8	45 40	52 11·0	. .	G. 2160.
7	46 29	47 7·8	27157	R. 4851. G. 2162.
7·8	46 49	72 15·5	. .	P. 219. S. 2356.
8·9	47 5	66 11·4	. .	G. 2163.
5·6	47 27	59 56·2	. .	G. 2164. P. 217.
8	47 35	66 17·8	. .	G. 2165.
7·8	47 58	56 22·6	. .	G. 2166.
9	48 34	59 41·9	. .	St. 1670.
.	50 15	73 40·6	. .	S. 2231.
9	50 48	54 17·5	27298	
7	50 48	48 43·0	. .	R. 4882.
9	51 25	44 42·3	. .	B. Z. 473.
9	52 40	44 40·8	. .	St. 1675.
9	54 56	56 13·9	. .	G. 2175.
5	55 5	66 33·8	27441	R. 4910. G. 2177. P. 260.
.	55 42	50 4·1	. .	R. 4913.
8·9	55 52	71 27·9	. .	St. 1684.
7·8	55 56	56 14·6	. .	G. 2179.
.	57 10	48 21·9	. .	R. 4922.
.	57 31	55 6·0	. .	R. (30).
8	57 42	48 21·1	. .	R. 4930.
8	58 0	67 43·0	27522	
.	58 57	58 59·1	. .	R. (31).
8	59 16	71 14·1	. .	P. 285. S. 2357.
8	14 59 55	66 35·0	. .	G. 2189.
6	15 0 20	72 23·0	. .	G. 2191. P. 2.
7	0 30	66 24·1	. .	G. 2190.
.	2 38	47 29·6	. .	R. 4961.
9	2 53	53 36·0	27671	
9	3 8	45 0·9	. .	B. Z. 473.
7	6 4	74 29·9	. .	S. 2044.
8	7 1	47 46·2	. .	R. 4994.
9	7 14	44 51·9	. .	B. Z. 473.
6·7	8 1	50 22·1	. .	R. 5004. G. 2204.
7·8	8 40	72 58·3	. .	S. 2368.
7·8	9 3	68 22·6	27903	
9	9 31	79 47·5	. .	S. 2045.
9	9 33	73 3·0	. .	St. 1705.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9·10	15h	10m	51s	+79°	39'8	. .	S. 2330.
8		10	52	45	9·9	. .	B. Z. 419.
6·7		10	59	51	31·5	. .	P. 39.
9		11	51	44	22·6	. .	St. 1710.
8		12	39	73	27·6	. .	S. 2235.
8·9		15	12	52	51·4	. .	G. 2218.
8·9		15	24	62	44·0	. .	G. 2219.
9		16	11	61	56·9	. .	G. 2220.
8		16	22	65	59·7	28124	
8·9		16	32	62	41·9	. .	G. 2222.
8		16	42	54	29·7	. .	P. 68.
9		16	44	66	38·6	28132	
7·8		16	53	52	54·7	. .	G. 2223.
7		17	9	71	47·1	. .	G. 2225. S. 2331.
9		17	11	66	33·7	28142[2]	
8·9		18	15	52	43·0	. .	G. 2229.
8		20	16	46	30·0	28208	
8		20	29	62	8·5	. .	G. 2233.
8		20	58	75	25·5	. .	S. 2246.
7·8		21	14	61	5·8	. .	G. 2234.
9		22	24	45	5·0	. .	B. Z. 473.
7		22	48	74	1·9	. .	G. 2238. S. 2237, 2332.
.		24	55	47	6·3	. .	R. (16).
8		25	0	46	55·7	28343	
9		25	38	44	49·7	. .	B. Z. 473.
.		25	47	47	10·7	. .	R. 5124.
.		26	3	47	14·3	. .	R. (17).
8·9		26	52	55	6·8	. .	G. 2247.
9		27	1	45	16·2	. .	B. Z. 419.
9		27	19	45	29·4	. .	B. Z. 419.
8		27	40	55	0·5	. .	G. 2248.
9		29	27	44	48·5	. .	B. Z. 419.
7		31	5	54	26·9	28542	G. 2255.
9·10		31	38	65	44·1	28583	
6·7		31	54	55	9·3	. .	G. 2257.
9		32	0	44	55·2	. .	B. Z. 473.
7·8		32	5	73	28·2	. .	S. 2248.
9		32	52	44	53·4	. .	B. Z. 473.
5·6		33	12	47	19·3	28600[2]	G. 2259. P. 153.
8		33	21	65	47·9	28632	
7		33	58	47	26·6	28621[2]	G. 2261. P. 156.
6·7		35	40	58	26·1	28700	G. 2267.
7·8		36	52	66	18·4	28740	P. 168.
9		36	57	45	31·2	. .	B. Z. 419.
9		37	15	45	18·6	. .	B. Z. 149.
8		37	37	45	30·2	28736	B. Z. 419.
8		38	18	60	29·2	. .	St. 1744.
8		38	21	76	58·1	. .	P. 181.
8		38	58	45	48·8	. .	B. Z. 419.
8		39	54	53	24·1	28788[2]	G. 2272.
9		40	12	45	18.0	. .	B. Z. 419.
8		40	15	53	28·7	28806[2]	G. 2273.
7·8		41	4	53	10·3	. .	G. 2274.
9		41	47	45	5·7	. .	B. Z. 420.
.		42	0	47	28·6	28851	G. 2277.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8·9	15h	42m	6s	+52°	38'3	28861	
7		42	44	46	13·2	28873	B. Z. 419.
7.8		44	15	69	10·0	. .	G. 2282.
.		45	16	45	9·2	. .	R. 5208.
9		45	48	51	21·8	28957[a]	
7·8		46	49	66	19·1	29013	
9		46	50	51	18·7	28988[a]	
7		47	2	53	23·1	28998	G. 2285. St. 1755.
8·9		47	5	44	47·6	. .	B. Z. 419.
.		47	6	60	40·9	. .	R. 5222.
.		47	35	44	59·6	. .	B. Z. 419.
7·8		48	1	57	37·0	29034	
7·8		48	23	65	16·5	29055	
9		48	45	44	45·3	. .	B. Z. 420.
10		49	11	51	54·9	29060[a]	
9		49	28	66	54·4	29088	
9		50	30	50	19·3	29090	
9		51	27	54	29·6	29119	
5·6		52	47	59	22·1	. .	G. 2295.
6		54	35	50	20·1	29210[a]	G. 2297.
9·10		55	33	50	17·1	29255	
8·9		55	34	50	20·7	29256[a]	
9		55	35	53	36·0	29262	
7		57	19	59	22·6	. .	St. 1777.
8		57	27	74	28·0	. .	S. 2253.
5		57	53	46	28·8	29335	R. 5285. G. 2301. P. 270. Br. 2044.
7		57	54	47	40·5	29340	
6		58	4	53	21·7	29351	G. 2302.
3		58	56	58	59·4	. .	R. 5288. G. 2304. P. 277. Br. 2053. A. 378. St. 1779.
7·8		59	4	60	4·0	. .	G. 2306.
9		59	20	60	55·2	. .	St. 1781.
7	15	59	55	68	4·0	29444	
.	16	0	19	60	53·4	. .	St. 1782.
7·8		1	46	60	28·4	. .	G. 2309.
9·10		2	2	76	55·2	. .	St. 1787.
9		2	17	52	44·7	29491	
7		3	4	45	48·0	29506	B. Z. 419.
9		3	13	58	0·9	29523	
9		4	36	51	16·2	29562	
8		4	52	51	8·9	29569	
9		5	23	53	19·3	29595	
7		6	19	73	34·0	. .	S. 2155.
9		6	32	47	58·0	29630	St. 1795.
9		6	36	53	27·3	29633	
7		7	14	60	17·0	. .	G. 2322.
8		7	28	46	37·2	29658	
9		7	47	45	9·6	. .	B. Z. 419.
8		8	5	60	5·4	. .	G. 2324.
9		8	31	44	51·0	. .	B. Z. 420.
9		10	30	47	26·2	29736	
8·9		10	43	44	56·7	. .	B. Z. 419 u. 420.
9		11	0	72	57·9	. .	St. 1808.
.		11	5	55	59·0	. .	R. 5375.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8	15h	11m	19s	+45°	3'4	29753	B. Z. 419 u. 420.
8·9		11	39	45	28·3	. .	B. Z. 419.
9		11	42	44	57·0	29761	
9		12	14	45	42·1	. .	B. Z. 419.
8		12	33	67	1·0	. .	G. 2327.
8		12	38	72	47·6	. .	S. 2156.
8		14	56	46	35·2	. .	R. (14).
5		15	0	46	41·6	29847	R. 5404. G. 2331. P. 73. Br. 2086.
.		15	14	61	45·4	. .	R. 5405.
7		18	14	68	55·8	. .	G. 2338.
9		18	35	44	50·8	29952	
9		18	36	47	59·8	29957	St. 1818.
9		19	31	46	18·2	29976	
9		19	37	64	44·2	. .	St. 1820.
8·9		19	44	45	9·5	. .	B. Z. 419[a] u. 420.
.		21	32	64	52·3	30054	
7·8		22	0	45	18·6	30047	B. Z. 419.
7·8		22	3	48	18·4	30049	G. 2344.
5·6		22	12	69	28·5	. .	G. 2347.
6·7		22	43	70	51·8	. .	S. 2158.
9		24	15	45	50·0	. .	B. Z. 419.
9		24	34	49	19·5	30117	
7·8		24	55	67	25·6	30155	
6		25	46	49	18·4	30150	R. 5440. G. 2353. P. 118. Br. 2107.
.		25	54	61	1·7	. .	R. 5444.
9		26	54	76	41·4	. .	St. 1840.
9·10		27	14	51	28·7	30199[a]	
7		27	58	67	23·3	30250	
8		28	59	79	14·5	. .	G. 2363.
9		29	21	45	5·1	. .	B. Z. 419 u. 420.
8·9		29	22	47	36·1	. .	St. 1843.
8·9		30	52	73	54·8	. .	S. 2255.
9		31	17	45	8·9	. .	B. Z. 419 u. 420.
9		31	54	45	7·8	. .	B. Z. 419 u. 420.
.		32	10	57	44·5	. .	R. 5482.
8		32	14	67	5·1	30387	
9		32	21	45	49·1	. .	B. Z. 419.
7·8		32	49	58	6·2	30385	
7		34	14	49	10·7	30446	P. 161. R. 5507.
5		34	28	49	14·4	30451	R. 5510. G. 2368. Br. 2128. St. 1852. P. 163.
6		34	49	56	19·5	. .	G. 2369.
9		35	29	45	55·5	. .	B. Z. 419.
.		36	31	49	43·4	. .	R. (51).
9		37	22	58	25·6	30523	
8		37	28	56	28·4	. .	P. 178.
5·6		39	44	55	58·8	. .	G. 2374.
9		39	46	46	32·7	30575	
9		39	52	51	50·2	30586[a]	
7·8		40	10	52	12·8	30595	
8		40	17	44	24·3	. .	B. Z. 419.
8		40	26	50	9·5	30603	
8·9		40	44	67	20·5	30642	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	16h	41m	5s	+44°	48'4	. .	B. Z. 419.
8		41	46	49	26·4	. .	Astr. Nachr. X. 178.
9		43	1	58	56·4	. .	P. 217.
8·9		44	15	45	28·7	. .	B. Z. 419.
.		44	30	59	56·9	. .	R. (68).
8		44	45	48	30·6	30723	
9		44	50	45	7·0	. .	B. Z. 420.
8		45	12	57	46·0	30747	G. 2384. P. 231.
8		45	25	79	30·6	. .	S. 480, 495.
7·8		45	31	58	5·3	30760	
.		46	30	59	46·6	. .	R. 5582 dupl.
8		46	57	79	29·1	. .	S. 481, 517.
.		47	2	60	24·5	. .	R. 5591.
7		47	2	79	12·8	. .	S. 525.
9		47	16	45	38·5	. .	B. Z. 419.
8		47	18	45	51·6	. .	B. Z. 419.
8		47	20	45	49·6	. .	B. Z. 419.
8		47	58	68	6·8	30852	
8		48	28	54	35·7	30837	P. 247.
.		49	1	59	48·3	. .	R. 5599.
8		50	5	44	55·5	. .	B. Z. 419 u. 420.
6		50	10	77	46·8	. .	G. 2391. S. 2259.
8·9		50	45	65	27·9	30925	P. 264.
9		50	55	45	53·8	. .	B. Z. 419.
9		51	7	45	0·0	. .	B. Z. 420.
.		52	2	60	15·1	. .	R. 5621.
6·7		52	40	52	56·8	30962	
7·8		53	15	62	21·1	30999	G. 2393.
8		53	31	71	32·4	. .	S. 2201.
8·9		53	57	79	47·3	. .	S. 518, 2426.
9		54	21	47	35·6	31012	
9		54	29	45	59·6	. .	B. Z. 419.
9		54	32	47	35·8	31020	
9		54	35	44	59·3	. .	B. Z. 420.
7		54	38	65	16·7	31051	
7·8		54	46	62	36·7	31050	G. 2395. P. 282.
5		55	7	65	22·5	31061	G. 2396. P. 286. Br. 2169. St. 1893.
8		55	13	73	33·6	. .	G. 2400.
9		55	17	52	32·9	31048[a]	
9		55	35	68	12·3	31080	
6		55	39	65	16·8	. .	G. 2397. P. 290. Br. 2170.
7		55	53	67	43·3	31090	G. 2401.
7·8		55	56	46	0·5	. .	B. Z. 419.
9		56	0	68	7·7	31097	
7·8		56	47	73	9·8	. .	G. 2404.
8·9		56	57	67	39·7	. .	G. 2403.
.		57	12	58	49·9	. .	R. 5663.
7·8		57	18	58	41·7	. .	P. 296.
7·8		57	39	74	32·1	. .	G. 2405.
.		57	46	45	15·7	. .	R. (99).
9		57	50	44	59·1	. .	B. Z. 419.
6·7		57	53	75	38·3	. .	G. 2406.
8		58	0	44	51·7	31122	B. Z. 419.
7·8		58	27	54	49·3	. .	P. 301.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8	16h	58m	47s	+51°	10'0	31156	
.		58	53	59	27·2	. .	R. 5673.
8		59	6	74	49·3	. .	G. 2409.
7·8	16	59	9	74	43·0	. .	G. 2410. S. 2202.
7	17	0	19	74	31·2	. .	G. 2413.
9		0	49	46	10·1	. .	B. Z. 419.
9		1	21	45	7·3	. .	B. Z. 420.
5		2	4	54	40·8	. .	R. 5702. G. 2414. P. 4. Br. 2175. St. 1906.
.		2	58	58	55·4	. .	R. (3).
.		3	47	52	53·4	. .	R. 5713.
9		4	20	44	52·9	. .	B. Z. 419 u. 420.
7		4	37	58	28·6	. .	P. 20.
8		4	41	49	57·7	. .	St. 1910.
8·9		5	32	45	13·4	. .	R. 5728. B. Z. 419.
.		6	3	45	31·1	. .	R. (6).
8		6	17	49	9·8	31358	
9		6	49	46	12·4	. .	B. Z. 419.
7		6	53	52	36·3	31378	
9		7	45	45	31·0	. .	R. 5742.
7		8	17	56	51·3	. .	P. 38.
7		8	23	78	18·9	. .	S. 2478.
.		9	48	50	31·7	. .	R. 5754.
8		10	1	69	22·8	31518	
7·8		11	10	56	18·8	. .	P. 58.
8		12	15	58	33·6	31571	R. 5769.
8·9		12	16	51	58·9	31560	
8		12	27	69	41·1	. .	St. 1926.
8		12	40	76	3·8	. .	S. 2479.
8		12	47	63	31·4	31616	
9		12	51	56	15·2	. .	P. 72.
9		13	4	52	57·5	31856[2]	
9		13	4	52	13·5	. .	R. 5775.
8		14	15	52	37·7	31623[2]	
8		14	25	52	30·4	31635[2]	
6		15	16	45	28·0	. .	R. 5805.
9		15	40	62	44·3	31701	
9		15	45	62	47·4	31704	
9		15	47	45	9·2	. .	B. Z. 420.
7		16	17	48	21·0	31693	
9		16	28	51	50·2	31705[2]	
8		16	30	45	8·0	. .	B. Z. 420.
8		16	33	56	28·3	31719	
.		16	35	56	20·4	. .	R. 5813.
7·8		16	49	56	5·5	31735	
9		18	38	70	47·5	31813	
6		18	41	71	57·3	. .	G. 2437. S. 2480.
.		18	42	54	0·1	. .	R. 5837.
.		18	47	63	25·4	. .	R. 5840.
9		19	32	67	26·3	31846	
9		20	12	53	29·7	. .	P. 116.
8		20	34	50	34·4	31839[2]	
8		20	48	50	50·1	31850[2]	G. 2438. S. 2166.
7·8		20	51	70	56·4	31904	B. Z. 420.
9		21	53	45	7·1	. .	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8	17h	22m	37s	+48°	20'3	. .	R. 5870.
.		22	39	46	24·6	. .	R. 5872.
9		23	30	46	30·5	. .	St. 1952.
10		24	9	64	13·0	31982	
9		24	10	73	8·7	32025	
6·7		25	10	50	59·8	. .	P. 147. St. 1954.
7		25	34	67	26·2	32047[2]	
.		25	41	56	53·2	. .	R. 5892.
8·9		25	44	79	42·0	. .	S. 2431.
3		26	52	52	25·2	32053[2]	R. 5905. G. 2443. P. 155. Br. 2221. A. 408. [Dorp. 151.
8		27	21	74	47·6	32153	
.		27	35	49	50·3	. .	R. 5911.
8·9		27	37	73	4·0	32150	S. 2483.
.		27	48	46	26·7	. .	R. 5912.
8		28	28	72	59·3	. .	S. 2482.
9		28	30	63	59·9	32132	
8		28	47	63	58·9	32151	
8		29	1	49	27·4	32123	P. 166.
8		29	21	63	53·5	32178	
8		29	34	76	12·2	32249	
8·9		29	41	72	55·6	32224	
4		30	3	55	17·7	. .	G. 2445. P. 168. Br. 2222.
4		30	8	55	17·0	. .	G. 2446. P. 169. [A. 410. Br. 2224. A. 411.
9·10		30	20	49	19·0	32185	
9		30	39	45	13·1	. .	B. Z. 478.
9·10		30	55	64	37·1	32237	
9		31	3	57	17·6	. .	R. (34).
.		31	8	46	24·0	. .	R. (35).
8·9		31	24	48	33·7	32215	
9·10		31	25	64	23·1	32250	
6		31	29	48	40·7	32219	
8		31	55	44	49·1	32229	B. Z. 420.
9		32	12	45	5·4	. .	B. Z. 420.
9		32	55	45	4·3	. .	B. Z. 420.
8·9		32	55	51	10·9	32277[2]	
9		32	59	51	5·0	32284[2]	
9		33	3	74	36·6	32371	
5·6		33	20	62	0·1	32324	G. 2452. P. 201.
7		33	32	45	38·9	32299	R. 5952.
6·7		33	48	62	33·5	. .	G. 2453. P. 206.
8·9		34	35	59	36·1	32365	
.		34	55	60	2·4	. .	R. 5969.
9		34	59	75	44·6	32448	S. 2484.
9		35	22	63	25·9	32404	
7·8		37	6	74	19·4	32510	G. 2460. P. 242. Br. 2240. S. 1446, b, 2168.
9·10		37	17	58	53·1	32453	
8		37	18	67	5·4	. .	St. 1982.
10		37	30	58	47·4	32460	
9		37	32	45	9·4	. .	B. Z. 478.
6·7		37	44	51	53·9	32455[2]	
9		38	1	64	55·6	32495[2]	
.		39	2	51	42·2	. .	R. 6013.

Grösse.	Rectascension 1842.	Declination 1842.	Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	17h 39m 21s	+77° 26'2	32627	S. 2485.
9	39 23	65 4·3	32554	
9	39 36	65 24·7	32558	
9	39 40	60 24·9	32547	
9	39 53	45 35·7	. .	R. 6020.
.	40 37	49 18·0	. .	R. (46).
9	40 41	65 16·8	32594	
.	40 54	49 11·0	. .	R. 6031.
8	41 39	67 13·3	32638	
.	41 42	57 50·0	. .	R. 6041.
.	43 47	57 38·5	. .	R. 6058.
8	44 1	44 52·8	. .	R. 6061. B. Z. 478.
9	44 41	75 59·3	32826	
.	44 50	50 15·2	. .	R. 6071.
9	45 13	55 2·4	32745	
5	45 18	50 49·2	32740^2	R. 6081. G. 2472. P. 278. Br. 2243. A. 419.
8·9	45 49	73 31·5	32845	
7·8	45 49	54 14·3	32768	
7·8	45 55	48 26·4	32758^2	R. 6086. G. 2474. P. 282. Br. 2244.
.				
.	46 4	63 10·4	32801	
9	46 9	49 8·4	. .	R. 6089.
7·8	46 13	45 56·6	32771	
8	46 33	44 57·0	32779	St. 2012. B. Z. 430.
9	46 39	48 26·4	32795	R. 6097. G. 2478. P. 288.
8·9	47 28	72 40·6	32901	S. 2487.
8	47 47	79 16·6	32982	H. C. 131. S. 454, 470.
9	48 37	50 25·7	32874	
9	48 57	63 5·7	32911	
9	49 33	79 13·2	33064	S. 369, 471.
.	50 31	51 31·3	. .	R. (63).
7	50 32	60 25·6	32958	P. 315.
.	51 5	48 3·7	. .	R. 6146.
9	51 7	73 10·7	33054	
8·9	51 10	75 35·8	32942	
9	51 45	45 4·8	. .	B. Z. 478.
8	51 53	61 4·1	33021	
7	52 8	45 0·4	33001	B. Z. 478. G. 2490. P. 327.
.	52 35	49 10·3	. .	R. 6163.
9	52 36	48 38·5	. .	St. 2029.
.	53 5	56 4·1	. .	R. 6166.
8	53 46	45 45·3	. .	R. 6171.
8	54 3	44 57·1	. .	R. 6172. B. Z. 478.
9	54 6	65 1·1	33122^2	
8·9	54 24	54 40·9	33106	
9	55 0	49 16·4	33119	G. 2495.
6·7	56 4	74 35·7	33239^2	P. 369.
9·10	56 19	64 39·2	33191	
7·8	56 34	69 38·0	33223	
7	56 35	45 21·2	. .	R. 6186. G. 2497. St. 2041.
8	56 50	52 51·4	33186^2	St. 2044.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	17h	57m	0s	+64°	11'9	33181	
9·10		57	35	73	8·2	33297	
9		58	9	45	7·7	. .	R. 6208. B. Z. 430 u. 478.
.		58	16	48	13·6	. .	R. 6212.
7		58	19	76	1·1	33343	
9		58	36	66	38·3	33303	
9·10		58	58	78	19·7	33419	
8		59	4	48	27·3	. .	R. (77).
7·8	17	59	38	75	10·8	33393[a]	
8·9	18	0	40	56	55·6	33344	
9·10		0	47	50	52·1	. .	St. 2052.
.		0	49	54	42·2	. .	R. 6243.
.		1	32	53	43·0	. .	R. 6257.
8		2	8	71	37·8	33466	P. 11.
9		2	43	49	59·5	. .	St. 2061.
6		3	8	49	27·0	. .	R. 6274.
.		3	58	54	28·6	. .	R. 6283.
.		4	22	45	44·8	. .	R. 6286.
.		4	43	54	8·6	. .	R. 6291.
7·8		5	20	66	55·5	33573[a]	S. 2173.
.		5	21	48	27·3	. .	R. 6299.
9		5	23	58	56·6	33541	
.		5	26	51	20·1	. .	R. 6300.
9		5	44	58	59·7	33561	
7·8		5	44	50	22·3	33535	
8		5	46	48	22·1	. .	R. 6305. St. 2066.
8		5	53	64	11·9	33587	Br. 2295.
9·10		6	40	63	52·5	33621	
.		6	58	47	59·6	. .	R. 6327.
8·9		7	15	59	43·1	. .	St. 2072.
.		7	25	53	27·8	. .	R. 6333.
6		7	26	48	15·3	33610	R. 6332.
8		7	44	48	21·2	33624	
7		8	4	48	4·9	33638	
8		8	22	52	16·5	33665	
8		8	45	52	40·7	33688	
9		8	53	45	33·1	33680	
8		8	54	71	24·8	33744	
8		9	5	45	37·3	33689	
9·10		9	10	79	1·3	33836	
.		9	23	53	31·0	. .	R. 6356.
10		9	33	78	57·9	33854	
8		9	42	60	34·1	33730	
.		10	29	53	38·4	. .	R. 6373.
9·10		11	4	79	47·2	33940	S. 520, 554.
.		11	24	53	36·4	. .	R. 6387.
8		11	34	50	55·3	33787	
8·9		11	40	72	6·9	33862	S. 2638.
9		11	50	63	33·3	33824	
8		11	52	79	58·3	33972	G. 2546. P. 62. Br. 2318. St. 2082. Dorp. 161. S. 457, 505, 2174.
8		11	58	79	58·5	33977	G. 2547. P. 63. Br. 2321. St. 2083. S. 458, 506, 2175.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8·9	18ʰ	12ᵐ	1ˢ	+51°	34′1	33805	
.		12	3	54	5·6	. .	R. 6396.
9·10		12	17	79	5·9	33973	
6		12	17	48	18·8	33810	
7		12	20	57	56·9	33829	
9		12	26	69	12·2	33871	St. 2081.
9		12	30	51	16·6	33823	St. 2079.
6		12	38	53	14·4	33831	R. 6405. G. 2541.
9		13	4	79	56·2	34027	Dorp. 162. S. 487.
.		13	5	51	10·3	33849	
9·10		13	17	59	46·3	33870	
.		13	28	51	24·1	. .	R. 6417.
10		13	29	69	19·1	33925	
.		13	40	53	14·3	. .	R. 6422.
.		13	47	47	59·8	. .	R. 6426.
9·10		14	53	79	4·4	34098[2]	S. 521, 555.
.		15	2	47	20·1	. .	R. 6437.
.		15	31	54	32·0	. .	R. 6445.
8		15	47	78	26·	. .	Dorp. 164.
.		15	48	48	29·0	. .	R. 6452.
9		16	2	74	20·3	34077	
9		16	30	74	16·7	34107	S. 2639.
.		16	42	51	31·6	. .	R. 6458.
9·10		18	8	64	11·0	34116	
.		18	34	46	16·8	34088	R. 6486. G. 2558.
.		18	34	47	54·5	. .	R. 6487.
7·8		18	44	55	3·1	. .	G. 2562.
.		20	6	53	41·5	. .	R. 6511.
8·9		20	34	46	10·9	34171	G. 2567.
.		20	38	53	45·	. .	R. 6517, b.
9·10		22	0	64	45·4	34278	
8·9		22	7	62	41·5	34271[2]	P. 106.
.		22	9	51	2·2	. .	R. 6529.
8		22	29	48	23·6	. .	R. 6533.
.		22	36	55	38·0	. .	R. 6537.
.		23	2	54	1·6	. .	R. 6547.
.		23	21	52	59·1	. .	R. 6551.
4·5		23	54	72	39·3	34392[2]	G. 2586. P. 119. Br. 2337. A. 428. St. 2106.
9		24	12	65	9·5	34366	
.		24	53	48	6·7	. .	R. 6569.
8		24	54	77	1·6	34477[2]	
8·9		25	5	65	39·7	34410	
9		25	25	78	59·2	34531	
.		26	2	48	29·8	. .	R. 6582.
9		26	32	60	19·1	34447	
8·9		26	40	75	27·5	34534	
.		27	3	54	36·5	. .	R. 6601.
9·10		27	5	80	34·6	34617	S. 604, 632.
.		27	21	51	6·7	. .	R. 6604.
9		27	32	70	19·2	34526	
.		27	34	53	3·1	. .	R. 6606.
9·10		27	44	80	30·4	34641	S. 605, 633.
8·9		27	49	75	45·4	34577	
8		28	35	52	0·0	34511[2]	G. 2601.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8·9	18h	29m	13s	+59°	27'1	. .	G. 2604.
9·10		29	13	75	26·5	34624	
7·8		29	42	50	18·2	. .	G. 2608.
.		30	10	50	50·7	. .	R. 6619.
9		30	43	78	59·0	34716	
7		30	46	65	18·8	34623	G. 2617.
8		31	2	58	35·0	. .	St. 2122.
9		31	26	65	15·0	34646	G. 2622. 7·8 Grösse.
8·9		31	50	63	35·1	. .	St. 2126.
.		32	31	50	39·3	. .	R. 6629.
7·8		32	48	52	44·6	34667	
7·8		33	8	46	0·9	34670	
9		34	52	45	13·1	. .	B. Z. 478.
9·10		35	15	72	11·7	34831	
6		36	28	60	33·9	. .	G. 2642.
.		37	18	50	33·8	34845[8]	
.		37	43	46	16·0	. .	R. 6662.
.		37	55	52	26·6	. .	R. 6668.
8·9		37	57	50	58·4	34878	
8		38	15	63	38·7	. .	G. 2649. P. 190.
6·7		38	32	47	25·1	34901	R. 6689. G. 2647.
.		38	32	53	14·7	. .	R. 6690.
.		38	34	55	25·4	. .	R. 6693.
7		39	21	55	27·	. .	R. 6715.
.		39	29	46	3·4	34945	R. 6716.
6		39	33	62	35·5	. .	G. 2658.
5		39	34	55	22·9	. .	R. 6720. G. 2657. P. 195. Br. 2360.
8·9		39	42	45	56·7	34962	
.		39	50	51	28·6	. .	R. 6725.
.		39	50	51	14·8	. .	R. 6726.
.		39	52	56	17·5	. .	R. 6727.
9·10		40	1	55	53·6	. .	P. 198.
10		40	9	75	16·4	35084	
8·9		40	12	49	33·7	34991	
8		40	43	46	13·3	. .	G. 2661.
8		41	15	75	21·6	35131	
.		41	34	52	46·1	. .	R. 6746.
8		41	43	46	27·8	35050	R. 6747.
10		42	21	75	26·7	35184	
.		42	45	52	25·9	. .	R. 6757.
.		43	10	52	24·2	. .	R. 6763.
6·7		43	31	48	54·0	35124	
7		43	38	59	23·2	. .	P. 220.
8·9		43	47	64	38·2	35182	
8		43	47	59	30·8	. .	P. 223.
.		44	13	53	1·5	. .	R. 6785.
9		44	35	51	30·3	35183	
7		44	39	59	9·2	. .	P. 226. St. 2178.
.		44	45	45	33·7	35181	
.		45	35	52	29·1	. .	R. 6804.
9		45	41	65	49·7	35256	
.		45	52	46	27·2	. .	R. 6810.
.		46	37	49	35·1	. .	R. 6823.
.		46	45	46	33·1	. .	R. 6825.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8·9	18h	46m	50s	+51°	41'0	35276	R. 6830.
.		47	33	52	7·0	. .	R. 6843.
.		47	47	53	53·8	. .	R. 6846.
8		48	20	51	8·2	. .	St. 2185.
.		48	44	55	13·6	. .	R. 6864.
9		48	52	59	12·3	. .	P. 248.
4		48	52	59	11·8	. .	R. 6867. G. 2707. P. 249. Br. 2386. St. 2188.
9		49	14	47	1·3	35366	
.		49	38	54	41·5	. .	R. 6879.
5		49	42	73	53·9	35475	G. 2719. S. 1896.
.		49	48	54	41·5	. .	R. 6881, b.
.		50	3	54	45·	. .	R. 6883, b.
8·9		50	42	65	2·0	. .	St. 2192.
8		50	53	52	30·0	35439	R. 6903.
6		51	15	74	31·9	35536[2]	P. 273.
.		51	17	52	58·0	. .	R. 6908.
.		51	18	54	53·6	. .	R. 6909.
.		51	27	55	45·9	. .	R. 6912.
.		51	41	46	27·6	. .	R. 6916.
7		52	4	46	33·7	. .	P. 264.
.		52	11	54	27·5	. .	R. 6926.
.		52	47	54	30·2	. .	R. 6939.
.		53	10	53	51·4	. .	R. 6946.
7·8		53	30	60	44·3	. .	G. 2729.
6		54	5	57	36·4	. .	R. 6967. G. 2731. Br. 2400. P. 281.
9		54	49	51	57·7	35619	R. 6976.
.		54	52	58	0·6	. .	R. 6982. G. 2738. P. 287. St. 2208.
.		54	53	48	12·3	. .	R. 6980.
.		54	57	51	38·1	. .	R. 6983.
.		55	2	55	13·4	. .	R. 6988.
.		55	4	56	11·6	. .	R. 6989.
8		55	4	50	35·6	35631	
9		55	36	46	36·7	35641	
9		55	51	46	35·3	35654	
.		56	34	47	28·1	. .	R. 7016.
6·7		56	44	79	45·0	. .	S. 631, 1518.
4·5		56	47	47	48·8	35702	R. 7020. G. 2745.
9		56	53	52	2·8	35711	
10		57	44·	78	39·1	35904	
6		58	23	52	2·0	35782	G. 2753. St. 2221.
8		58	47	75	34·3	35908[3]	G. 2763. Br. 2421.
8·9		58	59	79	57·7	. .	S. 1494.
.		59	2	50	0·6	. .	R. 7070.
8·9		59	8	51	21·3	35813	St. 2223.
9		59	28	51	16·8	35823	
.	18	59	53	59	53·8	. .	R. 7081. G. 2761.
.	19	0	32	54	9·3	. .	G. 2762. P. 325. R. 7094.
7		1	5	49	41·0	35899[4]	R. 7107. G. 2766. P. 328.
8		1	16	60	49·8	. .	R. 7114.
.		1	17	48	12·2	. .	R. 7113.
.		1	51	56	47·7	. .	R. 7120.
8		1	52	65	17·7	35990	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
7	19h	2m	23s	+73°	54'3	. .	G. 2775.
.		2	25	45	1·7	. .	R. 7127.
6		2	25	56	2·8	. .	R. 7128.
.		2	42	53	33·2	. .	R. 7130.
.		2	47	65	20·8	36039	
.		2	51	56	35·7	. .	R. 7136.
.		2	54	53	34·1	. .	R. 7137.
.		3	4	51	22·1	. .	R. 7139.
8		3	15	51	24·6	36020	
7		3	26	51	8·0	. .	P. 17.
9		3	51	64	47·2	36084	
.		4	22	47	59·3	. .	R. 7165.
.		4	33	47	59·3	. .	R. 7172.
.		4	37	57	49·5	. .	R. 7176.
6		4	44	52	10·5	36091	R. 7178. G. 2778.
9·10		5	23	57	30·2	. .	R. 7192.
8·9		5	33	52	20·1	36131	
.		5	38	52	2·7	. .	R. 7195.
.		5	49	49	25·6	36141	
7·8		6	8	48	11·1	36151	G. 2783.
.		6	14	60	48·7	. .	R. 7207.
.		7	10	46	23·6	. .	R. 7221.
.		7	16	54	19·5	. .	R. 7225.
.		7	17	57	18·3	. .	R. 7227.
8·9		7	25	51	45·7	36216	R. 7228.
.		7	33	48	16·6	. .	R. 7232.
7		7	47	47	6·7	36224[2]	G. 2787.
8		8	3	57	14·3	. .	R. 7245.
9		8	4	52	22·4	36260	R. 7242.
.		8	6	57	29·9	. .	R. 7246.
.		8	43	56	15·9	. .	R. 7260.
.		9	3	66	51·7	36339	
6·7		9	18	57	23·2	. .	R. 7268.
8·9		9	44	45	21·3	36321	
8		10	2	52	56·6	36345	R. 7275. G. 2799.
.		10	3	49	22·3	. .	R. 7273.
7·8		10	13	44	54·1	36337	G. 2797.
.		10	35	55	53·6	. .	R. 7281.
8		10	42	45	3·6	36363	R. 7283. G. 2801. B. Z. 485.
9		10	49	45	7·3	. .	B. Z. 485.
.		11	1	66	44·7	36427	
5·6		11	12	49	47·6	36386[3]	R. 7293. G. 2802. St. 2267.
9		11	27	45	3·2	. .	B. Z. 485.
.		11	41	56	54·5	. .	R. 7308.
.		11	49	46	9·0	. .	R. 7311.
8		11	51	46	19·0	36415	
8		12	10	48	4·7	36429	R. 7319. G. 2807.
8		13	5	47	40·0	36477	
9		14	24	67	34·6	. .	St. 2281.
9		14	29	45	11·9	. .	B. Z. 485.
.		14	46	49	34·3	. .	R. 7358.
8		14	50	51	57·5	36568	
6		14	52	76	17·7	36682	G. 2825. Br. 2466. P. 119.
.		15	2	57	40·6	. .	R. 7363.
7·8		15	6	58	27·4	. .	R. 7366.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8	19h	15m	40s	+49°	2'9	36640	
5·6		16	7	54	5·1	. .	R. 7377. G. 2822.
9·10		16	9	66	50·9	36668	
10		16	11	76	20·6	36746	
9		16	24	50	2·6	36644	R. 7381. G. 2824. St. 2285.
9		16	48	67	24·3	. .	St. 2288.
.		17	17	56	35·4	. .	R. 7396.
7		17	46	52	4·5	36703	R. 7407. G. 2829.
9		17	51	45	2·7	. .	B. Z 485.
.		18	12	57	57·8	. .	R. 7419.
9		18	14	73	33·0	. .	S. 2664.
8		18	27	51	49·0	36734	
9		18	44	80	27·2	36933	S. 531, 693, 742.
7		18	49	52	44·6	. .	P. 129.
8		19	3	71	3·4	36832	
.		19	4	49	28·1	. .	R. 7439.
9		19	5	47	45·9	36760	
.		19	7	61	27·7	. .	R. 7440.
.		19	26	56	57·9	. .	R. 7446.
8·9		19	28	52	15·8	36787	
8·9		19	32	48	4·1	36780	R. 7447.
.		19	41	56	36·1	. .	R. 7451.
.		19	43	56	18·6	. .	R. 7455.
9		19	46	48	7·1	36792	R. 7456, b.
.		19	46	61	20·0	. .	R. 7458.
7		19	52	56	42·7	. .	St. 2298.
9		19	53	80	28·3	36985	S. 569, 617, 679, 694, 743.
8		20	2	76	1·1	36924	
10		20	4	65	33·7	36853	
9		20	50	46	38·8	36840	
9		21	20	49	45·6	36874	
9		21	27	45	10·0	. .	B. Z. 485.
9		21	40	52	5·2	36901	
.		21	45	59	33·1	. .	R. 7495, dupl.
7		21	55	73	15·3	. .	S. 2687.
9·10		22	5	65	29·1	36936	
8·9		22	7	48	33·3	36907	
8		22	9	45	31·2	36904	
.		22	27	46	8·7	. .	R. 7507.
8·9		22	35	49	49·4	36926	G. 2849. P. 154.
.		22	36	59	27·3	. .	R. 7510.
8		22	48	71	47·7	37002	
.		23	13	50	5·0	. .	R. 7516.
.		23	13	48	56·1	. .	R. 7518.
8		23	14	47	12·9	36943	
6		23	34	52	0·1	36962	R. 7533. G. 2854. P. 160. Br. 2476.
8		23	37	46	42·2	36957	
7		23	47	59	6·4	. .	R. 7537.
.		24	8	56	46·5	. .	R. 7546.
7		24	33	51	22·3	. .	R. 7557.
6		24	42	58	18·0	. .	R. 7563.
.		24	52	57	53·9	. .	R. 7568.
.		25	43	58	17·9	. .	R. 7532.
4·5		25	43	51	23·6	37056[a]	G. 2859. P. 175. Br. 2481.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8	19h	26m	7s	+59°	26'2	. .	R. 7594.
8		26	39	48	15·0	37094	G. 2862.
6·7		26	48	55	5·0	. .	G. 2864.
.		26	57	59	52·1	. .	R. 7615.
.		27	4	58	16·5	. .	R. 7617.
.		27	9	60	20·5	. .	R. 7620.
9		27	9	78	49·0	37281	S. 586, 1566.
7·8		27	18	55	48·2	. .	P. 189.
9		27	25	44	58·3	. .	B. Z. 485.
8		27	27	55	15·3	. .	G. 2868. P. 190.
8		28	0	77	50·6	37298	
.		28	16	61	46·9	. .	R. 7645.
.		28	22	59	33·5	. .	R. 7649.
9		29	21	66	10·0	37273	
7·8		29	57	63	56·9	. .	St. 2326.
7		30	26	49	51·	. .	R. 7694, b.
.		30	39	57	8·0	. .	R. 7698.
.		31	1	59	41·2	. .	R. 7710.
7		31	10	79	16·9	37461[2]	G. 2900. S. 588, 712.
.		31	20	57	5·3	. .	R. 7720.
.		31	26	56	38·4	. .	R. 7721.
7·8		31	36	69	11·1	. .	P. 227.
.		31	52	57	25·4	. .	R. 7733.
8·9		32	4	51	43·8	37357	
7·8		32	35	49	50·8	. .	G. 2896. S. Radcl. Observ.
8·9		32	41	51	11·3	37380	
5·6		33	4	63	5·0	. .	G. 2899.
8		33	15	51	56·7	37408	
.		33	22	63	8·4	. .	R. 7771.
9		34	26	45	9·2	. .	B. Z. 485.
.		34	26	59	29·6	. .	R. 7798.
.		34	34	60	55·9	. .	R. 7800.
8·9		34	49	51	28·5	37475	
8·9		35	25	63	28·3	. .	St. 2340.
8·9		35	56	51	43·8	37524	
6		35	57	45	9·1	37508	R. 7813. G. 2909.
.		36	8	59	22·9	. .	R. 7817.
9		36	34	65	15·8	37580	
8·9		36	55	74	58·5	37644	
9		36	58	50	0·7	37567	G. 2916.
8·9		37	15	75	15·2	37660	
7·8		37	18	59	28·9	. .	G. 2923.
.		37	24	60	27·9	. .	R. 7823.
6		37	37	50	9·8	37590[2]	G. 2922. P. 261. Br. 2512. A. 449. St. 2348.
9		37	39	50	9.3	37593[2]	G. 2924. P. 262. Br. 2513.
9		38	1	65	1·9	37636	
8·9		38	2	74	36·6	37693	
9		38	22	64	59·9	37651	
6·8		38	24	74	0·9	. .	G. 2930. S. 2667.
8		38	36	62	17·4	. .	St. 2352.
9		38	35	74	39·5	. .	St. 2353.
8		39	20	52	11·1	37654	G. 2929.
9·10		39	41	66	20·2	37715	
7·8		39	50	52	13·9	37685	G. 2931.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	19h	39m	51s	+50°	31'3	37682	
9·10		39	53	65	13·1	37719	
3		40	2	44	44·9	. .	St. 2358.
7		41	28	69	34·2	. .	S. 2685.
9		43	34	79	48·2	37961	S. 590.
9		43	42	68	57·9	. .	G. 2948.
7·8		44	12	56	42·5	. .	G. 2945.
7		44	13	56	41·3	. .	G. 2946.
4		45	31	67	5·1	37935	
8		45	34	67	20·6	37936	
9·10		46	16	78	49·5	38069	
8		46	25	54	15·1	. .	St. 2376.
9		46	27	49	57·3	37931	
8		46	31	49	17·9	37933	
9		46	49	66	53·2	37991	
9		47	20	79	37·5	38126	S. 746.
8·9		47	39	62	9·3	. .	G. 2965.
8·9		47	57	51	35·3	38012	
8		48	0	51	52·4	38015	
7		48	15	80	7·9	. .	G. 2980. S. 2634.
9		48	58	79	38·3	38197	S. 747, 770, 1474.
.		49	14	57	39·5	. .	R. 7851.
.		49	19	50	31·1	. .	R. 7852.
9		49	20	66	53·2	38103	
.		49	39	79	3·6	. .	S. 716.
9		49	49	77	8·0	38195	
7		50	4	57	45·2	. .	G. 2978.
7		50	20	47	7·5	38101	G. 2977.
9		50	37	50	24·3	38120	G. 2979.
8·9		51	0	62	7·8	. .	R. 7856. G. 2983.
7		51	4	63	45·8	. .	St. 2386.
5		51	32	52	1·3	38165[3]	G 2987. P. 356. Br. 2556. St. 2387.
.		51	56	61	53·1	. .	R. 7863.
.		52	2	61	8·7	. .	R. 7865.
8		52	7	79	8·4	38325	S. 1475.
8		52	28	54	36·2	. .	G. 2994.
9		52	46	80	5·2	38378	G. 3007. S. 748, 771. Dorp.
5		52	54	58	25·5	. .	G. 2996. P. 371. [173.
8		53	12	54	35·2	. .	G. 2997.
8		53	25	50	52·3	38244[3]	
.		53	40	61	37·7	. .	R. 7896.
.		53	52	59	51·3	. .	R. 7903.
.		53	54	54	12·0	. .	R. 7902.
.		54	5	57	41·5	. .	R. 7918.
6		54	22	45	20·6	38266	G. 3001.
9·10		54	24	76	50·4	38397	
8		54	38	79	3·1	38431[3]	S. 695, 851, 1476.
6·7		55	3	51	37·6	38309[3]	G. 3004. P. 380.
.		55	19	60	25·4	. .	R. 7928.
8·9		55	38	59	1·3	. .	St. 2401.
9		55	38	51	50·9	38341	
9		55	42	51	43·0	38345[3]	
6		56	14	58	55·0	. .	St. 2403.
8·9		56	22	47	49·6	. .	St. 2404.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	19h	56m	31s	+60°	27'1	. .	R. 7941.
.		56	36	61	43·8	. .	R. 7942.
9		56	43	67	11·9	38429	
6		56	53	49	40·1	38393[a]	G. 3017. P. 397. Br. 2570. St. 2408.
7·8		57	3	53	4·3	. .	G. 3020.
9·10		57	18	76	47·3	38528	
.		57	28	61	32·4	. .	R. 7956.
8·9		57	58	78	12·0	38576	
.		58	9	61	43·8	. .	R. 7962.
8·9		58	10	67	2·2	38489	
7·8		58	40	61	40·8	. .	R. 7968.
5		58	46	64	22·8	. .	R. 7973.
.		58	54	61	57·1	. .	R. 7976.
.		59	1	61	50·5	. .	R. 7979.
8		59	3	52	7·9	38491	
8		59	8	51	17·6	38493	
9·10		59	15	79	10·6	38644	
.		59	17	61	42·7	. .	R. 7985.
.		59	19	60	55·9	. .	R. 7986.
.		59	26	56	59·1	. .	R. 7989.
.		59	28	62	11·9	. .	R. 7994.
8·9		59	44	52	59·4	38530	
5		59	47	64	22·8	. .	R. 7999. G. 3033. P. 241. Br. 2578. A. 458.
9·10		59	49	79	17·1	38677	
9	19	59	56	51	19·1	38532	
8	20	0	19	61	57·8	. .	R. 8008.
7		0	26	64	12·8	. .	P. 1.
8		0	29	51	7·7	38565	
6		0	35	64	11·4	. .	R. 8012. G. 3037. P. 3. Br. 2580.
9		0	38	65	27·0	38597	
6·7		0	50	51	23·3	38577	R. 8016. G. 3036.
.		0	54	60	35·0	. .	R. 8021.
8		1	0	55	28·3	. .	G. 3038.
8·9		1	39	45	27·1	38604	
9		1	48	64	5·2	. .	St. 2417.
6		1	57	45	14·0	. .	R. 8043.
9		2	32	80	46·6	38825	S. 2402.
6		3	1	61	32·2	. .	G. 3052. P. 25. Br. 2586.
9		3	5	45	5·1	38666	G. 3050. B. Z. 485.
.		3	21	62	16·	. .	R. 8068.
.		3	54	62	13·8	. .	R. 8078.
.		3	57	62	16·7	. .	R. 8081.
.		4	1	60	13·4	. .	R. 8083.
9·10		4	1	79	0·7	38855	St. 2431.
9		4	9	48	26·9	38724	
7·8		4	25	61	53·0	. .	R. 8093.
9·10		5	7	79	3·1	38923[a]	
8·9		5	17	54	31·7	. .	G. 3063.
7		5	41	55	33·8	. .	G. 3071.
8		6	0	47	20·7	. .	G. 3073.
8·9		6	10	54	28·4	. .	G. 3075.
8·9		6	10	46	39 2	38810	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	20h	6m	12s	+51°	20'7	. .	R. 8120.
8		6	30	46	26·9	38824	
8		6	41	61	50·9	. .	R. 8125.
8		7	12	47	15·8	38852	R. 8133. G. 3079.
.		7	18	62	28·2	. .	R. 8135.
7·8		7	34	60	52·6	. .	P. 56.
9		7	48	79	5·6	39038[2]	H. C. 134.
8		7	52	49	47·0	. .	G. 3084.
.		8	8	62	14·3	. .	R. 8141.
.		8	17	61	28·0	. .	R. 8144.
8·9		8	41	54	40·1	. .	G. 3093.
8		9	15	54	41·7	. .	G. 3098.
.		9	16	59	51·0	. .	R. 8151.
8·9		9	23	45	8·4	. .	G. 3096.
7		9	34	54	39·2	. .	G. 3101.
.		9	45	64	24 6	. .	R. 8160.
8		9	49	46	57·6	38978	
.		9	57	59	54·3	. .	R. 8161.
.		10	4	67	40·9	. .	R. 8163.
8		10	28	79	13·1	39147[2]	H. C. 135. S. 619. 717.
6		10	33	60	9·5	. .	R. 8167. G. 3111. P. 82. Br. 2615.
.		10	55	64	22·8	. .	R. 8174.
.		10	56	60	32·0	. .	R. 8173.
7·8		11	31	52	1·1	39063	G. 3119.
9		11	51	80	13·4	39216	S. 2403, a.
7·8		11	54	51	30·8	39079	
7		12	1	51	37·1	39082	R. 8193.
8		12	9	51	39·9	. .	R. 8195.
8		12	17	51	54·6	39098	G. 3126.
6		13	11	63	42·1	. .	R. 8208.
7·8		13	19	77	21·1	39233[3]	P. 119. H. C. 136. Dorp. 175.
8·9		13	22	56	25·1	. .	P. 104.
9		13	26	48	33·1	39137	
.		13	57	60	27·7	. .	R. 8211.
.		13	58	49	0·3	. .	Br. 2621.
4·5		14	5	77	14·0	39264[4]	R. 8218. G. 3148. P. 126. Br. 2632. St. 2462. H. C. 137. Dorp. 174.
8		14	10	55	43·4	. .	St. 2457.
7·8		14	31	54	54·3	. .	G. 3142. St. 2459.
.		14	37	59	48·9	. .	R. 8221.
7		14	41	72	24·6	. .	G. 3147.
7		14	55	46	20·4	39189	R. 8225. G. 3143.
9		15	16	75	46·3	39220	
.		15	56	60	7·3	. .	R. 8246.
7		16	2	72	6·9	. .	G. 3156.
.		16	52	63	3·0	. .	R. 8258.
8·9		17	40	54	52·1	. .	G. 3162.
.		17	56	60	27·7	. .	R. 8271.
.		18	1	60	32·4	. .	R. 8274. S. Radcl. Obs.
7·8		18	14	52	1·2	. .	G. 3164.
7		18	29	54	25·5	. .	G. 3165.
7		18	30	63	33·2	. .	R. 8284.
8		18	39	45	47·6	39346	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	20h	18m	42s	+45°	46'·6	39348	
6		18	55	54	9·9	. .	G. 3167.
5·6		18	56	63	28·5	. .	R. 8289.
7		19	3	62	55·6	. .	P. 150.
7·8		19	12	51	37·6	. .	G. 3170. S. Radcl. Obs.
6		19	21	68	22·5	. .	G. 3173. Br. 2636.
.		19	24	64	4·2	. .	R. 8291.
8		19	30	52	1·3	39385	
.		19	32	57	1·0	. .	R. 8292.
.		19	58	62	55·6	. .	R. 8297.
.		20	1	59	16·1	. .	R. 8300.
9·10		20	13	50	5·6	39416	
.		20	14	62	18·7	. .	R. 8303.
8		20	19	52	20·9	39421	
.		20	23	58	58·8	. .	R. 8307.
9		20	45	44	53·0	39430	G. 3175.
8		20	56	44	53·8	39436[2]	G. 3178.
7·8		21	12	52	7·6	. .	G. 3179.
6		21	26	54	10·1	. .	G. 3181.
8		21	30	52	36·6	39468	
7		21	48	59	5·1	. .	R. 8330. G. 3184.
.		21	53	63	10·9	. .	R. 8334.
8		21	54	55	42·0	. .	R. 8333.
9		21	57	45	10·0	39476	
9		21	58	44	59·7	39477	
.		22	5	60	46·9	. .	R. 8339.
5		22	32	56	7·2	39517	G. 3191. St. 2479.
.		23	1	61	2·5	. .	R. 8362.
9·10		23	20	75	35·0	39631	
8		23	36	45	11·9	39543	
8		23	38	48	23·7	39551	P. 183. Br. 2641.
.		23	45	62	59·8	. .	R. 8374.
8·9		23	55	45	12·6	39561	
8		23	56	48	20·8	. .	P. 184.
.		24	0	61	57·9	. .	R. 8376.
8		24	1	48	44·5	39572	P. 186.
.		24	30	55	32·4	. .	R. 8382.
7		24	35	55	46·	. .	R. 8384.
7		25	26	68	48·3	. .	R. 8404. G. 3208.
8·9		25	51	46	9·6	39649	
8·9		25	54	75	31·5	39736	
7·8		25	57	51	45·9	39661[2]	G. 3206.
9		25	58	45	46·0	39653	
9		26	26	80	38·2	39835	S. 623, 773, 2655.
.		26	31	60	27·6	. .	R. 8420.
.		26	47	63	28·4	. .	R. 8428.
5		26	50	62	27·9	. .	R. 8431. G. 3218. P. 211. Br. 2651. A. 468.
6		26	50	51	46·5	39696[2]	G. 3213.
.		27	23	63	28·2	. .	R. 8440.
.		27	26	46	2·8	. .	R. 8438.
.		27	42	59	20·4	. .	R. 8446.
.		27	43	46	3·9	. .	R. 8444.
.		27	45	60	34·6	. .	R. 8448.
5		27	54	56	14·7	. .	G. 3221. P. 217.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	20h	28m	4s	+76°	7'6	39841	S. 2724.
8		28	46	45	52·7	39777	G. 3227.
6		28	50	59	53·3	. .	R. 8468. G. 3233. P. 222.
9		28	59	75	59·6	39875	
.		29	2	63	21·5	. .	R. 8469.
.		29	44	56	22·0	. .	R. 8477.
8·9		29	46	48	38·1	39823	P. 230.
9		30	42	63	14·8	. .	R. 8492.
9		30	42	75	37·6	39950	
.		31	8	56	45·0	. .	R. 8499.
8		31	28	66	46·0	. .	G. 3242.
9		31	46	49	52·9	39916	
.		32	13	48	13·1	39927	
.		32	20	62	56·0	. .	R. 8515.
.		32	44	59	39·8	. .	R. 8519.
.		32	56	62	54·9	. .	R. 8522.
.		33	20	58	51·4	. .	R. 8524.
7·8		33	40	51	27·2	39976	
8		33	43	61	52·8	. .	St. 2506.
7·8		36	33	80	53·5	40176	G.3268. P.316. Br.2701. H.C. 146. Dorp.177. S.646, 776.
7		36	56	78	51·7	40165	
.		37	4	63	19·6	. .	R. 8540.
8		37	8	64	35·0	. .	P. 295.
8·9		37	52	48	29·1	40107	
7		38	19	80	32·1	40244	G. 3277. P. 333. Br. 2705. A. 475. H. C. 148. Dorp. 178. S. 669, 700, 2656.
9·10		38	41	75	28·3	40188	
6·7		39	15	56	32·7	. .	G. 3272.
.		41	3	64	31·8	. .	R. 8555.
8		41	23	52	12·1	40232	G. 3280.
.		41	36	65	47·4	. .	R. 8564.
.		41	37	46	31·9	. .	R. 8563.
7·8		41	55	78	41·9	40346	
7		42	2	78	52·0	. .	Br. 2711.
8		42	16	69	4·9	. .	G. 3294.
8		42	35	69	21·0	. .	G. 3297.
8·9		42	37	58	22·1	. .	G. 3293.
9		42	53	78	43·2	40382	
5·6		43	33	45	31·8	40310	R. 8611. G. 3299. P. 350. Br. 2699.
6·7		43	34	69	10·5	. .	G. 3301. P. 359.
.		43	40	64	0·3	. .	R. 8615.
9		43	45	78	29·1	40417	
.		44	4	61	12·1	. .	R. 8619.
7		44	33	46	4·5	40340	G. 3302.
7·8		45	13	81	26·6	40523	
.		45	17	59	40·3	. .	R. 8636.
7·8		46	9	56	12·5	. .	G. 3310.
9·10		46	37	75	0·2	40498	
.		47	29	63	18·	. .	R. 8665.
.		47	32	63	14·9	. .	R. 8666.
8·9		47	42	56	14·4	. .	G. 3320.
8		48	11	47	40·2	40491	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	20h	48m	11s	+78°	14'0	40597	
8·9		48	18	56	14·0	. .	G. 3325.
8		48	48	47	50·4	40517	
9·10		48	48	75	23·8	40593	
9		50	2	58	17·8	. .	R. 8724.
8·9		50	16	78	39·1	40692	
8		50	31	46	29·7	40583	
.		51	11	64	57·1	. .	R. 8738.
9		51	20	75	9·6	40703	
.		52	6	46	34·5	. .	R. 8749.
.		52	25	49	50·9	40675	
9		52	59	48	9·0	40697	
.		53	8	46	33·1	. .	R. 8763.
.		53	11	69	20·5	. .	G. 3359.
7·8		53	16	63	54·7	. .	R. 8769.
.		53	38	62	25·6	. .	R. 8776.
9		53	45	77	36·0	40812	
7·8		54	38	64	38·6	. .	R. 8799.
7		54	50	48	3·8	40769	P. 440.
.		55	26	79	57·4	. .	R. 8829.
9		55	46	45	11·1	. .	B. Z. 322.
9·10		57	17	77	56·4	40959	
7		57	37	56	27·0	. .	G. 3375.
9·10		58	18	78	51·3	41008	
.		58	26	65	8·4	. .	R. 8867.
.		59	13	62	32·5	. .	R. 8883.
9·10		59	21	79	53·1	41059	
8·9		59	26	48	24·0	40943	
7·8		59	38	51	46·2	40963	St. 2554.
.	20	59	54	58	17·8	. .	R. 8893.
9	21	0	15	73	39·8	41031	S. 2553.
.		0	35	46	32·5	. .	R. 8904.
.		0	37	61	55·3	. .	R. 8907.
7		0	38	65	27·1	. .	R. 8908.
8		0	45	51	59·3	41007	R. 8909. P. 490.
.		0	51	62	45·1	. .	R. 8914.
8		0	51	64	35·2	. .	R. 8915.
8		1	36	65	25·0	. .	R. 8925.
9		1	37	50	47·6	41027[2]	G. 3395.
8		1	49	58	18·2	. .	R. 8930.
8		2	18	50	52·2	41065[2]	G. 3398.
.		2	31	45	48·2	. .	R. 8943.
7·8		2	31	50	57·0	41076[2]	G. 3390.
.		2	31	76	50·8	41158	
.		2	42	64	58·7	. .	R. 8949.
9		3	23	50	56·4	41116	
8		4	23	74	53·9	41229	
8		4	31	74	59·3	41236	
8		4	46	56	33·7	. .	G. 3405.
8		4	49	66	31·1	. .	R. 8987.
.		4	51	62	7·8	. .	R. 8986.
10		5	0	46	33·9	. .	R. 8988.
8·9		5	12	55	4 2	. .	G. 3407.
.		5	20	65	40·2	. .	R. 8999.
.		5	35	45	1·8	. .	R. 9000.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	21h	5m	47s	+79°	31'5	. .	R. 9017.
.		6	17	65	44·3	. .	R. 9022.
.		6	19	57	48·9	. .	R. 9021.
.		6	24	65	49·	. .	R. 9026.
8		6	26	45	3·3	41242[a]	
8		6	26	45	12·2	. .	B. Z. 322.
8·9		6	33	45	8·2	. .	B. Z. 322.
9		6	35	64	50·9	. .	R. 9030.
9		6	39	48	21·6	41253	R. 9028.
9		6	39	45	6·7	. .	B. Z. 322.
6·7		7	14	65	2·5	. .	R. 9047. G. 3414.
8		7	49	45	12·8	41295	
8·9		7	55	45	8·8	41300	
8		7	59	44	57·6	41303[a]	B. Z. 322.
8		8	0	44	53·1	41305[a]	B. Z. 322.
9		8	14	47	24·6	41319	
8·9		8	19	52	1·0	41327	
7		8	32	77	29·0	41402[a]	G. 3419. P. 72. Br. 2777. St. 2579. Dorp. 183.
.		8	54	57	46·4	. .	R. 9075.
.		8	57	62	11·3	. .	R. 9079.
7·8		8	58	52	3·5	41347	
.		9	4	57	50·4	. .	R. 9080.
.		10	13	57	59·1	. .	R. 9094.
8		10	14	45	4·5	41382	
7		10	21	74	34·9	41447	G. 3426.
.		10	39	59	6·3	. .	R. 9100.
9		11	14	45	14·9	. .	B. Z. 322.
.		11	24	61	48·9	. .	R. 9109.
.		12	0	62	20·4	. .	R. 9114.
7		12	2	69	22·3	. .	P. 88.
5		12	31	55	8·2	. .	R. 9118. G. 3428.
.		12	45	64	27·8	. .	R. 9122.
7·8		13	13	75	39·2	41565	S 2555.
.		13	23	62	39·6	. .	R. 9128.
.		13	51	64	0·3	. .	R. 9134.
8		14	0	48	56·8	. .	G. 3431.
.		14	27	62	28·6	. .	R. 9139.
.		14	28	61	7·4	. .	R. 9140.
6·7		14	36	52	23·5	41559	G. 3434. St. 2586.
7		14	52	52	18·4	41567	G. 3436. St. 2588.
.		15	14	65	5·4	. .	R. 9147.
7		15	34	55	49·5	. .	G. 3440.
9		15	52	57	9·6	. .	R. 9154.
7		16	23	55	52·2	. .	G. 3445.
9		17	31	56	39·7	. .	P. 124.
.		18	1	62	18·9	. .	R. 9169.
.		18	4	62	28·3	. .	R. 9170.
9		18	5	65	37·2	. .	R. 9171.
7		18	39	50	58·8	41717[a]	G. 3453.
9		18	43	80	8·5	41803	H. C. 158. S. 818, 1618. Dorp. 185.
9		18	50	65	40·4	. .	R. 9179.
7.8		19	24	48	38·6	41743	G. 3458.
.		19	30	46	1·9	. .	G. 3459. P. 140. Br. 2792.

Grösse.	Rectascension 1842.	Declination 1842.	Lalande.	Verschiedene Kataloge.
7·8	$21^h\ 19^m\ 41^s$	+80° 33'·9	41852	H. C. 159. S. 1497.
8	20 13	64 14·9	. .	St. 2600.
.	21 0	57 36·	. .	R. 9202.
9·10	21 0	79 40·2	41892	S. 601, 1636.
.	21 30	62 24·	. .	R. 9210.
8	21 42	45 43·8	41809	P. 157.
.	22 23	65 10·4	. .	R. 9220.
.	22 36	66 1·8	. .	R. 9224.
8	22 45	52 36·1	41866	
8·9	22 46	47 44·9	41861	
8	23 3	79 40·3	41971	G. 3477. St. 2603. H. C. 160.
6	23 3	59 3·8	. .	G. 3471. P. 166.
7·8	23 6	65 23·0	. .	R. 9229.
9	23 11	49 10·8	. .	St. 2602.
9	23 15	45 5·9	. .	B. Z. 322 u. 375.
9	23 17	49 6·4	41883	
7·8	23 46	75 51·8	41966	G. 3478.
8	23 48	45 11·2	. .	B. Z. 375.
6·7	23 54	54 43·7	. .	G. 3474. P. 170.
7·8	24 0	65 39·6	. .	R. 9240.
7	24 5	65 22·9	. .	R. 9242.
6	24 29	65 23·1	. .	R. 9244.
8	24 34	65 58·2	. .	P. 183.
8·9	24 38	47 42 0	41929	
6	24 42	66 7·3	. .	R. 9245. G. 3481. P. 185. Br. 2805.
.	24 48	65 12·6	. .	R. 9249.
8	24 55	75 17·2	42023	G. 3486.
.	25 0	65 42·1	. .	R. 9250.
7·8	25 13	65 22·2	. .	R. 9252.
7	25 56	51 29·9	41989[a]	G. 3485.
8·9	26 2	47 53·5	41990	
.	26 12	62 20·5	. .	R. 9259.
.	26 34	69 52·0	. .	R. 9263. Dorp. 186. dupl.
5	26 39	59 45·8	. .	G. 3489.
9·10	26 43	51 11·9	42028	
9	27 25	47 4·5	42047	
7·8	27 50	67 35·8	. .	G. 3497.
8·9	28 57	67 40·8	. .	G. 3502.
7	29 0	50 59·8	42119[a]	G. 3500.
9	29 10	48 44·4	42123	
9	29 37	72 46·7	42183	
8	30 5	65 35·1	. .	R. 9306.
9	30 16	52 7·6	42164	
7·8	30 38	65 2·1	. .	P. 229.
8	30 42	52 6·7	42182	
7	31 10	66 1·4	. .	R. 9324. G. 3516.
7	31 23	66 4·1	. .	R. 9331. G. 3517.
7·8	31 41	64 52·8	. .	P. 236.
8·9	32 2	52 7·7	42237	
.	32 13	62 59·6	. .	R. 9344.
6	32 23	53 20·0	. .	G. 3523.
9	32 30	45 34·2	42248	
7	32 48	49 5·1	. .	G. 3524.
7	32 49	49 15·1	. .	G. 3525.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
7·8	21h	33m	17s	+52°	52'0	42276^{2}	G. 3530.
8		33	43	53	3·9	42303	
8		34	10	48	20·1	42317	
.		34	23	64	39·7	. .	R. 9376.
8·9		34	26	52	41·0	42325	G. 3539.
.		34	31	56	35·7	. .	R. 9379.
.		35	9	60	58·	. .	R. 9398.
.		35	19	68	44·8	. .	R. 9403.
6		35	29	54	9·3	. .	R. 9404. G. 3544.
8		35	35	65	50·4	. .	R. 9407.
4·5		36	29	50	28·2	. .	R. 9419. G. 3553.
							P. 263. Br. 2845.
.		37	12	60	17·8	. .	R. 9433.
8		37	45	51	41·1	42435	G. 3559.
.		37	45	68	47·6	. .	R. 9444.
7		38	21	66	3·0	. .	R. 9452.
.		38	38	65	47·6	. .	R. 9460.
.		39	24	69	48.9	. .	R. 9474.
5		39	35	70	35·0	. .	R. 9479. G. 3566.
							P. 292. Br. 2856.
7		39	39	51	32·5	42493^{3}	G. 3564.
.		39	44	60	11·4	. .	R. 9480.
8·9		39	49	51	39·8	42506	
.		40	24	60	51·5	. .	R. 9491.
9·10		40	48	74	31·8	42573	
9		40	48	48	29·6	42530	
5		40	53	60	23·6	. .	R. 9502. G. 3569. P. 297.
							Br. 2857. A. 501.
8		40	56	51	23·8	42540	G. 3568.
8·9		40	58	51	46·6	42541	
.		41	7	71	35·8	. .	R. 9509. G. 3572.
							P. 302. Br. 2861.
.		41	34	60	21·8	. .	R. 9518.
8·9		41	38	65	47·6	. .	R. 9519.
7·8		41	44	65	46·2	. .	R. 9521.
9		41	59	60	59·5	. .	R. 9525.
.		42	31	56	26·4	. .	R. 9533.
8		42	38	52	21·5	42595	
8·9		43	14	48	56·6	42610	G. 3577.
.		43	40	60	14·3	. .	R. 9554.
.		44	6	60	20·6	. .	R. 9564.
.		44	8	60	12·	. .	R. 9565.
.		44	16	64	26·2	. .	R. 9568. G. 3588.
7		44	27	51	57·7	42651^{2}	G. 3586.
8·9		44	30	48	34·3	42652	G. 3585.
8·9		44	48	48	42·1	42659	G. 3589.
.		44	58	65	48·7	. .	R. 9578.
.		45	10	55	3·	. .	R. 9581.
.		45	10	55	3·4	. .	R. 9582.
.		45	33	65	3·5	. .	R. 9592.
7·8		45	45	64	29·8	. .	G. 3594.
.		45	48	66	5·4	. .	R. 9596.
7·8		46	40	55	3·1	. .	R. 9615. G. 3598.
							St. 2641.
7		46	40	55	3·	. .	R. 9616. G. 3599.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	21h	46m	48s	+47°	8'8	. .	R. (151).
8		46	54	63	16·9	. .	St. 2643.
7		47	4	54	17·9	. .	G. 3601. P. 331.
10		47	5	60	43·6	. .	R. 9623.
8		47	36	59	35·0	. .	P. 334.
9		47	48	74	15·3	42796	
9		47	54	74	3·0	42801	
8·9		47	55	62	21·5	. .	St. 2645.
6·7		48	5	61	58·1	. .	G. 3609.
9		48	9	46	3·9	42759	
8·9		49	7	46	42·2	42798	G. 3610.
9		49	8	73	27·3	42853	
7·8		49	16	61	52·1	. .	G. 3612. St. 2647.
8		49	21	61	51·3	. .	G. 3613.
.		49	21	61	44·1	. .	G. 3668.
8		49	31	62	59·5	. .	P. 349.
8		49	35	60	44·2	. .	R. 9673. G. 3616.
.		49	38	60	47·8	. .	R. 9675.
8		49	44	51	46·8	42838	
9·10		49	44	45	9·6	. .	B. Z. 375.
7		50	0	71	44·7	. .	Br. 2876.
7·8		50	12	65	53·2	. .	R. 9688.
.		50	34	55	51·9	. .	R. 9693.
.		51	38	65	56·9	. .	R. 9719.
.		51	55	65	41·4	. .	R. 9726.
5		52	12	62	52·5	. .	R. 9732. G. 3633. P. 360.
.		52	37	54	57·4	. .	R. 9740.
7·8		52	58	65	16·4	. .	R. 9748. G. 3636.
7		53	10	65	24·2	. .	G. 3637.
7		53	21	65	23·1	. .	G. 3639.
.		53	51	78	48·8	. .	S. 759.
8		54	31	54	15·8	. .	G. 3645.
.		54	34	66	34·1	. .	R. 9770.
.		54	41	54	51·8	. .	R. 9772.
9		54	43	74	28·4	43026	
.		54	46	54	49·6	. .	R. 9773.
.		54	51	60	20·7	. .	R. 9778.
9		54	54	47	25·5	42996	
9		54	56	53	24·7	. .	St. 2655.
9		55	12	74	22·1	43039	
9		55	16	53	24·1	. .	G. 3649.
.		55	28	60	16·6	. .	R. 9786.
.		55	44	65	34·6	. .	R. 9791.
9		55	53	45	13·7	. .	B. Z. 383.
.		55	59	65	51·1	. .	R. 9795.
6·7		56	4	52	7·4	43030[3]	G. 3652. P. 383.
8		56	34	60	47·8	. .	G. 3656.
9		56	46	47	49·1	43046	
8·9		56	53	65	19·3	. .	G. 3661.
.		56	54	69	35·2	. .	R. 9805.
.		57	58	65	4·5	. .	R. 9819. G. 3668.
.		58	25	65	52·6	. .	R. 9824.
.		58	36	65	18·0	. .	R. 9828. G. 3671.
.		58	36	65	8·0	. .	R. 9829.
.		58	51	66	29·9	. .	R. 9831.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	21ʰ	58ᵐ	58ˢ	+74°	18'7	43173	
9·10		59	12	50	56·1	43133	R. 9833. G. 3673.
.		59	19	54	18·8	. .	R. 9837.
.		59	26	66	20·6	. .	R. 9840.
9		59	38	48	28·0	43157	
8		59	45	60	36·2	. .	G. 3682.
8·9	21	59	54	64	58·3	. .	G. 3684.
7·8	22	0	35	74	35·6	43238	
.		1	4	66	0·4	. .	R. 9858.
.		1	36	66	46·2	. .	R. 9862.
.		1	46	65	55·7	. .	R. 9863.
.		1	58	54	9·4	. .	R. 9866.
.		2	21	66	11·0	. .	R. 9876.
.		2	33	54	46·0	. .	R. 9878.
8·9		4	12	73	43·4	. .	St. 2677.
.		4	24	53	47·0	. .	R. 9930.
8		4	31	53	51·0	. .	R. 9933.
.		4	46	59	54·9	. .	R. 9940.
9		4	50	47	54·0	43342	
.		5	1	53	55·9	. .	R. 9947.
9		5	1	51	37·9	43352	
8·9		5	50	54	29·4	. .	G. 5710.
9		5	53	48	28·8	43385	
6		6	6	56	3·2	. .	G. 3712. Br. 2926.
7·8		6	8	62	37·3	. .	St. 2681.
6		6	10	58	38·2	. .	G. 3713. P. 34. Br. 2927.
7		6	29	58	56·5	. .	St. 2683.
7·8		6	34	54	19·1	. .	G. 3714.
9		6	41	48	35·4	43403	
9		7	3	48	35·7	43418	
.		7	14	55	57·5	. .	R. 9988.
.		7	18	54	8·0	. .	R. 9989.
10		7	21	50	39·1	43433	
8		7	23	48	41·2	43432	
7·8		7	28	54	32·0	. .	G. 3720.
7·8		7	34	54	41·4	. .	G. 3721.
.		7	34	54	8·	. .	R. 9996.
9		7	34	50	47·0	43441	
8		7	38	51	36·7	43444	G. 3722.
.		8	12	66	9·6	. .	R. 10013.
8		8	21	52	9·4	43472	
7·8		8	22	51	43·9	. .	G. 3726.
7·8		8	28	48	34·3	43476	St. 2690.
8·9		8	32	54	40·0	. .	G. 3727.
8·9		8	57	49	5·4	. .	St. 2692.
9·10		9	11	74	52·2	43536	
9		9	28	60	2·5	. .	R. 10038.
7·8		9	37	58	19·9	. .	G. 3730.
.		9	41	53	34·3	. .	R. 10041.
.		9	42	66	8·9	. .	R. 10043.
7·8		10	0	72	31·4	. .	Br. 2942. St. 2696.
.		10	7	60	13·6	. .	R. 10055.
.		10	44	66	20·5	. .	R. 10067.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	22ʰ	11ᵐ	5ˢ	+58°	13'3	. .	G. 3732.
.		11	18	65	30·1	. .	R. 10081.
.		12	11	54	29·5	. .	R. 10095. G. 3737.
8·9		12	11	47	6·3	43586	
.		12	34	65	20·4	. .	R. 10103. G. 3739.
.		12	49	54	29·4	. .	R. 10105.
.		13	57	66	40·5	. .	R. 10131.
.		14	17	66	6·7	. .	R. 10136.
8		14	18	45	16·2	43655[a]	
7		14	19	56	7·5	. .	R. 10134. G. 3746. P. 80.
.		14	21	66	42·7	. .	R. 10138.
8·9		14	24	50	11·3	43661	
8·9		14	25	48	40·7	. .	G. 3745.
.		14	28	56	0·3	. .	R. 10140.
8·9		14	33	53	1·3	. .	R. 10141. G. 3748.
8·9		14	42	54	30·2	. .	G. 3749.
.		15	24	53	6·5	. .	R. 10159.
.		15	54	70	0·6	. .	R. 10170.
8·9		16	9	74	21·5	. .	G. 3754.
.		16	18	69	50·1	. .	R. 10178.
.		16	19	66	10·1	. .	R. 10179.
8		16	54	75	13·1	43803	G. 3762.
5·6		17	11	56	29·2	. .	R. 10199. G. 3758.
.		17	59	62	22·4	. .	R. 10215.
.		18	20	66	21·5	. .	R. 10220.
. .		18	45	52	27·8	. .	R. 10229.
9		18	54	46	18·2	43835	
8		19	28	62	46·1	. .	P. 109.
7·8		19	38	53	0·8	. .	G. 3771.
7·8		19	46	53	8·5	. .	G. 3772.
8·9		19	50	52	58·8	. .	G. 3773.
.		20	1	66	28·4	. .	R. 10246.
7·8		20	2	74	12·2	. .	G. 3778.
8·9		20	8	53	1·2	. .	G. 3774.
8		20	19	53	18·0	. .	G. 3775.
.		20	48	63	23·7	. .	R. 10258.
9		21	2	52	18·0	43910	
.		21	14	59	21·6	. .	R. 10268.
8·9		21	35	69	5·5	. .	G. 3781.
.		21	49	59	27·2	. .	R. 10279.
.		21	58	52	28·0	. .	R. 10281.
7		22	18	77	26·4	44011	
8.9		22	34	49	44·2	. .	G. 3785.
.		22	38	59	51·8	. .	R. 10294.
.		22	46	60	27·1	. .	R. 10299.
7·8		23	9	60	38·8	. .	G. 3790.
6		23	11	53	26·3	. .	G. 3789.
.		23	13	51	41·0	44002	
7		23	15	76	37·8	. .	G. 3796.
.		23	21	59	51·7	. .	R. 10313.
.		23	23	65	38·0	. .	R. 10308.
.		23	30	49	33·3	. .	R. 10316.
.		24	1	59	34·2	. .	R. 10326.
7·8		24	3	65	59·4	. .	R. 10327.
.		24	38	59	49·9	. .	R. 10340.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	22h	24m	47s	65°	40'1	. .	R. 10346.
9·10		24	50	73	19·0	44082	
9·10		24	57	73	32·7	44085	
7		24	57	60	48·8	. .	G. 3802.
.		25	13	66	4·3	. .	R. 10354.
.		25	19	59	37·5	. .	R. 10355.
6		25	27	77	58·8	44129	G. 3809. P. 150. Br. 2980.
.		25	33	66	5·3	. .	R. 10359. [Dorp. 197.
.		25	45	52	13·2	. .	R. 10363.
6		26	4	79	53·6	. .	G. 3814. H. C. 181.
.		27	4	52	26·7	. .	R. 10388.
.		27	20	65	50·0	. .	R. 10395.
9·10		27	42	73	24·0	44183	
.		27	58	65	50·3	. .	R. 10405.
.		28	7	66	21·4	. .	R. 10409.
.		28	20	65	51·0	. .	R. 10412.
5·6		28	23	78	0·5	44227	G. 3831. P. 168. Br. 2988. Dorp. 196. S. 762, 1721.
.		28	37	52	10·5	. .	R. 10417.
.		28	42	65	0·9	. .	R. 10420.
.		28	42	64	24·5	. .	R. 10421.
.		29	20	52	23·2	44217	R. 10436. G. 3830.
8·9		29	24	80	1·6	. .	St. 2734.
8·9		29	31	56	10·7	. .	G. 3832.
.		29	35	56	2·8	. .	R. 10440. G. 3833.
7		29	50	65	30·7	. .	R. 10443.
.		30	15	66	19·6	. .	R. 10452.
.		30	24	66	13·9	. .	R. 10455.
9		30	36	69	38·6	. .	G. 3840.
.		30	39	51	5·0	. .	R. 10458.
8·9		30	45	56	5·2	. .	G. 3838.
5·6		30	54	50	43·8	44286*	R. 10461. G. 3839. P. 173. Br. 2987.
.		31	0	65	16·7	. .	R. 10462.
.		31	22	58	41·0	. .	R. 10469.
8·9		31	34	45	53·8	44315	
9		31	50	48	43·4	44321	
.		32	25	55	28·5	. .	R. 10488.
6·7		32	25	55	58·6	. .	G. 3847.
.		32	38	55	37·7	. .	R. 10490.
.		32	41	59	57·0	. .	R. 10491.
.		32	46	58	46·4	. .	R. 10493.
.		32	49	74	32·4	44390	
7		32	53	65	19·5	. .	R. 10496.
.		33	1	58	11·1	. .	R. 10499.
.		33	12	58	6·4	. .	R. 10503.
.		33	20	58	11·1	. .	R. 10506.
9		33	34	65	4·0	. .	R. 10509.
9		33	36	56	33·9	. .	P. 194.
7		33	48	74	33·0	44439	G. 3857.
6·7		33	53	53	1·4	44404	G. 3854.
8·9		33	57	58	0·0	. .	R. 10519.
.		34	4	65	7·3	. .	R. 10517.
.		34	7	52	14·3	. .	R. 10518.
.		34	44	58	52·0	. .	R. 10531.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
7·8	22h	34m	50s	+50°	6·3	. .	G. 3860.
.		34	52	58	36·2	. .	R. 10534.
9·10		35	12	74	25·1	44477	
.		35	30	65	40·9	. .	R. 10547.
.		35	59	74	50·1	44507	
7·8		36	27	53	55·9	. .	G. 3865.
.		36	35	45	12·1	44497	G. 3866. B. Z. 383.
.		37	6	58	40·7	. .	R. 10570.
.		38	13	66	54·7	. .	R. 10586.
7		38	15	51	41·3	44544	G. 3877.
.		38	30	58	29·3	. .	R. 10590.
9·10		38	34	74	36·6	44602	
8·9		38	35	73	30·3	44593	G. 3883.
.		38	42	58	26·6	. .	R. 10593.
.		38	46	56	29·8	. .	R. 10599.
.		38	50	58	36·7	. .	R. 10601.
8		38	50	53	53·4	. .	G. 3879.
6·7		38	51	57	19·5	. .	G. 3881.
.		38	54	66	6·7	. .	R. 10606.
7·8		38	57	80	33·9	44629	G. 3887. H. C. 182. Dorp. 199. S. 792, 802.
10		39	29	51	16·5	44606	
7·8		39	49	57	14·7	. .	G. 3885.
.		39	59	67	11·5	. .	R. 10627.
8		40	8	52	48·4	44620	
.		40	15	58	36·7	. .	R. 10630.
8·9		40	18	52	58·1	44622	
9		40	26	52	55·4	44630	
7·8		40	41	53	55·2	. .	G. 3890.
.		40	49	58	26·6	. .	R. 10640.
.		41	2	58	21·5	. .	R. 10648.
8·9		41	4	73	35·8	44651	
8		41	15	77	41·1	44676	
.		41	26	58	52·3	. .	R. 10654.
.		41	51	47	48·6	. .	R. 10661.
.		42	13	66	2·5	. .	R. 10670.
6·7		42	15	53	34·9	. .	G. 3894.
.		42	25	66	5·7	. .	R. 10673.
.		43	0	65	42·	. .	R. 10682.
8		43	15	54	0·8	. .	G. 3899.
5		43	15	55	4·0	. .	G. 3900.
7		43	24	49	50·5	44715	G. 3901. R. 10690.
.		43	50	58	38·0	. .	R. 10696.
.		44	4	57	53·8	. .	R. 10701.
4		44	4	65	22·3	. .	R. 10702. G. 3905. Br. 3022. P. 238. A. 529. St. 2759.
9		44	48	73	50·0	44757	
9		45	0	74	43·6	44787	
9		45	16	52	13·9	. .	St. 2762.
.		45	28	50	51·1	. .	R. 10722.
9		45	48	74	19·5	44819	
7·8		47	38	79	31·9	44881	R. 10743. G. 3922. H. C. [184.
8·9		48	12	45	21·9	44859	
.		48	15	48	41·0	. .	R. 10746.
8·9		48	37	57	22·2	. .	R. 10747. G. 3924.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	22h	48m	40s	+48°	28'1	. .	R. 10748.
.		48	56	56	32·0	. .	R. 10753.
9		49	0	45	51·4	44883	
9		49	12	45	31·9	44886	
8·9		49	40	73	46·2	44923	
10		49	46	73	42·0	44929	
.		50	30	65	34·7	. .	R. 10762.
7		50	32	59	7·1	. .	G. 3937.
.		50	34	78	3·6	44965	
8		50	52	72	0·0	. .	St. 2774.
.		51	3	65	39·4	. .	R. 10767.
7·8		51	17	71	59·7	. .	St. 2777.
8		51	29	79	23·6	45013	G. 3942. H. C. 187.
9		51	44	45	29·0	44968[2]	
.		51	53	50	10·4	. .	R. 10778.
6		52	21	51	48·3	44996	G. 3940.
7		52	21	51	27·5	44998[2]	G. 3941. P. 276.
9		52	34	45	12·8	45012	B. Z. 383.
6		53	41	58	58·0	. .	R. 10787. G. 3945.
.		53	42	66	56·1	.	R. 10789.
10		53	52	75	4·0	45039	
9		53	24	77	39·1	45067	St. 2779.
.		53	43	49	6·6	. .	R. 10798. G. 3948.
8·9		53	56	54	21·8	. .	G. 3950.
8·9		54	21	54	7·9	. .	G. 3953.
7·8		54	52	50	0·0	. .	G. 3956.
.		55	3	49	21·2	.	R. 10803.
7·8		55	12	59	20·9	. .	G. 3959.
9·10		55	13	73	46 9	45116	
8		55	29	52	57·6	. .	G. 3962.
.		55	48	66	56·7	. .	R. 10806.
7·8		55	53	59	0·2	. .	G. 3964.
7		55	56	54	23·2	. .	G. 3965.
9		56	2	74	2·2	45149	
8		56	4	58	45·4	. .	G. 3966.
7·8		56	8	63	21·7	. .	G. 3967.
8		56	17	79	29·5	45176	
.		56	47	63	54·0	. .	R. 10813.
7		56	52	59	35·7	. .	G. 3971.
9		57	35	58	52·5	. .	G. 3974.
.		58	4	49	15·8	. .	R. 10820.
7		58	31	79	55·8	45245	G. 3980. Br. 3067. H. C. 191. S. 2704.
9		58	45	45	13·5	. .	B. Z. 383.
9		59	26	74	39·9	45269	G. 3983.
.		59	27	65	52·0	. .	R. 10822.
10		59	30	50	13·5	45243	
5·6	22	59	56	58	34·0	. .	G. 3984. P. 308. Br. 3061.
6·7	23	0	31	58	52·4	. .	G. 3990.
.		0	46	66	59·6	. .	R. 10830.
.		1	5	65	26·2	. .	R. 10834.
6·7		1	22	62	46·7	. .	G. 3993.
.		1	23	67	3·7	. .	R. 10837.
.		1	35	56	19·6	. .	R. 10840.
7·8		1	36	69	48·4	. .	St. 2793.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	23h	1m	46s	+56°	2'8	. .	R. 10843.
.		2	40	65	12·6	. .	R. 10850.
9		2	42	47	16·1	45357[3]	
7·8		2	44	47	6·2	. .	St. 2796.
.		3	3	65	12·	. .	R. 10856.
.		3	16	55	59·5	. .	R. 10859.
.		3	56	58	8·8	. .	R. 10873.
7·8		4	4	52	12·1	45403	G. 4006.
8		4	28	46	15·0	45415[3]	
.		4	51	56	15·1	. .	R. 10890.
8·9		4	57	52	29·0	45433	
.		5	3	66	11·1	. .	R. 10893.
8·9		5	3	52	20·0	45435	
6		5	41	56	17·8	. .	R. 10904. A. 540. Br. 3077.
.		5	59	65	9·7	. .	R. 10909.
.		6	3	52	25·6	. .	R. 10910.
9		6	3	45	12·0	45484	B. Z. 383.
.		6	24	66	34·1	. .	R. 10919.
.		6	35	65	19·9	. .	R. 10920.
.		6	42	66	13·0	. .	R. 10924.
8·9		6	48	45	15·9	45500	B. Z. 383. G. 4014.
9		7	30	51	15·9	45533	
9		7	33	80	9·2	. .	R. 10935. S. 2679.
.		7	40	64	57·3	. .	R. 10936.
7·8		7	42	45	39·9	45539	G. 4020.
8		8	1	51	49·3	45544	
9		8	15	73	41·5	45571	
8·9		8	18	74	22·5	. .	G. 4021.
.		8	25	64	34·0	. .	R. 10949.
.		8	26	62	40·5	. .	R. 10950.
.		8	44	52	6·0	. .	R. 10955.
.		8	46	45	58·	. .	R. 10956.
.		8	46	66	57·1	. .	R. 10959.
.		8	56	52	8·	. .	R. 10963.
7·8		9	1	73	22·3	45595	R. 10966. G. 4022. Br. 3085.
.		9	25	45	57·5	. .	R. 10971.
5·6		9	25	52	21·8	. .	R. 10974. G. 4023. Br. 3084. A. 543.
9		10	2	55	32·1	. .	R. 10987.
.		10	51	65	20·7	. .	R. 11003.
.		10	55	62	4·8	. .	R. 11005.
.		11	4	63	53·4	. .	R. 11010.
.		11	28	58	37·0	. .	R. 11013.
10		11	39	56	4·6	. .	R. 11015.
7		11	46	74	26·2	45695	G. 4033.
.		12	35	61	52·6	. .	R. 11033.
.		12	38	54	51·7	. .	R. 11035.
.		12	46	54	50·0	. .	R. 11037.
.		13	6	65	33·2	. .	R. 11045.
.		13	11	54	56·6	. .	R. 11048.
7		13	23	59	24·7	. .	G. 4043.
.		13	29	55	15·0	. .	R. 11055.
.		14	14	46	29·2	. .	R. 11067.
8		14	28	53	57·1	. .	G. 4046.
.		14	28	54	50·6	. .	R. 11074.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
8·9	23ʰ	15ᵐ	11ˢ	+53°	14'5	. .	G. 4048.
7·8		15	28	53	21·5	45808	G. 4049.
.		15	30	46	45·0	. .	R. 11103.
.		15	58	44	54·6	. .	St. 2818.
.		16	1	54	14·	. .	R. 11110.
6·7		16	21	53	9·9	45832	G. 4051. P. 73.
.		16	25	54	13·3	. .	R. 11118.
.		16	27	54	45·5	. .	R. 11120.
9		16	35	45	7·0	. .	B. Z. 383.
7		16	58	56	40·1	45847	R. 11135. G. 4054. Br. 3112.
8		17	1	54	19·1	. .	R. 11136. G. 4055.
.		17	38	61	53·1	. .	R. 11151.
8		17	40	54	13·0	. .	R. 11152. G. 4057.
9·10		17	44	45	6·8	45862	
.		18	14	54	33·5	. .	R. 11163.
.		18	43	61	51·5	. .	R. 11172.
.		18	44	54	14·	. .	R. 11173.
7·8		19	15	60	13·1	. .	G. 4064.
8		19	24	56	0·6	. .	P. 88.
.		19	27	57	53·6	. .	R. 11189.
8·9		19	33	54	6·3	. .	G. 4066.
.		19	39	63	26·3	. .	R. 11193.
.		19	43	55	0·3	. .	R. 11196.
8		19	48	53	59·8	. .	G. 4067.
.		20	9	54	20·	. .	R. 11206.
7·8		20	23	64	45·3	. .	R. 11210. G. 4070.
9		20	30	63	50·8	. .	R. 11215.
8		20	54	44	49·5	45970	B. Z. 383.
.		21	12	55	7·4	. .	R. 11229.
9		21	26	52	13·0	45988	
10		21	26	80	4·1	. .	S. 843, 2706.
7		21	27	52	47·8	45989[2]	G. 4072.
.		21	43	54	51·	. .	R. 11240.
8		21	54	45	35·7	46003[2]	G. 4074.
.		21	59	73	40·7	46020	
8		22	0	52	16·3	46012	
.		22	14	64	53·6	. .	R. 11255.
.		22	28	55	56·0	. .	R. 11259.
7		22	36	57	40·7	. .	R. 11263. G. 4077. P. 100.
9		22	36	45	35·7	46031[2]	G. 4076.
5		22	45	57	40·7	. .	R. 11269. G. 4078. P. 101.
.		22	48	63	7·7	. .	R. 11270.
9		23	7	45	17·0	46055	
.		23	28	63	31·3	. .	R. 11281.
8		23	34	57	32·7	. .	G. 4082.
.		23	38	63	27·0	. .	R. 11288.
8		23	50	51	32·5	46087	
.		24	10	63	9·	. .	R. 11299.
.		24	16	54	42·8	. .	R. 11305.
8		24	24	45	1·1	46107[2]	R. 11307.
.		24	34	64	46·5	. .	R. 11310.
.		24	35	54	3·0	. .	R. 11315.
8		24	57	52	25·6	46133	
7		25	7	52	48·9	46136	R. 11325. G. 4087.
8		25	19	45	15·0	46139[2]	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	23h	25m	25s	+57°	2'0	46152	
7		25	49	71	7·8	. .	Br. 3135.
.		26	13	53	38·3	. .	R. 11342.
8.9		26	40	53	11·7	. .	G. 4092.
8·9		27	15	51	44·3	46213	
8·9		27	24	51	48·2	46218	
8·9		27	47	51	31·2	46236	G. 4096.
7·8		27	54	51	25·0	46238	G. 4097.
6		28	10	70	46·1	. .	G. 4100. Br. 3140.
9		28	23	51	24·6	46250	
.		28	39	66	8·0	. .	R. 11394.
.		28	43	64	18·7	. .	R. 11398.
.		28	45	65	59·3	. .	R. 11396.
.		29	3	64	33·6	. .	R. 11401.
8·9		29	22	51	23·7	. .	G. 4102.
8		29	38	54	16·6	. .	R. 11414.
.		29	42	55	0·1	46288	
8		30	2	54	4·6	. .	R. 11423.
9		30	6	53	58·4	. .	R. 11424.
9·10		30	8	51	22·2	46302	
.		30	12	66	1·0	. .	R. 11426.
9		30	17	51	48·3	46305	
7		30	18	48	7·7	46310	G. 4107.
.		30	25	54	52·4	. .	R. 11430.
8·9		30	25	51	56·8	46314	
.		30	27	64	28·	. .	R. 11431.
9		30	27	70	48·9	. .	St. 2838.
.		30	37	54	21·4	. .	R. 11432.
.		30	38	54	12·4	. .	R. 11434.
6·7		30	54	57	46·8	. .	G. 4110.
.		30	58	53	56·0	. .	R. 11438.
8·9		31	17	48	17·7	46338	
7		31	44	57	52·6	. .	G. 4112.
.		31	46	54	24·3	. .	R. 11446.
7		32	4	58	5·5	. .	G. 4116.
8·9		32	10	74	50·8	46374	
.		32	24	53	53·	. .	R. 11455.
7		32	27	74	25·0	46395	G. 4119. S. 2133.
.		32	30	63	57·2	. .	R. 11458.
8		33	6	74	52·7	46429	G. 4124.
.		33	19	59	57·3	. .	R. 11471.
8·9		33	32	75	0·8	46443	
8		33	34	45	59·2	46427	
9		33	37	46	11·2	46433	
.		33	39	54	6·8	. .	R. 11474.
.		33	45	53	29·2	. .	R. 11476.
9		34	1	64	28·5	. .	R. 11483.
.		34	20	48	51·0	. .	R. 11486.
9		34	25	46	3·0	46457	
8		34	26	74	42·6	46469	G. 4129. S. 2134.
.		34	49	64	46·7	. .	R. 11495.
.		34	55	63	38·4	. .	R. 11496. G. 4130.
7		35	25	52	16·6	. .	Br. 3158.
7·8		36	4	64	46·2	. .	R. 11518.
9		36	23	45	12·5	. .	B. Z. 383.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
.	23h	36m	38s	+75°	8'6	46537	
8·9		36	43	54	19·8	46529	R. 11525. G. 4132.
7·8		36	46	45	30·2	46531	P. 171. St. 2844.
8·9		36	48	54	36·8	46533	G. 4133.
7·8		36	53	45	23·3	. .	P. 172.
7		37	2	54	31·0	. .	G. 4135.
6·7		37	7	54	55·4	46524	G. 4136. P. 175.
6		38	13	45	32·6	46574	R. 11548. G. 4137. P. 181. Br. 3163.
.		38	16	55	44·3	. .	R. 11549.
.		38	30	59	35·8	. .	R. 11554. St. 2848.
9		38	36	61	47·4	. .	St. 2849.
.		39	6	45	20·4	46597	
.		39	14	63	50·2	. .	R. 11567.
.		39	27	52	23·9	. .	R. 11571.
6·7		39	43	45	57·3	. .	G. 4139.
.		39	45	52	21·2	. .	R. 11581.
8·9		39	45	45	8·4	46621	R. 11583. B. Z. 383.
.		39	51	63	16·0	. .	R. 11589.
9		39	53	65	42·8	. .	R. 11590.
.		40	10	52	25·5	. .	R. 11593.
7·8		40	29	62	56·4	. .	G. 4142.
9		40	30	48	59·4	46639	
.		40	35	52	4·0	. .	R. 11603.
8		40	51	61	24·3	. .	R. 11611.
8		40	52	63	43·9	. .	R. 11612.
9		40	53	47	41·4	46656	
7·8		40	57	61	22·1	. .	R. 11614.
7		41	11	59	6·0	. .	Br. 3168.
7		41	11	59	6·1	. .	R. 11625.
9		41	21	47	33·9	46669	
.		41	22	60	29·3	. .	R. 11629.
.		41	31	59	5·	. .	R. 11631.
.		41	55	59	59·8	. .	R. 11640.
.		41	55	59	59·9	. .	R. 11641.
.		41	57	51	54·2	. .	R. 11642.
9		42	9	74	54·0	46694	
7		42	30	50	44·7	46700[2]	R. 11656. G. 4148. P. 204.
8·9		42	49	53	19·4	46707	G. 4150. P. 205.
.		43	8	51	20·8	46717	
.		43	32	55	42·6	. .	R. 11676.
9		44	12	52	17·8	46756	R. 11684.
9		44	45	74	39·8	46787	R. 11697. G. 4154. P. 218.
8		44	49	53	23·5	46786	R. 11698.
7·8		44	56	47	36·1	46791	
.		44	58	51	58·0	. .	R. 11705.
8·9		44	58	53	20·5	46798	R. 11706.
6·7		45	16	59	49·5	. .	G. 4156.
10		45	22	74	38·1	46816	
9		46	10	75	2·9	46846	
.		46	13	51	53·4	. .	R. 11727.
9		46	32	53	39·5	46858	
8		46	54	52	37·2	. .	G. 4162.
9		47	10	53	42·7	46875	
8·9		47	34	49	26·5	46897	

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
6·7	23h	47m	36s	+46°	28'6	. .	G. 4165.
7·8		47	40	45	28·8	. .	G. 4166.
.		47	56	60	22·4	. .	R. 11761.
8		48	37	53	14·8	46925	
7		48	59	54	57·6	46942	P. 236.
8		49	0	61	8 3	. .	R. 11784.
6		49	12	54	49·6	46947	R. 11787. G. 4173. P. 237. Br. 3185.
.		49	15	61	11·9	. .	R. 11788.
.		49	21	59	9·8	. .	R. 11791.
8		49	32	78	53·4	46964	
7		49	38	61	6·8	. .	R. 11796.
9		49	45	63	30·1	. .	R. 11802.
7		50	3	45	32·0	47003	
6		50	9	66	22·8	. .	R. 11805.
.		50	40	45	15·8	. .	R. 11816.
.		50	54	50	56·8	. .	R. 11825.
.		51	12	64	0·7	. .	R. 11831.
.		51	21	63	34·5	. .	R. 11834.
7·8		51	32	49	57·2	47038	R. 11836.
.		51	33	63	45·0	. .	R. 11838.
.		51	43	63	42·4	. .	R. 11843.
.		52	13	54	49·1	. .	R. 11853.
.		52	20	65	3·9	. .	R. 11855.
.		52	20	59	3·5	. .	R. 11856.
.		52	22	51	3·6	. .	R. 11857.
.		52	41	54	50·6	. .	R. 11865.
8		52	51	50	47·9	. .	R. 11868.
9		53	4	52	17·2	47093	
10		53	12	52	19·5	47096	
7·8		53	21	59	57·5	47101	G. 4196.
.		53	25	48	7·8	. .	R. 11879.
.		53	40	51	20·2	. .	R. 11885.
9		54	9	48	53·5	47128	G. 4202.
.		54	9	66	33·0	. .	R. 11896.
.		54	9	66	31·8	. .	R. 11897.
7		54	11	59	49·4	47131	
8		54	22	66	17·1	. .	G. 4205.
.		54	27	50	57·0	. .	R. 11907.
.		54	36	65	13·2	. .	R. 11911.
8		54	53	70	28·7	. .	St. 2864.
.		55	1	51	35·1	47163	
.		55	14	63	28·6	. .	R. 11920.
.		55	21	62	45·6	. .	R. 11924.
8		55	23	52	26·0	47173	G. 4208.
7·8		55	32	69	15·6	. .	G. 4210.
.		55	36	59	5·1	. .	R. 11928.
.		55	47	56	29·9	. .	R. 11931.
9·10		55	47	56	2·4	47187	
.		55	58	61	20·5	. .	R. 11934.
8		56	3	49	6·5	47192[2]	
7·8		56	4	48	59·5	47195[3]	G. 4216.
.		56	8	58	59·	. .	R. 11935.
7		56	8	61	24·5	47197	R. 11936. G. 4217. P. 265. Br. 3205.

Grösse.	Rectascension 1842.			Declination 1842.		Lalande.	Verschiedene Kataloge.
9	23h	56m	15s	+53°	23'7	47199	
6·7		56	32	66	17·1	. .	G. 4220.
7		56	35	69	36·3	. .	G. 4221.
7		56	48	57	39·2	. .	Br. 3207. St. 2868.
8·9		56	49	63	54·1	. .	R. 11944. P. 269.
8		57	16	48	53·5	47230	G. 4226.
.		57	22	49	38·5	. .	R. 11955.
7		57	26	52	17·5	47239	G. 4227.
7·8		57	50	48	44·5	47246	G. 4229.
.		57	54	62	48·0	. .	R. 11960.
8·9		57	55	52	23·8	. .	G. 4231.
6·7		58	1	57	33·3	. .	Br. 3210. St. 2871.
8·9		58	5	49	38·5	47256	
8		58	9	67	45·4	. .	G. 4232.
.		58	35	56	30·0	. .	R. 11975 dupl.
8·9		59	2	45	52·7	47276	
9		59	14	54	46·4	47283	
8		59	15	68	12·0	. .	G. 4235.
7·8		59	27	51	53·7	47289	
8·9		59	33	52	13·7	47295	
9		59	36	54	41·7	47299	
.	23	59	39	50	19·6	. .	R. 11976.

In der vorstehenden Zusammenstellung befinden sich nach einer einmaligen Zählung 937 Sterne, welche nur von Lalande beobachtet sind. Dieselben werden am hiesigen Meridiankreise von Neuem bestimmt werden. Auf die 24 Stunden der Rectascension vertheilen sie sich folgendermassen:

0h	105 Sterne	12h	5 Sterne
1	78	13	3
2	71	14	10
3	51	15	24
4	50	16	35
5	26	17	67
6	16	18	59
7	22	19	70
8	18	20	52
9	9	21	42
10	10	22	48
11	8	23	58

In Betreff der Fehler, die in den verschiedenen Katalogen aufgefunden sind, muss ich auf das Maiheft 1854 der Sitzungsberichte verweisen.

Nachweis des Vorkommens von Sternen aus den Argelander'schen nördlichen Zonen in andern Quellen.

Von **Wilhelm Oeltzen**,

Assistent der k. k. Sternwarte in Wien.

(NACHTRAG.)

Bei der in diesem Hefte der Sitzungsberichte mitgetheilten Zusammenstellung aller zwischen dem 45. und 80. Grade der nördlichen Declination beobachteten Sterne, welche sich nicht in den Argelander'schen Zonen, sondern nur in andern Quellen finden, sind ausser den Katalogen, welche bei der unter dem obigen Titel im Julihefte veröffentlichten Arbeit benutzt sind, noch der Katalog I in den Dorpater Beobachtungen (Vol. I, pars II.), Epoche 1815, sowie die Beobachtungen von Circumpolarsternen von Schwerd (astronomische Beobachtungen, angestellt auf der Sternwarte des königl. Lyceums in Speyer, drei Abtheilungen, 1826, 1827, 1828) zu Rathe gezogen. Damit der frühere Nachweis dieselbe Vollständigkeit erlange, wie der der nicht Argelander'schen Sterne, liefere ich hier einen Nachtrag zu demselben, welcher sich auf die beiden angeführten Quellen bezieht, die in Folgendem mit S. und Dorp. bezeichnet sind. Die in demselben aufgeführten Numern des Argelander'schen Zonen-Kataloges kommen entweder schon in dem frühern Nachweise vor, oder sie gehören Sternen an, welche sich ausser bei Argelander nur noch bei Schwerd oder in dem Kataloge der Dorpater Beobachtungen vorfinden; diese neu hinzugekommenen Numern sind mit einem * bezeichnet.

Die in diesen beiden Quellen vorkommenden Sterne liegen zwischen 70 und 80 Grad der nördlichen Declination, so dass also nur Beobachtungen oder Untersuchungen in dieser Gegend des Himmels Veranlassung werden können, diesen Nachtrag neben dem frühern Nachweise zur Hand zu nehmen, während der letztere für den Theil zwischen 45 und 70 Grad vollständig bleibt in Bezug auf die Hauptquellen unserer Kenntniss der Fixsternörter. Die Beobachtungen nördlicher Sterne in den Memoiren der Pariser Akademie von 1789 und 1790 konnten leider noch nicht mit benutzt werden, da mir der kürzlich erschienene Katalog von Fedorenko bis jetzt nicht zu Gebote stand.

Argeland.	
10	S. 1907, 2138.
19	S. 835, 1688.
150	S. 1908.
184	S. 2238.
322	S. 1910.
330	S. 1695, 1865.
457	S. 1911.
* 602	Dorp. 10.
648	S. 2242.
666	S. 1913, 2289.
* 685	S. 1914.
767	S. 1868.
1010	S. 2303.
1060	S. 986.
1175	Dorp. 20.
1375	S. 2290.
*1446	S. 915, 2036.
1455	S. 2291.
1470	Dorp. 22.
1481	Dorp. 23.
1558	S. 2292.
*1770	S. 901.
*1787	S. 1367, 1370.
1815	S. 2293 a.
*1869	S. 902, 1691.
*2003	S. 935, 1998.
*2205	S. 872, 988.
2208	S. 2304.
2232	S. 2297.
2340	S. 2293 b, 2298.
*2372	S. 2305.
2388	S. 2262.
2400	S. 2294, 2299.
2445	S. 2263, 2306.
*2446	S. 874, 950.
2520	S. 2358.
2588	S. 852, 2307.
*2617	S. 2264.
*2686	S. 2398.
*2725	S. 2359.
*2751	S. 2308.
*2753	S. 2265.
2762	S. 953, 964.
2778	S. 2399.
2814	S. 2360.
*2954	S. 2362.
2956	S. 2361.
*2970	S. 2267.
*3016	S. 2311.
3100	S. 2353.
3108	S. 858, 861, 956, 967.
3116	S. 2268.
*3164	S. 957.
3226	S. 2269.

Argeland.	
*3304	S. 2270.
3426	S. 2272.
3443	S. 2446.
3463	Dorp. 32.
*3510	S. 2273.
3515	S. 2437. Dorp. 33.
3545	S. 2312.
3593	S. 2188.
*3626	S. 2438.
*3629	S. 2313.
*3630	S. 2189.
3657	S. 2439.
3704	S. 2314.
*3713	S. 2440.
*3734	S. 2190.
3741	S. 2315.
3809	S. 2191.
*3889	S. 2192.
3907	S. 2316.
*3911	S. 2442.
3963	S. 2193.
3986	S. 2443.
3997	S. 2146.
*4006	S. 2317.
4031	Dorp. 35.
*4163	S. 2148.
4199	S. 2319.
*4209	S. 2195.
*4277	S. 2196.
4281	S. 2051, 2094.
4325	S. 2052, 2095, 2334.
*4366	S. 2321.
4369	S. 2053.
*4379	S. 944, 1049, 1968, 2151.
*4446	S. 1038, 1969, 2198.
*4447	S. 2096, 2152.
4458	S. 2274.
*4503	S. 2335.
4522	S. 946, 1014, 1027, 1769, 1970, 2199, Dorp. 41.
4543	S. 2097
*4601	S. 2055.
*4641	S. 2200, 2337.
4699	S. 2056, 2276.
4706	S. 2463.
4771	S. 2099, 2338.
4790	S. 2464.
4796	S. 2057.
4837	S. 2339.

Argeland.	
4855	S. 1030, 1058, 1069.
*4874	S. 2279.
*4879	S. 2278.
4897	S. 2058.
4941	S. 2102.
4995	S. 2280, 2340.
*5011	S. 2468.
*5042	S. 2103 a.
5063	S. 2059, 2341.
5086	S. 2469.
*5094	S. 2281.
*5136	S. 2103 b.
5170	Dorp. 46.
5172	S. 2342, 2470.
5184	Dorp. 48.
5192	Dorp. 49.
*5212	S. 2282.
*5263	S. 2471.
*5271	S. 2104.
5298	Dorp. 50.
5315	S. 2283.
5324	S. 2062.
*5354	S. 2105.
5426	S. 2063, 2284.
*5517	Dorp. 53.
5524	S. 2064, 2457. Dorp. 52.
*5526	S. 2587.
5532	S. 2474.
5556	S. 2285.
5558	Dorp. 54.
5600	S. 2065.
*5800	S. 2204.
5844	S. 2588.
*5870	S. 2344.
5888	Dorp. 57.
*6044	S. 2345.
6294	S. 2207.
*6362	S. 2208.
*6417	S. 2209, 2347.
*6433	S. 577.
*6470	S. 1413, 1795, 1981.
*6606	S. 2211.
6615	Dorp. 60.
*6621	Dorp. 61.
*6683	S. 1538.
6693	S. 1123, 1656, 2513.
*6718	S. 1487.
6720	S. 1419, 1457, 2514.
*6789	S. 2350.
*6808	S. 1459, 1539.

Argeland.	
* 6817	S. 1129, 1488.
6858	S. 2515.
6932	S. 1460, 1489.
* 7070	S. 1421, 1429.
* 7102	S. 1422, 1430.
7231	Dorp. 65.
7334	S. 2515.
7336	S. 2559, 2560.
7405	S. 2518.
* 7505	S. 2538.
7559	S. 2520.
* 7590	S. 1435, 1438.
* 7623	S. 1425, 1436.
7624	S. 1783, 2521.
* 7689	S. 1784.
7721	S. 2495, 2539.
7748	S. 2540, 2607.
7749	S. 2541, 2608.
* 7767	S. 2629.
* 7851	S. 2496.
7863	S. 1786.
7897	S. 2542.
7932	S. 2497, 2609.
* 7957	S. 1787.
7993	S. 2498, 2562.
* 8032	S. 2544.
* 8052	S. 2590.
* 8074	S. 2611.
8080	S. 2499.
* 8110	S. 2545.
* 8150	S. 2612.
8152	S. 2563.
8170	S. 1454, 1534.
8213	Dorp. 70. S. 879, 1581.
* 8235	S. 2564.
8237	S. 2522.
8239	S. 2546, 2592.
8243	S. 1441, 2532.
* 8278	S. 2565.
8288	S. 1484, 2547, 2613.
8320	S. 2593.
* 8360	S. 2548.
* 8423	S. 2549.
8466	S. 2566.
* 8475	S. 2615.
* 8505	S. 2672.
* 5811	S. 2550.
8525	S. 2673.
8561	S. 2575.
8602	S. 2551.
8613	S. 2595, 2670.
* 8618	S. 2576.
8649	S. 1821, 2652.

Argeland.	
8655	S. 2525, 2552.
* 8680	S. 2577.
* 8707	S. 2596.
8717	S. 2653.
* 8736	S. 1822.
* 8778	S. 2597.
* 8793	S. 2578.
8824	S. 2598.
* 8826	S. 2715.
* 8895	S. 2579.
* 8941	S. 2600.
8978	S. 1823, 1854.
* 9003	S. 2717.
9047	S. 2581.
9068	S. 1824, 1855, 2582.
* 9084	S. 2718.
9113	S. 1839.
9139	S. 1825, 1856.
9161	S. 2583.
* 9305	S. 6, 36, 1826.
* 9315	S. 2720.
9528	S. 2723 a.
* 9570	S. 1157, 1515.
* 9576	S. 1818.
* 9989	S. 2568.
10072	Dorp. 82. S. 141, 176, 1115.
10077	S. 1871, 1923.
10084	S. 2569.
* 10086	S. 1813.
10218	S. 1872, 2571.
* 10259	S. 1900.
* 10296	S. 1901.
10332	S. 1873, 1926.
* 10342	S. 2572.
* 10380	S. 1874.
10404	S. 2573.
10413	S. 2601.
* 10467	S. 1875.
10497	S. 2574.
* 10503	S. 2602.
* 10550	S. 1876.
* 10568	S. 142, 181, 729.
* 10578	S. 2603.
* 10656	S. 2604.
* 10661	S. 183, 1904.
* 10698	S. 126, 1718.
10712	S. 2605.
10728	S. 2617.
10762	S. 2618.
* 10784	S. 2584.
* 10846	S. 1928.
10853	S. 2619.
10890	S. 1832.

Argeland.	
10892	Dorp. 88.
* 10903	S. 2585.
* 10936	S. 2620.
* 10950	S. 86.
* 10975	S. 2621.
* 11066	S. 1834.
* 11067	S. 2622.
* 11122	S. 2623.
11127	S. 1890.
* 11174	S. 2624.
11245	S. 2625.
* 11270	S. 131, 150.
11319	S. 2626.
11332	Dorp. 90.
11365	Dorp. 91.
11429	S. 2627.
11435	S. 2628.
* 11502	S. 190.
* 11522	S. 152, 191.
11561	S. 134, 153.
11627	S. 1892.
* 11673	S. 1889.
11815	S. 1857. Dorp. 94.
11887	S. 1858, 2132.
* 12020	S. 1859.
* 12096	S. 1860.
12152	Dorp. 95.
* 12247	S. 2526.
12307	S. 1861.
* 12310	S. 2527.
* 12397	S. 1862.
* 12416	S. 2528.
* 12459	Dorp. 100. S. 2008, 2213.
12499	S. 1924, 2009.
12522	S. 1863.
* 12534	S. 2530.
12552	S. 1864, 1909, 2214.
12654	S. 2010, 2215.
* 12656	S. 2531.
* 12684	S. 2077.
12700	S. 2011, 2216.
* 12723	S. 2532.
12755	S. 1866, 2217.
12772	S. 1912, 2012,
12810	S. 1867.
* 12827	S. 2533.
* 12944	S. 2535.
* 12945	S. 2534.
* 13074	S. 2536.
* 13139	S. 2537.
* 13173	S. 319.
13602	Dorp. 112.
13619	Dorp. 113.

Argeland.	
13624	Dorp. 114.
13723	S. 321, 335.
*13742	S. 2219.
*13813	S. 2220.
13913	Dorp. 120. S. 247, 293.
*13954	S. 2221.
13988	Dorp. 121.
14003	S. 371.
*14083	S. 2322.
14111	S. 250, 337, 396.
*14167	S. 2323.
14197	S. 251.
*14217	S. 2223.
*14262	S. 2224.
14272	Dorp. 125.
*14328	S. 2324.
*14342	S. 2397.
*14383	S. 2225.
14421	Dorp. 126. S. 338, 907, 959, 963, 974, 990, 996, 1006, 2226.
*14425	S. 2325.
*14485	S. 2227.
*14561	S. 2327.
*14580	S. 2228.
*14662	S. 2229.
14666	S. 2401. Dorp. 128.
14693	S. 2329.
*14695	Dorp. 129.
*14776	S. 2230.
*14841	S. 301, 341.
*14943	S. 303, 343.
14985	Dorp. 132.
15037	S. 2232.
15047	S. 304, 397.
15065	S. 2233.
*15081	H.C. 101. S. 305, 398.
*15176	S. 2234.
*15189	S. 2243.
*15192	S. 346, 399.
15247	S. 2244.
15328	Dorp. 136. S. 2245.
15329	S. 2046.
*15348	S. 2236.
15404	S. 310, 1763.
*15436	S. 2247.
15565	Dorp. 138. S. 2333.
*15580	S. 2249.
*15625	S. 2418.

Argeland.	
*15652	S. 2250.
*15727	S. 2252.
*15742	S. 2251.
15743	Dorp. 141. S. 330, 943, 995, 1004, 1037, 1054, 1443, 1455, 1742.
16111	Dorp. 144.
16131	Dorp. 145.
16138	S. 2157.
16212	Dorp. 146.
16216	Dorp. 147.
16290	S. 2254.
16420	S. 391.
*16454	S. 2256.
*16458	S. 2257.
16549	Dorp. 148.
16565	S. 2258.
16697	S. 2260.
16720	S. 2160.
*16728	S. 2261.
16741	S. 394, 509.
16775	S. 2476.
16782	S. 2161.
16848	S. 2477.
16849	S. 2162, 2203.
16918	S. 2163.
16923	Dorp. 150.
*16968	S. 2164.
*17040	S. 2165.
17147	S. 2481.
17258	Dorp. 152.
17306	Dorp. 154. S. 1446 u, 1978.
17329	Dorp. 153.
*17350	S. 2167.
17370	Dorp. 155.
*17391	S. 366.
17426	Dorp. 156.
17511	S. 2169.
17531	S. 2486.
17543	Dorp. 158. S. 1447.
*17610	S. 2170.
17650	Dorp. 159.
17685	Dorp. 160.
17734	S. 2172.
17752	S. 2171.
17811	S. 552, 602.
18275	S. 2641.
18467	S. 655.
18468	S. 2500.
18476	S. 656.
18543	S. 1895.

Argeland.	
18779	Dorp. 168. S. 1897.
*18809	S. 689.
*18814	S. 493.
18839	S. 1804, 1898.
19073	S. 2661.
19121	Dorp. 169. S. 32, 2383.
19134	S. 2662.
*19168	S. 2649, 2663.
19182	S. 2682.
19300	S. 2665.
*19325	S. 2684.
19336	S. 2666.
*19391	S. 2688.
19473	S. 713, 732.
19663	S. 2668.
*19710	S. 2686.
19750	S. 2669.
19751	S. 2651.
19864	S. 2713.
19929	S. 2714.
20524	S. 642, 698, 1207, 1639, 1659.
20588	S. 643, 665, 699, 1190, 1208, 1586, 1640, 1660.
20596	S. 644, 666, 1191, 1209, 1587, 1641, 1661.
20859	S. 2725.
20982	Dorp. 176. S. 645, 775.
21012	S. 2726.
*21228	S. 2727.
*21304	S. 2728.
*21410	S. 2729.
*21416	S. 2730.
21476	Dorp. 181. S. 595, 672.
*21828	S. 2554.
21950	S. 816, 1554.
22019	S. 817, 1617, 1633.
*22037	S. 1634.
22062	Dorp. 184
22193	S. 1555, 2556.
*22293	S. 2557.
22482	Dorp. 188.
*23061	S. 779, 1527, 1559.
23103	S. 1902.
23111	S. 780.
23273	S. 1903.

Argeland.	
23278	S. 768, 1561.
23957	S. 2606.
*24029	S. 837.
*24562	S. 1564.
*24631	S. 1722.
25244	S. 822, 1623.
25250	S. 823, 1624.
25610	S. 2066.
25628	S. 1893.
25663	S. 1894.
25712	S. 2067.
25738	S. 2068.
25816	S. 2746 a.
*25835	S. 846.
*25884	S. 2746 b.
25893	Dorp. 206. S. 1238, 1242, 1253, 1260, 1282, 1339, 1345, 1349, 1389, 1390b, 1703a, 1703b, 1704 b.
*26032	S. 2747.
26216	S. 2135.
26299	S. 2136, 2748.
26325	S. 2137.
26335	S. 2749.

In dem früheren Nachweise ist noch hinzuzufügen:

Argel. No. 275 ist auch R. 2, 68. Der letztere aber fehlerhaft.

Argel. „ 2258 ist auch L. 3671. G. 437. P. 224. Br. 269.
Die Declination ist im Katalog 1° zu klein angesetzt.

Argel. No. 15081 ist auch H. C. 101.

Bei Argel. No. 21268 ist R. 6677 zu streichen.

Die Anzahl der Sterne, welche gemeinschaftlich von Lalande und Argelander beobachtet sind, sonst aber nicht weiter vorkommen, ist nach einer einmaligen Zählung = 1707 gefunden.

Über Herrn Dr. Heger's Abhandlung: die Auflösung von algebraischen Buchstabengleichungen betreffend [1].

Von dem w. M., **Prof. Jos. Petzval.**

(Aus der Sitzung vom 20. Juli 1854.)

Die vorliegende Abhandlung hat zwei Probleme zum Gegenstande, nämlich:

Erstens: Die Auflösung einer Gleichung, welche nebst der Unbekannten x noch eine andere Buchstabengrösse a in sich schliesst.

Zweitens: die Auflösung eines Systems von zwei Gleichungen, in denen zwei Unbekannte x und y und überdies noch eine dritte Buchstabengrösse a erscheinen.

Bei dem zuerst erwähnten Probleme ist eine Gleichung:

$$F(x, a) = 0$$

als gegeben vorausgesetzt, wo $F(x, a)$ eine algebraische Function der zwei Buchstabengrössen x und a anzeigt, und es sollen die

---

[1]) Die Abhandlung wurde über Antrag des Hrn. Prof. Petzval zur Aufnahme in die Denkschriften der Classe bestimmt.

Genüge leistenden Werthe von x, welche in der Regel Functionen der einzigen Grösse a sind, angegeben werden. Gesetzt $x = \varphi(a)$ wäre ein solcher, so ist die Aufzählung aller möglichen solchen Functionen zu bewerkstelligen. Das zweite Problem nimmt zwei Gleichungen:

$$F_1(x, y, a) = 0\,,\; F_2(x, y, a) = 0$$

als gegeben an, in welchen die drei Buchstabengrössen x, y, a durch algebraische Rechnungsweisen mit einander verknüpft sind. Einem solchen Systeme von Gleichungen genügt man in der Regel durch bestimmte Werthe von x und y, die gleichfalls keine Zahlenwerthe, sondern bestimmte Functionen der überschüssigen Buchstabengrösse a sind; z. B. durch:

$$x = \varphi(a)\,,\; y = \psi(a).$$

Jede Auflösung besteht aus einer solchen Zusammenstellung von zwei Functionen, wovon die eine den Werth von x, die andere jenen von y vorstellt. Es sind ihrer meistentheils mehrere möglich, und es wird gefordert, alle diese verschiedenen Auflösungen der Reihe nach aufzuzählen.

Diese zwei Probleme kommen darin überein, dass es sich um die Angabe von Genüge leistenden Werthen der Unbekannten handelt, die jedoch keine bestimmten Zahlwerthe, sondern Functionen von a sind.

Gleichungen und Systeme von Gleichungen der obenerwähnten Gattung, welche nebst den Unbekannten noch andere überschüssige Buchstabengrössen beherbergen, ergeben sich dem mathematischen Forscher ungleich häufiger, als Zahlengleichungen, d. h. als jene Gleichungen und Systeme von Gleichungen, welche nur die Unbekannten und sonst keine weiteren Buchstabengrössen in sich schliessen und denen bestimmte Zahlen als Auflösungen entsprechen. Bei den meisten geometrischen und mechanischen Problemen ist vielmehr eine Curve oder eine Fläche oder ein anderes analoge Gebilde zu erforschen, gegeben durch eine algebraische Gleichung oder ein System von mehreren solchen oder endlich durch eine Differentialgleichung. Liegt eine Gleichung oder ein System von solchen vor, so können es nur Buchstabengleichungen sein, denn Zahlengleichungen bestimmen nur Punkte, und keine ausgedehnten Gebilde. Hat man aber eine Differential-Gleichung vor Augen, so handelt es sich um

ihre Integration und diese erfordert sehr oft als untergeordnete Rechnungsoperation die Auflösung einer höheren algebraischen Gleichung, die nur bisweilen eine Zahlengleichung, bei weitem öfter jedoch eine Buchstabengleichung ist.

Man gelangt also bei sehr vielen Problemen theils direct theils indirect zu Buchstabengleichungen, und es erscheint demnach eine allgemeine Auflösungsmethode für dieselben sehr wünschenswerth. Durchgeht man die bisher bekannten Auflösungsmethoden der Reihe nach, wie sie in der Theorie der algebraischen Gleichungen aufgeführt werden, so wird man sehr bald zur Überzeugung gelangen, dass in diesem Felde fast noch gar nichts Derartiges bestehe:

Die strengen Auflösungsmethoden sind zwar bis zum vierten Grade möglich, allein schon beim dritten Grade erweist sich die Cardan'sche Formel als praktisch unbrauchbar, weil sie viel weniger Durchsichtigkeit besitzt, als die Gleichung selber. Wollte man dennoch diese Formel benützen, so würde man sich in langwierige Rechnungen verwickelt sehen, weil man die dort angezeigten Wurzelausziehungen wirklich zu bewerkstelligen hätte. Diese müssen dann in einer gewissen Weise geordnet werden, und man würde hierbei eine dem speciellen Zwecke, den man vor Augen hat, entsprechende Wahl zu treffen haben, widrigenfalls man nach vollendeter Entwickelung meistentheils zu keiner klareren Einsicht über den bestimmten Fragepunkt gelangen würde, sondern mit nicht geringer Mühe eine neue Form erhalten hätte, die eben so wenig Licht gewährt, als die ursprünglich gegebene Gleichung selber.

Wenn aber schon die Cardan'sche Formel sich als zu complicirt und desshalb als unbrauchbar darstellt, so wird dieser Übelstand bei der analogen Formel für die Gleichung des vierten Grades nur in einem um so grösseren Masse auftreten. Für Gleichungen des fünften, oder eines noch höheren Grades behebt sich freilich dieser Übelstand von selbst, weil für diese keine geschlossenen Wurzelformeln mehr bestehen, und die eben gemachten Bemerkungen beruhigen uns vollkommen über diese unausfüllbare analytische Lücke, denn selbst dann, wenn für die Gleichungen des fünften und noch höherer Grade die allgemeine Auflösung durch Formeln, die der Cardan'schen ähnlich wären, nicht zu den Unmöglichkeiten gehören würde, könnte man keinerlei Vortheil hiervon erwarten, weil sie die Eigenschaften der Genüge leistenden Werthe noch weit mehr ver-

bergen würden, als dies die Gleichung selber thut. Wir gelangen hiermit zur Überzeugung, dass von den strengen Auflösungsmethoden bei einigermassen höherem Grade der Gleichung kein günstiger Erfolg erwartet werden könne und dass nur die Gleichungen des ersten und zweiten Grades sich auf solche Weise mit Vortheil behandeln lassen. Ausser diesen strengen Methoden, welche die Wurzeln einer Gleichung durch eine Combination von Wurzelgrössen darstellen, bestehen zwar noch Approximations-Methoden; allein diese gelten nur für Zahlengleichungen und verstatten keine Anwendung auf solche mit Buchstabengrössen in den Coëfficienten. Hier ist also eine Lücke in der Theorie der algebraischen Gleichungen, die, wiewohl sich bekanntermassen die grössten Mathematiker mit diesem Theile der Analysis beschäftigt haben, bis heute unausgefüllt geblieben ist. Es müsste auch Wunder nehmen, wenn ein so wichtiger Gegenstand, wie der hier erwähnte, bisher ganz unbeachtet, oder auch nur die darauf bezüglichen Untersuchungen erfolglos geblieben wären, da doch fast jeder Analytiker, der sich mit geometrischen und mechanischen Problemen beschäftigt, zu solchen Gleichungen gelangt, die dann sich wie ein unübersteigliches Hinderniss der weiteren Forschung in den Weg stellen. Ein so wichtiger Gegenstand konnte der Natur der Sache nach schon von den Mathematikern der ältesten Zeit nicht unbeachtet bleiben. Es finden sich auch schon die ersten Versuche zur allgemeinen Auflösung solcher Gleichungen in den Werken von Newton, Lagrange und Anderen. Sie betrachteten jedoch immer nur sehr specielle Fälle und gelangten durch eigenthümliche Betrachtungsweisen, die eben nur auf einen solchen beschränkten Fall Anwendung verstatteten, zu den gefundenen Auflösungen. Unter all diesen Bemühungen waren noch diejenigen von Lagrange von dem grössten Erfolge begleitet, denn er fand eine analytische Regel zur Auflösung einer ganzen algebraischen Gleichung, in deren Coëfficienten eine einzige Buchstabengrösse erscheint. Es darf nicht überraschen, dass die Bemühungen dieser grossen Männer einen verhältnissmässig geringen Erfolg hatten, denn sie gehören einer Zeit an, in welcher selbst die Auflösung einer Zahlengleichung noch Schwierigkeiten bot und wo das Suchen nach geschlossenen Auflösungen durch Formeln, die der Cardanischen ähnlich sein sollten, zu den heissesten Wünschen der Mathematiker gehörte, alle übrigen wissenschaftlichen Bedürf-

nisse zeitweilig in Schatten stellend. Zu einer Zeit, wo dieses einfachere Problem noch nicht vollständig gelöst war, musste wohl jenes andere complicirtere desto mehr Schwierigkeiten bieten. Wir finden auch, dass diese zwei verschiedenen und doch sehr verwandten Gegenstände in ihrer Entwickelung auch fortan Hand in Hand gingen. Nachher beschäftigte sich nämlich Fourier sehr angelegentlich mit diesem Gegenstande, und wir haben, gewissen Andeutungen in seinen Werken nach, allen Grund zu glauben, dass er eine allgemeine Auflösungsmethode für solche Gleichungen und Systeme von Gleichungen gefunden habe. Leider sind die Ergebnisse dieser Untersuchungen gleichwie viele andere von ihm aufgefundene Schätze des Wissens für uns verloren gegangen. Ich selbst beschäftigte mich mit diesem Gegenstande. Bei meinen Untersuchungen über die linearen Differentialgleichungen gelangte ich nicht nur zu einer Reihe von Integrationsmethoden für dieselben, sondern ich fand auch Auflösungsmethoden für eine algebraische Gleichung, welche nebst den Unbekannten noch andere constante Parameter beherbergt. Diesen meinen Fund habe ich einmal auch zum Gegenstande meiner öffentlichen Vorträge gemacht und die Grundzüge meiner Methode in meinem Werke: „Integration der linearen Differentialgleichungen", niedergelegt. Später erst wurde mir kund, dass schon Fourier, wiewohl auf einem andern Wege, denselben Gegenstand behandelt hatte. Es besteht nämlich ein Werk von M. Fourier: *„Analyse des equations déterminées"*, in welches dieser grosse Mathematiker seine Untersuchungen über Gleichungen niederlegen wollte. Leider ist der grösste Theil hiervon für uns verloren gegangen, weil die Herausgabe des zweiten Bandes durch seinen Tod vereitelt wurde. Der erste Band enthält glücklicher Weise eine kurze übersichtliche Darstellung, *Exposée synoptique* des Gesammtinhaltes. Hieraus ist nun ersichtlich, dass das 4. Buch dieses Werkes eine allgemeine Auflösungsmethode für Buchstabengleichungen und Systeme von solchen enthalten sollte. Daselbst sind auch in gedrängter Kürze die Grundzüge dieser Methode auseinandergesetzt; allein sie scheinen bisher selbst gelehrten Lesern ganz und gar unverständlich geblieben zu sein, vermuthlich wegen der ganz eigenthümlichen Behandlungsweise dieses Gegenstandes, und wären es vielleicht auch für uns, wenn wir nicht, in einem ähnlichen Gedankengange befangen, bei den Untersuchungen über Differentialgleichungen zu ähnlichen Formen gelangt wären. Es ist

eine bekannte Thatsache, dass derselbe Gegenstand, von verschiedenen Analysten in Angriff genommen, in der Regel auf eben so viele verschiedene Arten behandelt wird. Jeder geht von seinem eigenen Gesichtspunkte aus und verfolgt einen eigenthümlichen Weg. Die unmittelbare Folge hiervon ist, dass die Ergebnisse solcher Untersuchungen ebenfalls verschieden ausfallen, insoweit eine solche Verschiedenheit überhaupt möglich ist. So verhält es sich auch hier. Ich behandelte den Gegenstand von meinem Gesichtspunkte aus, indem ich vorzüglich nur die Integration der linearen Differential-Gleichungen vor Augen hatte und entwickelte desshalb die Auflösungsmethode nur für eine einzige Gleichung mit darin erscheinenden constanten Parametern, weil nur dieses Problem als untergeordnete Rechnungs-Operation zur Einleitung der wirklichen Integration sich mir darbot. Fourier hingegen betrachtete, seinen Andeutungen in dem früher erwähnten Werke zufolge, den Gegenstand von einem anderen, für die Theorie der Gleichungen allgemeineren Gesichtspunkte. Diesen beiden verschieden gewählten Standpunkten entsprechend, gestalteten sich auch die eingeschlagenen Wege verschieden und so kommt es, dass meine über diesen Gegenstand ganz selbstständig eingeleitete Untersuchung, die einer frühern Zeit angehört, zu der ich von dieser Andeutung im „*Exposée synoptique*" Nichts wusste, für den ersten Blick sogar in ihren Resultaten ganz verschieden erscheint von jener Fourier's. Vergleicht man diese zwei verschiedenen Wege und die gewonnenen Resultate mit einander, so scheint sogar der von Fourier eingeschlagene minder einfach, und man ist um so mehr versucht sich darüber zu wundern, als bekanntlich Fourier in allen seinen Werken eine unerreichbare Einfachheit und Klarheit der Darstellung eigenthümlich besass. Bei näherer Beleuchtung stellt sich jedoch diese anfangs complicirter erscheinende Ableitungsweise von Fourier als wohlbegründet heraus, denn nur, von dieser Seite angegriffen, war es möglich, eine allgemeine Auflösungsmethode zu finden, für eine Gleichung sowohl wie für ganze Systeme von solchen, in welchen nebst den Unbekannten noch eine beliebige Anzahl von überschüssigen Buchstabengrössen erscheinen, während meine für das speciellere Problem einer einzigen Gleichung mit einem einzigen constanten Parameter in den Coëfficienten eingeleitete Untersuchung eben nur auf diesen speciellen Fall passt. Wir sind auch im Voraus überzeugt, dass der von

Fourier zur Auflösung von Systemen von Buchstaben-Gleichungen eingeschlagene Ideengang auch bei partiellen Differential-Gleichungen und Systemen von mehreren solchen sich einst nutzbringend erweisen wird. Das Auffinden dieser Andeutungen im *„Exposée synoptique"* des früher erwähnten Werkes von Fourier, so wie die Wiederauffindung seiner Methode gehört dem Verfasser dieser Abhandlung. Derselbe, einst mein Schüler, jetzt Genosse meiner Arbeiten, wurde durch meine analogen Methoden für die Integration der linearen Differential-Gleichungen bei dem Studieren dieses viel zu wenig gekannten und gewürdigten Werkes von Fourier auf die Spur geleitet, und es ist ihm gelungen, die Methode des grossen Analysten zur Auflösung von Buchstaben-Gleichungen und Systemen von solchen genau in derselben Weise wieder aufzufinden, wie sie einst Fourier selbst, seinen Andeutungen nach, gehabt haben mochte. Es lag dies zwar so eigentlich nicht in der ursprünglichen Absicht; der Verfasser ging vielmehr, so wie jeder andere an seiner Stelle, auch darauf aus auf dem wenig betretenden Felde wo möglich einiges Eigenthum zu gewinnen, und glaubt auch wirklich einiges aufgefunden zu haben. In der Mehrzahl der Fälle jedoch geschah es, dass er zwar meinte einen eigenen Fund gethan zu haben und dann, Fourier's *„Exposée synoptique"* zur Hand nehmend, zu seiner Überraschung gewahr ward, wie derselbe darin bereits angedeutet war mit wenigen, aber so bezeichnenden Worten, dass kein Zweifel übrig bleiben konnte, Fourier habe dasselbe bereits selbst besessen. Er fand sich dadurch noch mehr bestimmt, in dieser Abhandlung, welche einen Theil dieses Fundes zum Gegenstande hat, genau den von Fourier eingeschlagenen Weg beizubehalten. Es schien dies keineswegs blos ein Opfer, welches man den Manen dieses grossen Mannes bringt; wir hegen vielmehr die Überzeugung, dass diese Darstellungsweise zugleich die allgemeinste von allen sei, indem sie nicht blos eine einzige Buchstaben-Gleichung mit einer einzigen überschüssigen Buchstabengrösse aufzulösen verstattet, sondern allgemeine Gültigkeit besitzt, wie gross auch die Anzahl der Gleichungen und Unbekannten oder der überschüssigen Buchstabengrössen sein mag, und freuen uns sie der mathematischen Welt bieten zu können als eine nicht leicht zu erschöpfende Fundgrube neuer wichtiger Entdeckungen nicht blos auf dem Felde der algebraischen, sondern auch auf jenem der partiellen Differential-Gleichungen.

Wir wollen jetzt einen kurzen Abriss geben von den in dieser Abhandlung niedergelegten Untersuchungen und die in Rede stehende Auflösungsmethode zu skizziren versuchen. Bevor wir jedoch dazu schreiten, müssen wir noch einige wenige Worte vorausschicken, um Missverständnisse zu vermeiden.

Die Auflösung einer Gleichung oder eines Systemes von Gleichungen ist nie als Zweck, sondern nur als Mittel zum Zwecke anzusehen. Hat nämlich die Behandlung irgend eines Problemes zu einer Gleichung geführt, so handelt es sich darum aus derselben jene Schlussfolgerungen abzuleiten, die zur Beantwortung der gestellten Frage dienen. Eine Auflösungsmethode, die diesem praktischen Zwecke entsprechen soll, muss daher eigentlich in der Detaillirung der Eigenschaften bestehen, die in der Gleichung zwar schon niedergelegt sind, aber in einer viel zu bündigen und desshalb für uns unverständlichen Sprache. Wäre es möglich diese Eigenschaften aus der Gleichung selbst schon zu ersehen, so wäre eine Auflösung derselben überflüssig und nur ein zweckloser Umweg, der zur Beantwortung der gestellten Frage Nichts beiträgt. Weil aber diese unmittelbare Einsicht in der Regel nicht möglich ist, so wird man sich bemühen müssen durch gewisse Operationen diesen Zweck zu erreichen. Die Methode nun, welche durch ein regelmässiges Verfahren zu dieser Einsicht führt, die bei dem unmittelbaren Betrachten der Gleichung noch nicht möglich ist, belegen wir mit dem Namen einer Auflösungsmethode. Indem wir hier von dem praktischen Werthe ausgehen, werden wir eine Auflösungsmethode an und für sich verwerfen, wenn sie für die Unbekannte zwar einen Genüge leistenden Ausdruck liefert, aber in einer Gestalt, die ihre wissenswerthen Eigenschaften ebenso oder vielleicht noch in einem grössern Masse verhüllt, als die Gleichung selber. Wir haben schon einen solchen Fall erwähnt, nämlich die Cardanische Formel für die Gleichung des dritten und die ihr ähnliche für jene des vierten Grades.

Wir werden daher keineswegs zunächst auf geschlossene Formen der Wurzeln Jagd machen, und es können unendliche Reihen für uns denselben und mitunter einen höheren Werth besitzen, wenn sie die leichte Beantwortung der gestellten Fragen ermöglichen. Die Auflösung einer Gleichung wird eher als ein Discutiren der wichtigen Eigenschaften der Genüge leistenden Werthe anzusehen sein. Ein

solches Discutiren lässt sich, der Natur der Sache nach, nicht mit einem einzigen Schlage vollenden, sondern zerfällt in eine Anzahl von Partialuntersuchungen, und zwar in eine um so grössere Anzahl, je mehr verschiedene Eigenschaften zu erörtern sind, je complicirter das Problem ist. Es genügt desshalb nicht, die Wurzeln einer Gleichung in einer einzigen Form darzustellen, sondern man ist genöthigt, sie sich in mehreren verschiedenen Formen zu verschaffen, weil eine jede einzelne Form nur eine einzige Eigenschaft aufzuklären vermag und über alle übrigen Eigenschaften gar keinen Aufschluss gibt. Nur in den allereinfachsten Fällen genügt es, die Wurzel in einer einzigen Form zu besitzen.

In den hier erwähnten beiden Problemen sind die Genüge leistenden Werthe Functionen einer einzigen Grösse a; und die Auflösungsmethode hat demnach alle wichtigen Eigenschaften solcher Functionen aufzudecken. Man erreicht diesen Zweck folgendermassen:

Erstens: Man entwickelt die Genüge leistenden Functionen in Form einer absteigenden nach Potenzen von a geordneten Reihe und erhält hierdurch über das Verhalten derselben für sehr grosse Werthe von a Aufschluss, diese Form ist desshalb auch die assymptotische.

Zweitens: Man eruirt alle jene endlichen Werthe von a, für welche eine Unterbrechung der Stetigkeit eintritt.

Drittens: Man entwickelt die Genüge leistenden Werthe in Reihenform, aufsteigend geordnet nach Potenzen einer Grösse: $\text{a} = a - \alpha$, wo α eine ganz beliebige, aber bestimmte Zahl bedeutet. Diese Entwickelungsweise ist jedoch vorzugsweise nur für jene Werthe von α einzuleiten, welche der Unterbrechung der Stetigkeit entsprechen. Man gelangt dadurch zur Kenntniss aller Nenner und Irrationalgrössen, die in den Genüge leistenden Functionen erscheinen und ist dadurch oft im Stande, eine einfache geschlossene Form für dieselben aufzufinden. Die aufsteigende Entwickelung für andere Werthe von α, für welche keine Unterbrechung der Stetigkeit stattfindet, ist jedoch von sehr untergeordnetem Nutzen, denn sie liefert keine auffallende Eigenschaft, weil bekanntlich jede Function in dem Bereiche der Stetigkeit auf diese Form gebracht werden kann; sie ist daher am wenigsten geeignet eine Function zu charakterisiren.

Wir haben hiermit ganz offen bekannt, dass die in Rede stehende Auflösungsmethode vorzüglich auf Reihenentwickelungen basirt und

dass geschlossene Formen nur nebenher gesucht werden, wenn die eingeleiteten Entwickelungen auf solche hinweisen. Es steht zu erwarten, dass dieses offene Geständniss bei den meisten Lesern, statt als eine Anempfehlung dieser neuen Auflösungsmethode zu gelten, gerade das Gegentheil bewirken dürfte. Die Mehrzahl der mathematischen Welt sieht in Reihenentwickelungen Nichts, als ein unbequemes Verfahren und entschliesst sich erst dann dazu, wenn geschlossene Formen durchaus den Dienst versagen. Bei vielen Lesern mag sogar der Zweifel rege werden, ob denn doch diese Auflösungsmethode etwas Neues sei, denn bekanntlich ist man mittelst der Taylor'schen und Mac-Laurin'schen Reihe schon seit langer Zeit im Stande, explicite und implicite Functionen aufsteigend zu entwickeln, und man weiss sehr gut, dass diese Entwickelungsweise von keinem besondern Nutzen sei und über die wichtigen Eigenschaften keinen Aufschluss ertheile, weil jede stetige Function auf diese Form gebracht werden kann. Wir führen diese Einwendungen hier absichtlich an, weil wir aus eigener Erfahrung wissen, dass dieses eine ziemlich verbreitete Meinung sei, und sehen uns daher verpflichtet etwas näher darauf einzugehen.

Vor Allem muss man einen Unterschied machen zwischen auf- und absteigenden Reihenentwickelungen. Bisher war es nur möglich, die Wurzeln einer Gleichung aufsteigend zu entwickeln; die absteigende Entwickelung war bisher unbekannt. Die aufsteigende Entwickelung liefert wohl keinen bedeutenden Aufschluss über die Functionen; die absteigende Entwickelung hingegen lehrt eine sehr wichtige Eigenschaft erkennen, weil sie über das Verhalten derselben für sehr grosse Werthe der Variablen Aufschluss ertheilt. Die aufsteigende Entwickelung war bisher nur für jene Fälle bekannt, in welcher die Mac-Laurin'sche Formel Anwendung verstattet, und die Genüge leistende Function in der Form erscheint:

$$\varphi(a) = h_0 + h_1 (a-\alpha) + h_2 (a-\alpha)^2 + \ldots$$

aber nicht mehr für solche Werthe von α, welche eine Unterbrechung der Stetigkeit herbeiführen und demnach die Mac-Laurin'sche Formel ausser Wirksamkeit setzen, weil dann auch Glieder mit Potenzen von $(a-\alpha)$ aufzunehmen sind, welche negative und gebrochene Exponenten besitzen. Die aufsteigende Entwickelung konnte bisher nur für jene Fälle eingeleitet werden, welche keinen Aufschluss ertheilen, während gerade die Ausnahmsfälle die grössere Wichtigkeit besitzen. Hierzu war es aber einerseits nothwendig, diese speciellen Werthe

von α zu kennen, anderseits aber, für dieselben die aufsteigende Reihenentwickelung durchzuführen. Beides gehörte bisher zu den Unmöglichkeiten. Der früher erwähnte Vorwurf trifft daher gerade nur jene aufsteigenden Reihenentwickelungen, welche wir eben als am wenigsten nutzbringend bezeichnet haben. Wir haben die volle Überzeugung, dass diese Auflösungsmethode nur allmählich sich Geltung verschaffen werde, wenn über den eigentlichen Zweck der Auflösung eine klare Vorstellung Platz gegriffen hat und man zur Überzeugung wird gelangt sein, dass sie Alles leiste, was man vernünftigerweise zu fordern berechtigt ist.

Erstes Problem: Auflösung einer Gleichung mit zwei Buchstabengrössen x und a.

Die gegebene Gleichung denken wir uns in der Form:

$$S\,[H a^{\mathfrak{a}}\, x^{\mathfrak{x}}] = 0,$$

also ihren ersten Theil als ein Polynom, bestehend aus Gliedern von der Form $Ha^{\mathfrak{a}}x^{\mathfrak{x}}$, wo $H, \mathfrak{a}, \mathfrak{x}$ bestimmte Zahlwerthe bedeuten. Bekanntlich kann jede algebraische Gleichung durch Wegschaffen der Irrationalgrössen und Nenner auf diese Form gebracht werden, wobei noch überdies die Exponenten $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{x}$ ganze positive Zahlenwerthe besitzen. Die hier vorausgesetzte Form wird daher keinesweges die Auflösungsmethode auf ganze und rationale algebraische Gleichungen beschränken, sondern allgemeine Anwendbarkeit besitzen auf wie immer gestaltete algebraische Gleichungen. Die Auflösung dieser Gleichung wird, wie schon erwähnt worden, durch drei verschiedene Untersuchungen bewerkstelligt, nämlich:

1. Durch die absteigende nach Potenzen von a geordnete Entwickelung von x.

2. Durch die aufsteigende Entwickelung von x nach Potenzen einer beliebigen Grösse $a - \alpha = \mathfrak{a}$ geordnet.

3. Durch Bestimmung aller jener Zahlenwerthe α, welche einer Unterbrechung der Stetigkeit entsprechen.

1. Absteigende Entwickelung von x.

Man denke sich hier die Unbekannte $x = \varphi(a)$ in der Gestalt:

$$x = \varphi(a) = h_0\, a^{\xi_0} + h_1 . a^{\xi_1} + h_2\, a^{\xi_2} + \ldots$$

wobei zwischen den Exponenten ξ die Relationen:

$$\xi_0 > \xi_1 > \xi_2 > \ldots.$$

bestehen; und es handelt sich um die Bestimmung der Zahlenwerthe von ξ_0, h_0, ξ_1, h_1, ξ_2, h_2. . . . Bei der Bestimmung dieser Grössen befolgt man die hier angegebene Ordnung und verschafft sich auf solche Weise die einzelnen Glieder in ihrer natürlichen Reihenfolge.

Man beginnt mit der Bestimmung des Anfangsgliedes $h_0 a^{\xi_0}$ und schreitet dann zur Bestimmung der Folgeglieder. Die Bestimmung des Anfangsgliedes erheischt zwei getrennte Untersuchungen, nämlich die Bestimmung des Exponenten ξ_0 und jene des Coëfficienten h_0.

Die Bestimmung des Exponenten ξ_0 hängt von einer ganz eigenthümlichen Untersuchung ab, von der wir, ohne weitläufig zu werden, nur durch eine geometrische Construction eine klare Darstellung zu geben vermögen. Hieraus folgt jedoch keinesweges, dass man bei der Auflösung einer Gleichung in Wirklichkeit den Zirkel zur Hand zu nehmen und diese geometrische Construction auszuführen genöthigt sei; es besteht im Gegentheile eine sehr einfache analytische Regel, die ohne alle Zeichnung zu den verlangten Werthen von ξ_0 führt, und die geometrische Construction hat eben nur den Zweck, von dieser Regel eine klare Darstellung zu geben. Sie besteht in Folgendem:

Man bilde, einem jeden einzelnen Gliede $Ha^{\alpha}x^{r}$ des Gleichungspolynoms entsprechend, eine Gleichung:

$$\eta = \alpha + r\xi$$

und denke sich eine jede derselben geometrisch construirt, indem man ξ und η als Abscisse und Ordinate eines Punktes auf der Ebene trachtet. Weil diese Gleichungen alle vom ersten Grade nach ξ und η sind, so liefern sie gerade Linien. Solcher geraden Linien sind so viele zu verzeichnen, als Gleichungen des ersten Grades zwischen ξ und η bestehen, also so viele, als im Gleichungspolynome Glieder erscheinen und man erhält daher ein ganzes System solcher sich verschiedentlich durchschneidender Linien. Es besteht nun ein gewisser Theil der Ebene, der oberhalb aller dieser Linien liegt, so zwar, dass die in irgend einem beliebigen Punkte der Abscissenaxe errichtete Ordinate, nach aufwärts verlängert, zuerst alle Linien des verzeichneten Systems der Reihe nach trifft und dann erst in den erwähnten, oberhalb gelegenen Bereich der Ebene gelangt, der die Punkte

in sich fasst, welche für dasselbe ξ grössere Ordinaten η besitzen, als alle geraden Linien. Dieser Bereich der Ebene stellt ein Polygon dar, welches nach oben unbegrenzt, und nur nach unten zu von gewissen Stücken der verzeichneten Linien begrenzt ist, die in Ecken aneinanderstossen. Die diesen Eckpunkten entsprechenden Abscissen sind die verlangten Werthe von ξ_0. Die Anzahl der verschiedenen Werthe von ξ_0 stimmt daher mit der Anzahl der Ecken des Polygons zusammen. Diese geometrische Zeichnung dient aber nicht blos zur Eruirung der Werthe von ξ_0, sondern auch zur Bestimmung der zugehörigen Coëfficienten h_0. Der Eckpunkt, welcher ξ_0 als Abscisse besitzt, erscheint nämlich als Durchschnittspunkt zweier, gelegentlich auch mehrerer geraden Linien des verzeichneten Systems, und bezeichnet dadurch gewisse Glieder des Gleichungspolynoms, welche eben diesen Linien correspondiren. Man substituirt nun in die Summe der auf solche Weise bezeichneten Glieder des Gleichungspolynoms, die wir mit:

$$\Sigma\ [Ha^{a}\, x^{r}]$$

andeuten wollen, $a = 1$, $x =$ h, und setzt diesen Ausdruck der Nulle gleich, so erhält man eine Gleichung:

$$\Sigma\ [Hh^{r}] = 0,$$

welche nur eine einzige Unbekannte h enthält, und nach derselben aufgelöst, die Werthe von h_0 gibt, die dem erwählten Werthe ξ_0 entsprechen. Die Construction dieser Gleichung muss für jeden der Werthe ξ_0 eigens vorgenommen werden und man findet so alle möglichen Combinationen von ξ_0 und h_0, welche dem Anfangsgliede $h_0 a^{\xi_0}$ entsprechen, somit auch alle möglichen Anfangsglieder. Die Bestimmungsgleichung für h_0 kann sowohl vom ersten, als auch von höherem Grade sein und sie liefert daher zu einem bestimmten Exponenten ξ_0 entweder nur ein einziges h_0, oder deren mehrere. In der Regel ist diese Gleichung eine binomische, und ihre Auflösung daher nur mit geringer Mühe verknüpft; allein auch in den ungünstigeren Fällen, wo die binomische Form nicht Platz greift, ist ihre Auflösung von keiner Schwierigkeit, nur wird man mitunter zur approximativen Bestimmung seine Zuflucht nehmen müssen. Auf solche Weise gelangt man zu einer Reihe von verschiedenen Anfangsgliedern $h_0 a^{\xi_0}$.

Zu diesem Verfahren kann man auf sehr verschiedene Weise gelangen. In dieser Abhandlung ist dasselbe direct abgeleitet, unab-

hängig von den Lehrsätzen der allgemeinen Theorie der algebraischen Gleichungen, indem nur die Bedingungen erörtert werden, unter welchen bei der Substitution einer absteigend geordneten, mit dem Anfangsgliede $h_0 a^{\xi_0}$ beginnenden Reihe, anstatt x in das Gleichungspolynom eine Reduction der höchsten Glieder auf Null in dem Substitutions-Resultate erfolgt. Es zeigt sich, dass hierzu zwei Bedingungen erforderlich sind, nämlich: erstens, dass das höchste Glied des Substitutions-Resultates sich aus zwei oder mehreren Bestandtheilen zusammensetzt, die dieselbe höchste Potenz von a enthalten und daher eine Reduction verstatten, und zweitens, dass bei dieser Reduction ein völliges Verschwinden derselben eintritt. Die erste dieser Bedingungen bestimmt ξ_0, die zweite h_0.

Die Folgeglieder, welche zu einem bestimmten Anfangsgliede $h_0 a^{\xi_0}$ gehören, ergeben sich durch ein regelmässiges Verfahren. Meistentheils unterscheiden sich nämlich die verschiedenen Auflösungen einer Gleichung schon in dem ersten Gliede von einander, so dass mit der Bestimmung der Anfangsglieder alle Auflösungen von einander isolirt sind. Findet dieser gewöhnliche Fall Statt, so gehört zu einem bestimmten Anfangsgliede $h_0 a^{\xi_0}$ nur eine einzige Reihe von Folgegliedern. Man findet dieselben der Reihe nach durch folgendes sehr einfache Rechnungsverfahren. Man substituirt das bekannte Anfangsglied $h_0 a^{\xi_0}$ anstatt x in das Gleichungspolynom, ordnet das Substitutions-Resultat absteigend nach a und multiplicirt dann das erste, höchste Glied mit einem bestimmten Factor. Man gelangt auf diese Weise zu dem ersten Folgegliede $h_1 a^{\xi_1}$. Das zweite Folgeglied $h_2 a^{\xi_2}$ ergibt sich auf eine ähnliche Weise, indem man anstatt x den bereits ermittelten Bestandtheil $h_0 a^{\xi_0} + h_1 a^{\xi_1}$ substituirt, und das erste Glied des gehörig geordneten Substitutions-Resultates mit demselben Factor multiplicirt. Man verfährt so fort und erhält der Reihe nach die Folgeglieder zu dem erwählten Anfangsgliede $h_0 a^{\xi_0}$ in einer beliebigen Anzahl. Der Factor, mit welchem das höchste Glied der Substitutions-Resultate zu multipliciren ist, lässt sich aus der Summe der bezeichneten Glieder:

$$\Sigma \left[H a^{\alpha} x^{r} \right]$$

durch eine sehr einfache Regel ableiten; er ist nämlich:

$$- \frac{1}{\Sigma \left[H \lambda \, h_0^{r-1} \, a^{\alpha + (r-1)} \right]}.$$

Meistentheils lässt sich das zur Bestimmung der Folgeglieder dienende Verfahren ins Unendliche wiederholen, und man erhält daher eine unendliche Reihe für x; nur selten bricht diese Reihe ab, indem bei einem gewissen Folgegliede das Substitutions-Resultat den Werth Null erhält, wodurch der Beweis geliefert ist, dass die erhaltenen Glieder die Wurzel x bereits vollständig zusammensetzen.

Das erwähnte Verfahren besitzt nur so lange seine Gültigkeit, als das Anfangsglied $h_0\, a^{\xi_0}$ einer einzigen Wurzel x zukommt; ist hingegen dasselbe zweien oder mehreren Wurzeln gemeinschaftlich, was sich dadurch kund gibt, dass h_0 eine wiederholte Wurzel der Bestimmungsgleichung:

$$\Sigma\,[B h^r] = 0,$$

ist, so hat an seine Stelle ein anderes, etwas complicirteres Verfahren zu treten. Man findet nämlich dann die Folgeglieder nicht mehr durch Auflösung einer Gleichung des ersten Grades, sondern aus einer höheren, und dieses complicirtere Verfahren ist so lange zu wiederholen, bis man eine genügende Anzahl von Gliedern bestimmt hat und endlich zu demjenigen gelangt, in welchem die Auflösungen sich von einander unterscheiden. Ist man so weit gekommen, so ist die Wurzel wieder vollkommen isolirt und die nächstfolgenden Glieder ergeben sich durch das frühere einfache Verfahren.

Da die absteigende Entwickelung meistentheils zu unendlichen Reihen führt und daher die Wurzel nur in einer gewissen Anzahl von Gliedern, also nur annäherungsweise liefert; so hat man nach dem Abbrechen der Entwickelung noch das Ergänzungsglied zu bestimmen, d. h. man hat die Summe der ausgelassenen Glieder innerhalb zweier Grenzwerthe einzuschliessen. Es geschieht dies hier in ähnlicher Weise, wie bei dem Wurzelausziehen.

2. Aufsteigende Entwickelung von x nach einer beliebigen Grösse $a - \alpha = \mathrm{a}$.

Man ordnet zu diesem Zwecke das Gleichungs-Polynom nach der Grösse $\mathrm{a} = a - \alpha$, und bringt es auf die Form:

$$\mathrm{S}\,[\mathrm{H}\,\mathrm{a}^a\, x^r] = 0.$$

Hier wird x vorausgesetzt in der Form:

$$x = h_0\, \mathrm{a}^{\xi_0} + h_1\, \mathrm{a}^{\xi_1} + h_2\, \mathrm{a}^{\xi_2} + \ldots$$

und zwischen den Exponenten ξ die Relation

$$\xi_0 < \xi_1 < \xi_2 < \ldots$$

angenommen.

Diese Entwickelungsweise besitzt grosse Ähnlichkeit mit der früher erwähnten. Man beginnt gleichfalls mit der Bestimmung des Anfangsgliedes $h_0 a^{\xi_0}$ und zuvörderst mit der Bestimmung von ξ_0. Hierzu führt eine ähnliche Untersuchung wie früher, wenn man will, eine geometrische Construction. Man bildet nämlich zuerst die Gleichungen von der Gestalt:

$$\eta = \mathfrak{a} + \mathfrak{x}\xi,$$

construirt das System von geraden Linien, und sucht nun anstatt des oberhalb gelegenen unendlichen Polygons, das unterhalb liegende, welches die Punkte mit durchaus kleineren Ordinaten in sich begreift. Die Ecken dieses Polygons liefern einerseits durch ihre Abscissen die Werthe ξ_0, andererseits bezeichnet jede derselben gewisse Glieder des Gleichungs-Polynoms, aus deren Summe sich durch die Substitutionen $a = 1$, $x = h_0$ die Bestimmungsgleichungen für h_0 ergeben. Mit der Bestimmung der Anfangsglieder $h_0\ a^{\xi_0}$ ist auch hier die eigentliche Schwierigkeit behoben, denn die Folgeglieder werden auf genau dieselbe Weise, wie bei der absteigenden Entwickelung, gefunden, mit dem einzigen Unterschiede, dass die Substitutionsresultate aufsteigend zu ordnen sind, und das nunmehr erste Glied nach a vom niedrigsten Grade ist. Auch hier gelangt man in der Regel zu unendlichen Reihen und ist daher genöthigt zum Schlusse die Bestimmung des Ergänzungsgliedes vorzunehmen.

Die aufsteigende Entwickelung von x führt in der Regel zu der Form:

$$x = h_0 + h_1\ a + h_2\ a^2 + \dots\dots \tag{1}$$

und nur für entsprechend gewählte α kann eine Abweichung von dieser Normalform eintreten, und dies ist nicht eine Eigenschaft, die den Wurzeln einer algebraischen Gleichung allein zukommt, denn es ist bekanntlich diese Form allen Functionen ohne Ausnahme eigen. Jede wie immer gestaltete Function lässt sich mittelst der Mac-Laurin'schen Formel in eine Reihe von dieser Gestalt entwickeln, wenn man nicht zufälligerweise einen speciellen Werth von α erwählt, für den diese Form ihre Gültigkeit verliert. Dieser Umstand macht es eben, dass die aufsteigende Reihenentwickelung nur von sehr untergeordnetem Werthe ist für diesen Zweck, wo es sich um Unterscheidung der Functionen von einander handelt, vermittelst gewisser Eigenschaften die ihnen eigenthümlich zukommen; während sie in anderen Fällen, wo es

sich um die allgemeinste Form einer Function und Ausseracbtlassung aller speciellen Eigenschaften handelt, wie z. B. bei Existenzbeweisen, vor allen übrigen den Vorzug verdient. Die aufsteigende Entwickelung wird demnach nur sehr selten einzuleiten sein, ausser eben für jene speciellen Werthe von α, welchen eine andere Form als die (1), oder mit anderen Worten, welchen eine Unterbrechung der Stetigkeit entspricht. Entwickelt man für solche specielle Werthe von α, so kann man der aufsteigenden Reihenentwickelung ihren Werth nicht absprechen, denn sie allein ist im Stande, gewisse Eigenschaften der Wurzeln aufzudecken. Es erscheinen nämlich in einem solchen Falle in der Reihe auch Glieder mit negativen oder mit gebrochenen Exponenten und man erfährt auf diese Weise, dass a im Nenner oder unter einem Wurzelzeichen erscheint.

Est ist daher hier unter der aufsteigenden Entwickelung vorzugsweise jene zu verstehen, die vermittelst der Mac-Laurin'schen Formel nicht eingeleitet werden kann. Um aber diese Entwickelung zu vollführen, muss vorerst die Grösse a, also der Werth α ermittelt werden, der eine solche Aufschluss gebende Form zu liefern im Stande ist, und wir sehen uns auf einem ganz natürlichen Wege zur folgenden Untersuchung geführt:

3. Bestimmung der einer Unterbrechung der Stetigkeit entsprechenden Werthe α.

Diese Werthe α bewirken, dass die aufsteigend nach a geordnete Reihenentwickelung statt der gewöhnlichen Form (1) eine andere liefert, in welcher a mit negativen oder gebrochenen Exponenten versehen erscheint. Die Bestimmung dieser Werthe von α zerfällt demnach in zwei Theile, nämlich:

a) in die Bestimmung jener Werthe von α, welche negative Exponenten von a herbeiführen, und

b) in die Bestimmung jener Werthe von α, welche zwar nur lauter positive Exponenten von a aber darunter auch gebrochene zur Folge haben.

Die erste dieser beiden Untersuchungen erfordert die Auflösung einer Zahlengleichung. Man bringt nämlich das Gleichungs-Polynom auf die Form:

$$S\,[f_r(a)\,x^r] = 0,$$

indem man nach Potenzen von x ordnet, und alle mit derselben Potenz von x versehenen Glieder zusammenfasst; $f_r\,(a)$ bedeutet hier das, was man gewöhnlich als Gleichungs-Coëfficienten bezeichnet, und stellt ein Polynom vor, bestehend aus Gliedern $H\,a^a$. Nun setzt man den Coëfficienten $f_m\,(a)$ von der höchsten Potenz x^m der Nulle gleich, und löst die so erhaltene Zahlengleichung:

$$f_m\,(a) = 0$$

auf. Ihre Wurzeln:

$$\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3\ \ldots\ldots\ \alpha_r$$

sind die unstetig machenden Werthe der ersten Gattung. Entwickelt man für irgend eine derselben aufsteigend nach $\mathrm{a} = a - \alpha$, so beginnt die Reihenentwickelung mit einem Anfangsgliede:

$$h_0\,\mathrm{a}^{\xi_0} = h_0\,(a-\alpha)^{-k},$$

welches einen negativen Exponenten $\xi_0 = -k$ aufweist. Man erfährt auf solche Weise, dass diese Wurzel einen Nenner $(a-\alpha)^k$ besitzt, und daher bei dem Übertritte von kleineren Werthen von a zu grösseren für $a = \alpha$ durch Unendlich hindurchgeht. Diese Untersuchung liefert daher gleichfalls gewisse Assymptoten, nämlich jene, die in dem Bereiche endlicher Werthe von a existiren.

Die zweite Untersuchung, welche jene Werthe α liefern soll, für die in irgend einem späteren Gliede der aufsteigenden Reihenentwickelung ein gebrochener Exponent ξ auftritt, erfordert die Auflösung eines Systemes von zwei Zahlengleichungen. Man denke sich nämlich zu der ursprünglich gegebenen Gleichung noch eine zweite, durch einmaliges Differenziren nach x daraus abgeleitete hinzugefügt und dieses System von zwei Gleichungen nach a aufgelöst, so erhält man eine Anzahl von Werthen:

$$\alpha'\ \alpha''\ \alpha'''\ \ldots\ldots\ \alpha^{(s)},$$

ihnen entsprechen die Grössen:

$$\mathrm{a}' = a-\alpha',\ \mathrm{a}'' = a-\alpha'',\ \ldots\ldots\ \mathrm{a}^{(s)} = a-\alpha^{(s)}.$$

Entwickelt man aufsteigend nach Potenzen einer beliebigen dieser Grössen, so werden mitunter in einigen oder auch in allen Wurzeln x Glieder erscheinen, welche gebrochene Exponenten aufweisen und dadurch eine in den Wurzeln enthaltene Irrationalgrösse $\sqrt[p]{a-\alpha}$ zu erkennen geben. Es gibt jedoch auch Fälle, wo keine

gebrochenen Exponenten erscheinen und demnach der entsprechende Werth α kein unstetig machender ist. Die durch Auflösung dieses Systemes von zwei Gleichungen gewonnenen Werthe α sind daher diejenigen, welchen muthmasslich Irrationalgrössen entsprechen können. Ob aber dies wirklich der Fall ist oder nicht, kann erst die aufsteigende, hinlänglich weit fortgesetzte Reihenentwickelung entscheiden. Mit diesen drei Untersuchungen ist das Wissenswerthe über die Eigenschaften der Genüge leistenden Functionen vollkommen erledigt, denn alle übrigen Fragen, die noch von Werth wären, beziehen sich auf specielle Werthe von a und x, oder deutlicher gesprochen auf vereinzelte Punkte der ebenen Curve. Ihre Beantwortung hängt von der Auflösung eines Systemes von Zahlengleichungen ab. Diese Untersuchung leistet noch mehr, denn sie liefert durch geeignete Transformationen die Wurzeln in günstigen Fällen auch in geschlossener Form, nämlich durch Combination gewisser Irrationalausdrücke. Die dazu erforderlichen Rechnungsentwickelungen sind bisweilen sehr einfach, so dass man mit leichter Mühe die geschlossene Form finden kann, in anderen Fällen aber sehr complicirt. Die Entscheidung dieser Frage, ob geschlossene Formen durch Combinationen von Irrationalausdrücken herbeigeführt werden können und welche es seien, würde einen eigenen Abschnitt dieser Auflösungsmethode bilden, aber nicht die geringste Ähnlichkeit besitzen mit den bekannten geschlossenen Auflösungen für Gleichungen bis zum vierten Grade, denn hier nimmt man fortwährend Rücksicht auf die Form der Coëfficienten der Gleichung, während dort gerade das Gegentheil stattfindet. Die hier erwähnte Möglichkeit geschlossener Formen steht auch in keinem Widerspruche mit den Unmöglichkeitsbeweisen geschlossener Wurzelformeln für Gleichungen vom fünften Grade angefangen.

Da die hier gegebene Exposition der Auflösungsmethode hie und da wegen der gedrängten Kürze, die hier beobachtet werden musste, für den Leser noch unklare Stellen aufweisen dürfte, so wollen wir schlüsslich versuchen durch ein Beispiel diese Punkte aufzuhellen. Wir erwählen hierzu die Gleichung

$$\begin{aligned}(50a^3+20a+2)\,x^4&+(-75a^4+220a^3-28a^2-40a-5)\,x^3+\\&+(-300a^5+230a^4-72a^3-16a^2-6a+20)\,x^2+\\&+(\quad 27a^3-117a^2+135a-45)\,x+\\&+(\quad 108a^4-234a^3+198a^2-90a+18)=0.\end{aligned}\qquad(2)$$

1. Absteigende Entwickelung.

Die Regel schreibt vor, ein System von geraden Linien zu verzeichnen, die aus den einzelnen Gliedern zu bilden sind. Es wären ihrer hier 23 an der Zahl. Hier genügt es jedoch, von ihnen nur 5 zu betrachten, nämlich die:

$$\begin{aligned}\eta &= 2 + 4\xi \\ \eta &= 4 + 3\xi \\ \eta &= 5 + 2\xi \\ \eta &= 3 + \xi \\ \eta &= 4\end{aligned}$$

diejenigen nämlich, die aus den mit der höchsten Potenz von a verknüpften Gliedern der Gleichungs-Coëfficienten hervorgehen. Alle übrigen können aus jeder weiteren Untersuchung ausgelassen werden, weil sie zu einer dieser Linien parallel und unter derselben verlaufen, und daher keinesfalls zur Begrenzung des oberhalb gelegenen Polygons beitragen können.

Verzeichnet man diese fünf geraden Linien, so zeigt sich, dass nur vier derselben die Begrenzung des fraglichen Polygons zusammensetzen helfen, während die fünfte im ganzen Verlaufe unterhalb desselben bleibt und keinen Bestandtheil der Begrenzungslinie abgibt.

Die Begrenzungslinie des Polygons setzt sich nämlich zusammen aus vier Polygonseiten. Die erste erstreckt sich von $\xi = -\infty$ bis $\xi = -\frac{1}{2}$ und gehört der Linie $\eta = 4$ an; an diese stösst eine Polygonseite, welche von $\xi = -\frac{1}{2}$ bis $\xi = 1$ sich ausdehnt und ein Stück der Geraden $\eta = 5 + 2\xi$ ist; an diese reiht sich das von $\xi = 1$ bis $\xi = 2$ reichende Stück der Geraden $\eta = 4 + 3\xi$, und den Beschluss macht die Linie $\eta = 2 + 4\xi$, die für den ganzen übrigen Bereich von $\xi = 2$ bis $\xi = +\infty$ die Begrenzung bildet. Die Linie $\eta = 3 + \xi$ nimmt daran gar keinen Theil sondern verläuft durchaus unterhalb des Polygons.

Man findet daher drei Ecken und die ihnen entsprechenden Abscissen: $\xi = -\frac{1}{2}$, 1, 2 sind die Werthe, die dem ξ_0 ertheilt werden können.

Der nächste Schritt bezweckt die Ermittlung der zugehörigen Coëfficientenwerthe h_0. Man verfährt dazu folgendermassen: Dem

Werthe $\xi_0 = -\frac{1}{2}$ entsprechen die Linien: $\eta = 4$ und $\eta = 5 + 2\xi$ als die sich dort schneidenden und es sind demnach die Glieder:

$$108\,a^4 - 300\,a^5 x^2$$

dadurch bezeichnet. Durch die Substitutionen $a = 1$, $x = h_0$ geht die Bestimmungsgleichung

$$108 - 300\,h_0^2 = 0$$

hervor und liefert zwei Werthe für h_0, nämlich

$$h_0 = \frac{3}{5} \quad \text{und} \quad h_0 = -\frac{3}{5}.$$

Auf gleiche Weise findet man dem $\xi_0 = 1$ und $\xi_0 = 2$ entsprechend die Bestimmungsgleichungen

$$-300\,h_0^2 - 75\,h_0^3 = 0$$
$$-\ 75\,h_0^3 + 50\,h_0^4 = 0$$

und die Werthe

$$h_0 = -4$$
$$h_0 = \frac{3}{2}.$$

Die Anfangsglieder der Auflösungen sind daher folgende vier:

$$x_0 = \frac{3}{2}\,a^2$$
$$x_0 = -4a$$
$$x_0 = \frac{3}{5}\,a^{-\frac{1}{2}}$$
$$x_0 = -\frac{3}{5}\,a^{-\frac{1}{2}}.$$

Man erfährt, dass die Gleichung vier Auflösungen besitzt, die sich schon in den Anfangsgliedern von einander unterscheiden. Mit der Bestimmung der Anfangsglieder ist hier die Trennung der Wurzeln schon erfolgt, und die weitere Berechnung bezieht sich nur immer auf eine einzige Wurzel, diejenige nämlich, die durch das erwählte Anfangsglied bezeichnet ist.

Schreiten wir nun zur Bestimmung der Folgeglieder, die zu dem Anfangsgliede $\frac{3}{2}\,a^2$ gehören. Zu diesem Zwecke hat man $x = \frac{3}{2}\,a^2$ anstatt x in das Gleichungs-Polynom zu substituiren und das Substitutionsresultat absteigend nach Potenzen von a zu ordnen. Bezeichnen wir das Gleichungs-Polynom mit $F(x)$, also das Substitutions-Resultat mit $F\left(\frac{3}{2}\,a^2\right)$, so finden wir:

$$F\left(\frac{3}{2}a^2\right) = \frac{1}{16}\Big[2700a^9 + 6930a^8 - 4752a^7 - 846a^6 + 432a^5 - \\ - 360a^4 - 504a^3 + 2088a^2 - 1440a + 288\Big]$$

Das höchste Glied desselben soll man nun mit einem gewissen Factor multipliciren, nämlich mit:

$$-\frac{8}{1350a^8}. \tag{3}$$

Dieser Factor wird aus der durch $\xi_0 = 2$ bezeichneten Gliedersumme

$$-75a^4x^3 + 50a^2x^4$$

abgeleitet; man differenzirt nämlich diesen Ausdruck einmal nach x, in das so erhaltene Binom

$$-225a^4x^2 + 200a^2x^3$$

substituirt man nun $x = \frac{3}{2}a^2$, und gewinnt so

$$\frac{1}{8}\,1350a^8.$$

Der mit entgegengesetztem Zeichen genommene reciproke Werth desselben:

$$-\frac{8}{1350a^8}$$

ist der gesuchte Factor. Multiplicirt man mit diesem das höchste Glied $\frac{1}{16}\,2700a^9$, so findet man das Folgeglied: $-a$ und die hier betrachtete Auflösung ist, in ihren zwei ersten Gliedern bekannt, folgende:

$$x = \frac{3}{2}a^2 - a + \ldots$$

Die Summe dieser zwei Glieder substituirt man nun wieder anstatt x in das Gleichungs-Polynom, und findet so:

$$F\left(\frac{3}{2}a^2 - a\right) = \frac{1}{16}\Big[-1350a^8 - 1440a^7 + 4386a^6 - 1716a^5 - \\ - 448a^4 + 392a^3 + 248a^2 - 720a + 288\Big].$$

und erhält durch Multiplication des höchsten Gliedes:

$$-\frac{1}{16}\,1350a^8$$

mit dem bekannten Factor (3) das nächste Folgeglied gleich $\frac{1}{2}$. Nun hat man x in drei Gliedern entwickelt:

$$x = \frac{3}{2} a^2 - a + \frac{1}{2} + \ldots$$

Durch Substitution desselben findet man:

$$F\left(\frac{3}{2} a^2 - a + \frac{1}{2}\right) = 0$$

und ersieht hieraus, dass

$$x = \frac{3}{2} a^2 - a + \frac{1}{2} \tag{4}$$

schon der complete Wurzelwerth ist. Die Reihenentwickelung schliesst sich also hier von selbst und alle späteren Glieder würden bei fortgesetzter Approximation sich als Nullen herausstellen.

In ganz gleicher Weise findet man die übrigen drei Wurzeln. Eine derselben ist gleichfalls geschlossen, die beiden andern aber sind unendliche Reihen. Sie sind folgende:

$$x = -4a + 2$$

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{3}{5} a^{-\frac{1}{2}} - \frac{21}{50} a^{-\frac{3}{2}} + \frac{9}{1000} a^{-\frac{5}{2}} - \frac{357}{10000} a^{-\frac{7}{2}} + \ldots \\ x &= -\frac{3}{5} a^{-\frac{1}{2}} + \frac{21}{50} a^{-\frac{3}{2}} - \frac{9}{1000} a^{-\frac{5}{2}} + \frac{357}{10000} a^{-\frac{7}{2}} - \ldots \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

2. Bestimmung der Werthe α, welche einer Unterbrechung der Stetigkeit entsprechen.

a. Bestimmung jener Werthe α, welchen ein negativer Exponent ξ_0 im Anfangsgliede der aufsteigenden Reihenentwickelung entspricht, oder mit anderen Worten, Bestimmung der einfachen Factoren $a - \alpha$ die im Nenner der Wurzeln erscheinen.

Man findet diese Werthe α durch Auflösung der Zahlengleichung:

$$50 a^2 + 20 a + 2 = 0,$$

indem man den Coëfficienten der höchsten Potenz von x, nämlich von x^4, der Nulle gleichsetzt. Sie liefert einen einzigen Werth:

$$\alpha = -\frac{1}{5}$$

und wir schliessen hieraus, dass nur für $a = \alpha + \frac{1}{5}$ die Entwickelung mit einem Anfangsgliede beginnen könne, welches einen negativen Exponenten ξ_0 besitzt und dass für $\alpha = -\frac{1}{5}$ eine oder mehrere Wurzeln einen unendlichen Werth bekommen, weil in ihnen ein Nenner $5\alpha + 1$ erscheint. Übersetzt man dieses Ergebniss in die Sprache der analytischen Geometrie, so zeigt sich, dass diejenige ebene Curve, deren Gleichung eben die gegebene (2) ist, eine zur Ordinatenaxe parallele geradlinige Assymptote besitzt, gegeben durch die Gleichung:

$$5\alpha + 1 = 0.$$

Gleichwie das Nullsetzen des Coëfficienten von x^4 den Nenner geliefert hat, ebenso findet man durch Nullsetzen des Coëfficienten von x^0 die Factoren, welche in den Wurzeln erscheinen. Löst man die Gleichung:

$$108\,\alpha^4 - 234\,\alpha^3 + 198\,\alpha^2 - 90\,\alpha + 18 = 0$$

auf, so findet man die Werthe:

$$\alpha = \frac{1}{2}\,,\ +1\,,\ \frac{1}{3}\left[1 + \sqrt{-2}\right],\ \frac{1}{3}\left[1 - \sqrt{-2}\right]$$

und folgert hieraus, dass in den Wurzeln die Factoren:

$$2\alpha - 1\,,\ \alpha - 1\,.\ 3\alpha - 1 - \sqrt{-2}\,,\ 3\alpha - 1 + \sqrt{-2}$$

zu gewissen Potenzen erhoben erscheinen werden.

Über die Art und Weise, wie diese Nenner und Factoren in den Wurzeln erscheinen, gibt die aufsteigende Reihenentwickelung Aufschluss. Diese Reihenentwickelung ist aber zu diesem Zwecke nicht vollständig durchzuführen, sondern es genügt dazu die Bestimmung des Anfangsgliedes.

Beginnen wir die Untersuchung des Nenners $5\alpha+1$ und suchen wir uns über dessen Erscheinen in den Wurzeln Aufschluss zu verschaffen. Wir werden hierzu die aufsteigende Entwickelung der Wurzeln nach Potenzen der Grösse $5\alpha+1$ einleitenund uns namentlich die Anfangsglieder dieser Entwickelungsreihen verschaffen. Man beginnt damit, die Gleichung nach der Grösse $a = 5\alpha + 1$ zu ordnen, indem man die Substitution $\alpha = \frac{1}{5}$ (a—1) ausführt. Die umgestaltete Gleichung ist dann folgende:

$$1250a^2 \,.\, x^4 +$$
$$+ [-4450a^2 + 1400a^3 - 75a^4]\, x^3 +$$
$$+ [13500 - 2250a + 2660a^2 - 1880a^3 + 530a^4 - 60a^5]\, x^2 +$$
$$+ [-48060 + 23130a - 3330a^2 + 135a^3]\, x +$$
$$+ [28728 - 25092a + 9108a^2 - 1602a^3 + 108a^4] = 0.$$

Man sieht hieraus, dass die Coëfficienten der beiden höchsten Potenzen von x, nämlich der Coëfficient von x^4 und jener von x^3 den Factor a^2 besitzen, während alle übrigen keinen solchen aufweisen. Dies allein würde zur Bestimmung des Gesuchten hinreichen, und die hier vollständig durchgeführte Umstaltung der Gleichung ist im Grunde überflüssig. Beginnen wir mit der Bestimmung von ξ_0, so ist dazu ein System von geraden Linien zu betrachten. Sie sind folgende:

$$\eta = 2 + 4\xi$$
$$\eta = 2 + 3\xi$$
$$\eta = 2\xi$$
$$\eta = \xi$$
$$\eta = 0.$$

Sie begrenzen ein unterhalb liegendes Polygon, welches nur zwei Eckpunkte besitzt; diesen entsprechen die Abscissen $\xi_0 = -1$ und $\xi_0 = 0$..

Man schliesst daraus auf zwei Formen des Anfangsgliedes nämlich:

$$\frac{h_0}{a} = \frac{h_0}{5a+1} \text{ und } h_0.$$

Zur Bestimmung der Coëfficienten h_0 dienen folgende Gleichungen für $\xi = -1$

$$1250h_0^4 + 13500h_0^2 = 0$$

für $\xi = 0$

$$13500h_0^2 - 48060h_0 + 28728 = 0.$$

Die erste liefert die Wurzeln:

$$h_0 = +3\sqrt{-\frac{6}{5}} \text{ und } h_0 = -3\sqrt{-\frac{6}{5}}$$

und es folgen hieraus die beiden Anfangsglieder:

$$3\sqrt{-\frac{6}{5}}\,\frac{1}{a} \text{ und } -3\sqrt{-\frac{6}{5}}\,\frac{1}{a}.$$

Es sind also zwei Wurzeln mit dem Nenner $5a + 1$ versehen, während die beiden anderen keinen solchen besitzen. In diesem Beispiele, wo schon zwei Wurzeln in geschlossener Form aufgefunden sind, die (4) nämlich und die (5), unterliegt es keinem Zweifel, dass dieser Nenner in den beiden andern Wurzeln erscheint, welche bei der absteigenden Entwickelung als unendliche Reihen erhalten wurden. Die Kenntniss dieses Nenners verstattet einen wesentlichen Vortheil, denn man kann nunmehr die Wurzeln der Gleichung von diesem Nenner befreien, indem man durch die Substitution:

$$\frac{x}{5a+1} = y \quad \text{oder} \quad x = (5a + 1)\, y = ay$$

die gegebene Gleichung in eine andere umstaltet, welche anstatt der früheren Unbekannten x die neue y enthält. Führt man diese Transformation aus, so gelangt man zu einer neuen Gleichung, zwischen a und y, und diese verstattet alle vier Wurzeln in geschlossener Form anzugeben, wenn man y aufsteigend nach der Grösse $a-1$ entwickelt. Man findet nämlich:

$$y = 3\sqrt{a-1}\,, \quad \text{und } y = -3\sqrt{a-1}.$$

Diesen beiden Wurzeln y entsprechen die Werthe:

$$x = \frac{3\sqrt{a-1}}{5a+1} \text{ und } x = \frac{-3\sqrt{a-1}}{5a+1}.$$

Man sieht an diesem Beispiele, wie die eingeleiteten Untersuchungen mitunter ohne grosse Schwierigkeit zu geschlossenen Formen führen können, obwohl dies durchaus nicht das eigentliche Ziel dieser Auflösungsmethode ist.

Es erübrigt noch eine letzte Untersuchung an einem Beispiele zu zeigen, nämlich:

b. Die Bestimmung derjenigen Werthe α, welche gewisse Irrationalgrössen in den Wurzeln erkennen lassen dadurch, dass die aufsteigende Entwickelung nach $a = a-\alpha$ zu Folgegliedern führt, die gebrochene Exponenten ξ besitzen.

Wir wählen hiezu das einfache Beispiel:

$$x^3 + (3a-3)\, x^2 + (3a^2-6a + 3)\, x + a^3-3a^2 + 2a + 1 = 0.$$

Zur Ermittlung dieser Werthe α hat man zu dieser Gleichung noch jene hinzuzufügen, die durch einmaliges Differenziren nach x abgeleitet wird, nämlich die:

$$3x^2 + (6a-3)\, x + 3a^2-6a + 3 = 0.$$

Die Auflösung dieser zwei Gleichungen nach a liefert die verlangten Werthe α. Man findet nur einen einzigen solchen, nämlich $a = 2$, und gewinnt dadurch die Überzeugung, dass nur für die nach $\mathrm{a} = a - 2$ geordnete aufsteigende Entwickelung Folgeglieder mit gebrochenen Exponenten auftreten können. Leitet man dieselbe wirklich ein, so findet man die drei Wurzeln:

$$x = -1 + \mathrm{a}^{\frac{1}{3}} - \mathrm{a},$$

$$x = -1 + \frac{1}{2}\left[-1 + \sqrt{-3}\right] \mathrm{a}^{\frac{1}{3}} - \mathrm{a}$$

$$x = -1 + \frac{1}{2}\left[-1 - \sqrt{-3}\right] \mathrm{a}^{\frac{1}{3}} - \mathrm{a}$$

oder:

$$x = -a + 1 + \sqrt[3]{a-2}.$$

Dieses Beispiel zeigt abermals, wie diese Auflösungsmethode in günstigen Fällen zu geschlossenen Formen der Wurzeln führen könne, obwohl es den Anschein hat, dass schon vom Anfange her auf solche Verzicht geleistet worden sei.

Zweites Problem: Auflösung eines Systems von zwei Gleichungen mit drei Buchstabengrössen x, y und a.

Die gegebenen Gleichungen werden vorausgesetzt in der Form:

$$\mathrm{P}_1 = \mathrm{S}_1[Ha^\alpha x^\chi y^\psi] = 0, \quad \mathrm{P}_2 = \mathrm{S}_2[Ha^\alpha x^\chi y^\psi] = 0.$$

Ihre ersten Theile sind Polynome, deren Glieder die allgemeine Form $H\, a^\alpha\, x^\chi\, y^\psi$ besitzen. Es ist dies wohl nicht die allgemeinste Form einer algebraischen Gleichung mit drei Buchstabengrössen, allein durch das bekannte Herausschaffen der Nenner und Irrationalgrössen lässt sich jede algebraische Gleichung auf diese Form bringen.

Man pflegt gewöhnlich durch Elimination die Auflösung eines solchen Systems von Gleichungen zu bewerkstelligen. Da das Eliminationsverfahren hinlänglich bekannt ist und die Eliminationsgleichung eine Gleichung mit nur zwei Buchstabengrössen sein wird, so scheint es für den ersten Augenblick, dass die Auflösung dieses Problemes keiner weiteren Erörterung bedürfe. Allein eine nähere Betrachtung oder auch nur der blosse Versuch, zwei solche Gleichungen von einigermassen höherem Grade auf diese Weise aufzulösen, würde zeigen, dass die dazu erforderlichen Rechnungen wohl keinerlei

analytischer Schwierigkeit unterliegen, aber ziemlich weitläufig sind, so zwar, dass man schon bei einigermassen höherem Grade auf die Auflösung verzichten müsste, wenn dazu die Elimination unentbehrlich wäre. Dieser Weg der Auflösung ist daher wohl theoretisch begründet, weil in allen Fällen eine Eliminationsgleichung besteht; allein dies beweist nur, dass alle Wurzeln der algebraischen Gleichungen und Systeme von solchen eine gemeinsame Eigenschaft besitzen, da es unter ihnen nicht eine einzige gibt, die nicht zugleich die Wurzel einer bestimmten algebraischen Gleichung wäre. Hieraus folgt keineswegs, dass die Elimination derjenige Weg sei, den man immer einschlagen müsse, um zur Kenntniss der Wurzeln zu gelangen. Dieser Weg wäre für nur einigermassen höhere Grade der Gleichungen viel zu ausgedehnt und würde weitläufige und genaue Untersuchungen erfordern, um sich zu versichern, dass man dabei keine neuen Wurzeln eingeführt habe, die den gegebenen Gleichungen fremd sind. Obwohl eine solche Entscheidung stets möglich ist, das Einführen von neuen Factoren bei der Elimination immer vermieden werden kann, so sind die Rechnungen so ausgedehnt, dass man auf die Auflösung verzichten müsste bei nur einigermassen höherem Grade der Gleichungen, wenn dies auf keine andere Weise möglich wäre als durch den Vorgang der Elimination.

In dieser Abhandlung ist dieses Problem von einem sehr differenten Standpunkte aus behandelt. Man belässt nämlich den Gleichungen ihre ursprüngliche Form und leitet aus ihnen unmittelbar die Auflösungen ab. Dieser Vorgang ist ähnlich demjenigen, der bei der Auflösung einer einzigen Gleichung angewendet wurde. Die Untersuchung zerfällt auch hier in drei Haupttheile:

1) in die absteigende Entwickelung von x und y nach Potenzen von a geordnet;

2) in die aufsteigende Entwickelung nach einer beliebigen Grösse a $= a - \alpha$;

3) in die Bestimmung der unstetig machenden Werthe α.

1) Absteigende Entwickelung.

Man stellt sich dabei x und y vor in der Form:

$$x = h_0 a^{\xi_0} + h_1 a^{\xi_1} + h_2 a^{\xi_2} + \ldots.$$
$$y = k_0 a^{\eta_0} + k_1 a^{\eta_1} + k_2 a^{\eta_2} + \ldots.$$

wobei die Relationen:

$$\xi_0 > \xi_1 > \xi_2 > \ldots\ldots$$
$$\eta_0 > \eta_1 > \eta_2 > \ldots\ldots$$

bestehen. Man beginnt mit der Bestimmung der Anfangsglieder und zunächst mit der Ermittelung von ξ_0 und η_0. Diese Werthe gehen aus einem eigenthümlichen Verfahren hervor, welches sich durch eine geometrische Construction am deutlichsten darstellen lässt und in Folgendem besteht:

Man bilde einem jeden einzelnen Gliede

$$H\, a^{\mathfrak{a}}\, x^{\mathfrak{x}}\, y^{\mathfrak{y}}$$

der Gleichungs-Polynome entsprechend eine Gleichung:

$$\zeta = \mathfrak{a} + \mathfrak{x}\xi + \mathfrak{y}\eta$$

und denke sich die dadurch bestimmten Ebenen im Raume von drei Dimensionen construirt, indem man ξ, η, und als Coordinaten eines Punktes betrachtet. Man erhält so zwei Systeme von Ebenen, welche den zwei Gleichungs-Polynomen P_1 und P_2 entsprechen.

Die Ebenen eines und desselben Systemes durchkreuzen sich gegenseitig und gewisse Theile derselben bilden die Begrenzung eines unendlichen Polyeders, welches oberhalb aller so verzeichneten Ebenen liegt. Diese Begrenzung ist wie bei allen Polyedern aus Flächen zusammengesetzt, die in Kanten und diese wieder sich in Eckpunkten schneiden. Man denke sich nun die Kanten und Ecken dieser Begrenzungsfläche auf die horizontale Ebene projicirt, so entspricht einer jeden Ecke ein Punkt, jeder Kante ein Stück einer geraden Linie als Projection und es erscheint dadurch die horizontale Projectionsebene in eine Anzahl von Polygonen zerstückelt. Die geraden Linien, welche diese Polygone von einander trennen, bilden ein Netz. Man denke sich nun diese horizontale Projection verzeichnet sowohl für P_1 als für P_2 und zwar auf einer und derselben Ebene, so werden diese Netze sich gegenseitig durchschneiden. Die Durchschnittspunkte entsprechen sowohl in dem einen als in dem andern Gleichungs-Polynome einer Kante des früher erwähnten Polyeders. Die diesen Durchschnittspunkten angehörigen Coordinaten ξ und η sind die verlangten Werthe ξ_0 und η_0. In der Regel erhält man mehrere solche Punkte, und auf diese Weise auch mehrere verschiedene Combinationen von Werthen ξ_0, η_0. Diese Punkte entstehen meistentheils durch einen Durchschnitt zweier geraden Linien der

beiden Netze und sind vollkommen vereinzelt. Die dadurch angegebenen Werthe ξ_0, η_0 sind dann vollkommen bestimmt und in endlicher Anzahl vorhanden. Bisweilen jedoch decken sich Linien vollkommen, und statt eines vereinzelten Punktes, der beiden Netzen gemeinschaftlich ist, treten gemeinschaftliche Linien von einer gewissen Ausdehnung auf. In einem solchen Ausnahmsfalle sind die Werthe ξ_0, η_0 nicht vollkommen bestimmt, sondern nur eine einzige Relationsgleichung zwischen denselben bekannt. Diese Erscheinung kann entweder in der Anwesenheit eines gemeinschaftlichen Factors in beiden Gleichungen begründet sein, oder aber es genügt die hier betrachtete Bedingung zur Bestimmung der Anfangsglieder nicht. Man reicht dann mit dieser Untersuchung nicht aus, sondern muss noch die weiteren Bedingungen in Rechnung ziehen, und sich entweder von der Existenz eines gemeinschaftlichen Factors in beiden Gleichungen überzeugen, oder eine zweite Relationsgleichung für ξ_0 und η_0 aufsuchen, die in Verbindung mit der früheren zu ihrer Bestimmung dient. Ist die Bestimmung von ξ_0 und η_0 vollendet, so muss man zu jener von h_0 und k_0 schreiten. Diese Werthe gehen durch Auflösung eines Systems von zwei Zahlengleichungen hervor, deren Bildungsweise aus den beiden Netzen unmittelbar ersichtlich ist. In den Netzen repräsentiren nämlich die Polygone gewisse Glieder des Gleichungs-Polynoms, weil sie die Projection der Polyederflächen sind; auf ähnliche Weise bezeichnet eine Linie in dem Netze zwei oder auch gelegentlich mehrere Glieder des Gleichungs-Polynoms, weil sie die Projection einer Kante des Polyeders vorstellt, in der sich zwei oder auch mehrere Ebenen des betrachteten Systems von Ebenen schneiden. Man denke sich nun die Summe der durch den Punkt ξ_0, η_0 bezeichneten Glieder gebildet in dem einen und in dem anderen Gleichungs-Polynome. Sie seien:

$$\Sigma_1 \left[H a^\alpha x^r y^\vartheta\right], \quad \Sigma_2 \left[H a^\alpha x^r y^\vartheta\right];$$

so substituirt man in dieselben $a = 1$, $x = h$, $y = k$ und setzt diese Ausdrücke gleich Null und erhält so die verlangten Bestimmungsgleichungen:

$$\Sigma_1 \left[H h^r k^\vartheta\right] = 0, \quad \Sigma_2 \left[H h^r k^\vartheta\right] = 0.$$

Durch ihre Auflösung gewinnt man die zu ξ_0 und η_0 gehörigen Werthe von h_0 und k_0. Hiermit ist also in der Regel die Bestimmung der Anfangsglieder $h_0 a^{\xi_0}$ und $k_0 a^{\eta_0}$ beendigt. Man gelangt dazu ohne

alle Elimination durch ein nicht sehr complicirtes und directes Verfahren. Es treten wohl gewisse Ausnahmsfälle ein, in denen die Bestimmung der Anfangsglieder minder einfach ist und noch eine weitere Untersuchung erfordert, allein man gelangt zuletzt doch immer zu einem ganz zweifellosen Aufschlusse über die Anfangsglieder.

Nach der Bestimmung der Anfangsglieder ist jene der Folgeglieder der nächste Schritt. Das hierzu einzuleitende Verfahren ist meistentheils sehr einfach, weil mit der Bestimmung der Anfangsglieder gewöhnlich auch die Isolirung der verschiedenen Auflösungen von einander erfolgt ist. Es gehört dann zu einer bestimmten Combination von Anfangsgliedern, für x und y nur je eine einzige Reihe von Folgegliedern, und man erhält sie durch Auflösung einer Reihe von Gleichungen des ersten Grades. Die dazu erforderlichen Rechnungs-Entwickelungen gestalten sich dann sehr einfach, denn man hat nur die bereits ermittelten Glieder von x und y in die beiden Gleichungs-Polynome zu substituiren und die Substitutions-Resultate absteigend zu ordnen und die höchsten Glieder derselben einer bestimmten Rechnungsoperation zu unterwerfen. Nur wenn zwei oder mehrere Auflösungen in den Anfangsgliedern übereinstimmen, treten an die Stelle der Gleichungen des ersten Grades solche vom höheren Grade und zwar so lange auf, bis durch eine hinreichende Anzahl von Anfangsgliedern die Trennung der Wurzeln erfolgt ist. Dieses Verfahren führt meistentheils zu unendlichen Reihen, unter gewissen Bedingungen jedoch zu geschlossenen Ausdrücken.

2. Aufsteigende Entwickelung von x und y nach einer beliebigen Grösse $a - \alpha = \mathrm{a}$.

Die aufsteigende Entwickelung von x und y nach Potenzen einer beliebigen Grösse $\mathrm{a} = a - \alpha$ wird auf eine ähnliche Weise bewerkstelligt, wie die absteigende. Man ordnet nämlich zuvörderst die Gleichungs-Polynome nach dieser Grösse α und bringt sie auf die Form:

$$S_1[H\,\mathrm{a}^{\alpha}\,x^{x}\,y^{y}] = 0, \quad S_2[H\,\mathrm{a}^{\alpha}\,x^{x}\,y^{y}] = 0.$$

Hierauf verzeichnet man auf die bereits bekannte Weise das System von Ebenen und bestimmt die von denselben begrenzten Polyeder, aber mit dem Unterschiede, dass die unterhalb der Ebenen gelegenen von Wichtigkeit sind anstatt der oberhalb liegenden. Im Weiteren ist das Verfahren dasselbe wie früher. Man projicirt

nämlich jetzt die Begrenzung dieser beiden Polyeder auf die horizontale Ebene $\xi\eta$ und erhält die beiden Netze, sucht hierauf ihre gemeinschaftlichen Punkte und findet so die gesuchten Werthe ξ_0, η_0 der Anfangsglieder. Die zugehörigen Coëfficienten h_0 und k_0 ergeben sich auf gleiche Weise, wie bei der absteigenden Entwickelung durch Auflösung von zwei Zahlengleichungen, die mit geringer Mühe mit Hülfe der Netze gebildet werden. Auch die Bestimmung der Folgeglieder bietet nichts Neues. Man gelangt auf solche Weise zu aufsteigend geordneten Reihen für x und y, welche, der Natur der Sache nach, meistens die Form:

$$x = h_0 + h_1\,a + h_2\,a^2 + \ldots$$
$$y = k_0 + k_1\,a + k_2\,a^2 + \ldots$$

besitzen, und nur für specielle Werthe von α findet eine Abweichung von dieser Form Statt, indem Glieder erscheinen, welche negative oder gebrochene Exponenten besitzen. Die aufsteigende Entwickelung ist von sehr geringem Nutzen ausser eben für jene Ausnahmsfälle; denn selbst zur numerischen Berechnung der Werthe von x und y für ein bestimmtes a ist es weit gerathener die gegebenen Gleichungen hierzu zu benützen, als erst die aufsteigende Reihenentwickelung vorangehen zu lassen. Für die Ausnahmsfälle jedoch erweist sich die aufsteigende Reihenentwickelung als ein wirksames Mittel, um gewisse Eigenschaften der Genüge leistenden Functionen zu erforschen, weil sie zur Kenntniss aller Nenner, Factoren und Irrationalgrössen in denselben führt. Dazu muss jedoch eine Ermittelung aller jener Werthe von α vorangehen, welche einem solchen Ausnahmsfalle entsprechen, und es ist daher die folgende Untersuchung einzuleiten:

3. Bestimmung der Werthe α, welchen eine Unterbrechung der Stetigkeit entspricht.

Diese Werthe von α werden aus Zahlengleichungen und Systemen von solchen gezogen und es ist im Grunde nur die Aufstellung dieser Gleichungen die Aufgabe. Man gelangt zu denselben zunächst durch zwei getrennte Untersuchungen; die eine erörtert die Bedingungen, unter welchen die aufsteigende Reihenentwickelung von x oder von y oder von beiden mit einem negativen ξ_0 oder η_0 beginnt; die zweite aber gibt Aufschluss, in welchen Fällen in irgend einem Folgegliede ein gebrochener Werth von ξ oder η erscheinen kann.

Mit der Ermittelung dieser speciellen Werthe von α ist gleichfalls die Untersuchung beendigt, da die wichtigsten Eigenschaften der Genüge leistenden Functionen hiermit bekannt sind. Alle übrigen auf specielle Punkte der Curve von doppelter Krümmung bezüglichen Fragen lassen sich durch Auflösung von Zahlengleichungen beantworten und gehören daher nicht hierher. Bisweilen gelangt man auch hier zu geschlossenen Formen ohne besondere Schwierigkeit, weil die hier geführten Untersuchungen alle Nenner, Factoren und Irrationalgrössen aufdecken, die in den Auflösungen erscheinen, und man ist daher durch geeignete Transformationen im Stande ein Abbrechen der unendlichen Reihen zu erzielen. Die darauf bezüglichen Untersuchungen können jedoch auch zu sehr complicirten Rechnungen führen und es würde das Verfahren, wo möglich geschlossene Formen zu erzielen, einen eigenen Theil dieser Theorie bilden.

VERZEICHNISS

DER

EINGEGANGENEN DRUCKSCHRIFTEN.

(AUGUST, SEPTEMBER, OCTOBER.)

Académie R. Belgique. Annuaire. 1853.
— Compte rendu. Tom. V, 3, 4.
— Mémoires couronnés. Tom. 25.
— Bulletins. Tom. XXI, 1, 2. Annexe. 1853/54.

Académie des sciences de Lyon. Mémoires. Classe des lettres, Tom. II; classe des sciences, Tom. II.

Akademie, kon. van Wetenschappen. Verslagen en Mededeelingen. Deel I, 1, 2, 3; II, 1, 2. Amsterdam 1853.

Annalen der Chemie und Pharmacie. Bd. 90, Heft 2, 3; 91, 1, 2.

Annales des mines. 1853, livr. 2—6; 1854, livr. 1, 2.

Annales de l'observatoire R. de Bruxelles. Par A. Quetelet. Tom. 10.

Anzeiger für Kunde der deutschen Vorzeit. Nr. 8, 9.

Archiv der Mathematik und Physik. Herausg. v. Grunert. Theil XXII, Heft 3, 4; XXIII, 1.

Archiv für die Geschichte der Republik Graubünden. Herausg. von Th. v. Mohr. Bd. I, Heft 13, 14.

Archiv f. wissensch. Kunde von Russland. Herausg. v. Erman. Bd. XIII, Heft 4. (4 Exempl.)

Association, British, for the advancement of science. Report of the 23. meeting. London 1854; 8°.

Aufsess, H. v., System der deutschen Geschichts- und Alterthumskunde. Nürnberg 1853; 4°.

Babbage, Ch., of the constants of Nature. Class. Mammalia. Bruxelles 1853; 4o.
— on the statistics of Light-Houses. Bruxelles 1854; 4o.
Basel, naturforschende Gesellschaft. Verhandlungen Bd. I. Basel 1854; 8o.
Bischoff, Th. Lud., Entwickelungsgeschichte des Rehes. Giessen 1854; 4o.
Bulletin des sociétés savantes, missions scientifiques et littéraires. Comité de la langue etc. 1853, Nr. 6. Paris 1854; 8o.
(Cicogna, Em.) Relazione dell' Ambasciata estraord. inviete nel 1763 dalla Rep. di Venezia in Inghilterra per lo avvenimento al trono d. Re Giorgio III. Venezia 1854; 8o.
Compte rendu des travaux du Congrès général de statistique, réuni à Bruxelles les 19. 20. et 22. Sept. 1853. Bruxelles 1853; 4o.
Cosmos, Vol. V, 4—16.
Creuzer, Friedr., Opuscula selecta. Lipsiae 1854; 8o.
Dumont, André, Carte géologique de la Belgique et des contrées voisines, représentant les terrains qui se trouvent au-dessous du limon hesbayen et du sable campinien. Bruxelles.
Eble, M., Neues Zeitbestimmungs-Werk, bestehend aus dem neuen Sextanten und dem astronomischen Netz. Tübingen 1853; 8o.
Erskine, William, A history of India under the two first sovereigns of the house of Taimur Baber and Humáyun. London 1854, 2 Vol.; 8o.
Flora, Nr. 25—36.
Gachard, Retraite et mort de Charles Quint au monastère de Juste. Lettres inédites publiées d'après les originaux conservés dans les archives R. de Simancas. Tom. I. Bruxelles 1854; 8o.
Galvani, Luigi, Opere edite ed inedite. Raccolte e public. per cura dell' Accademia delle scienze dell' istituto di Bologna. Bologna 1841; 4o.
Gesellschaft, deutsche morgenländische, Zeitschrift. Bd. VIII, Heft 4.
Gesellschaft, Geschichts- und alterthumsforschende des Osterlandes. Mittheilungen. Bd. I, II. Altenburg 1841—1848; 8o.
— Bericht, 1, 2, 3. Altenburg 1841/42; 8o.
Gesellschaft, historische, zu Basel. Beiträge zur vaterländischen Geschichte. Bd. V. Basel 1853; 8o.
Gesellschaft, schlesische für vaterländische Cultur. Denkschrift zur Feier ihres fünfzigjährigen Bestehens. Breslau 1853; 4o.

Gesellschaft, Senkenbergische naturforschende. Abhandlungen. Bd. I, Lief. 1. Frankfurt a. M. 1854; 4⁰·

Gesellschaft, Wetterauer, für die gesammte Naturkunde. Jahresbericht, 1850—1853. Hanau 1851—1854; 8⁰·

Gewerbe-Verein, niederösterreichischer, Verhandlungen des, Jahrg. 1854, Heft 1, 2.

Gherardi, Silvestro, Osservazioni intorno ad un articolo del M. S. Pr. G. Grimelli sulla collezione Galvaniana. Bologna 1852; 4⁰·

Giessen, Universitätsschriften aus dem Jahre 1852/53.

Giovanini, Gaet., Del Trapano-Sega. Bologna 1853; 4⁰·

Giudice, Franc., del Universalità dei mezzi di previdenza, difesa e salvezza per le calamità degl' incendi. (Opera premiata in concorso dalla Accademia delle scienze di Bologna.) Bologna 1848; 4⁰·

Gümbel, Th., Momente zur Ergründung des Wesens der Trauben- und Kartoffelkrankheit. Landau 1854; 4⁰·

Günzburg, Friedr., Untersuchungen über die erste Entwickelung verschiedener Gewebe des menschlichen Körpers. Breslau 1854; 8⁰·

Hamburger Stadt- und Schulschriften aus dem Jahre 1853.

Hye-Glunek, Anton Ritter v., die leitenden Grundsätze der österreichischen Strafprozeßordnung vom 29. Juli 1853. Wien 1854; 8⁰·

Istituto I. R. Lombardo, Giornale, Nr. 31, 32.

— Memorie, Vol. 4.

Istituto di Bologno, Accademia delle scienze dell', Memorie, Tom. 4.

— Rendiconto, 1852—1853.

Jacini, Stefano, La proprietà fondiaria e le popolazioni agricole in Lombardia. Milano 1854; 8⁰·

Jahrbuch, neues, für Pharmacie etc. Bd. I, Heft 5, 6; II, 1, 2.

Jahresbericht über die Fortschritte der reinen pharmaceutischen und technischen Chemie etc. Herausg. von Just. Liebig und H. Kopp. 1853, Heft 1, 2. Giessen 1854; 8⁰

Jahresbericht, vierter, über die wissenschaftlichen Leistungen des Doctoren-Collegiums der medicinischen Facultät zu Wien. Wien 1854; 8⁰· (5 Exemplare.)

Jena, Universitätsschriften aus dem Jahre 1853.

Keller, Friedr. Ludw., Der römische Civilprocess und die Actionen in summarischer Darstellung zum Gebrauche bei Vorlesungen. Leipzig 1852; 8°· (2 Exemplare.)

Kuhn, Karl, Über das Klima von München. München 1854; 4°·

Lamont, J., Magnetische Karten von Deutschland und Baiern, München 1854; Fol.

Laurent, P., Études physiolog. sur les animalcules des infusions végétales comparés aux organes élémentaires des végétaux.

Maatschappij, hollandsche der Wetenschappen te Haarlem, Naturkund. Verhandelingen, Deel 10.

Mayr, Gustav., Einige neue Ameisen. s. l. et d. 8°·

Mémorial de Ingenieros. Anno IX. Nr. 5—8.

Meyer, G., Die aufrechte Stellung als die einzige, in welcher Rückgrats-Verkrümmungen wahrhaft geheilt werden können. Wismar 1854; 8°·

Mittheilungen aus dem Gebiete der Statistik. Jahrg. III, Heft 4.

Mohr, Theod. v., Die Regesten der Archive in der schweizerischen Eidgenossenschaft. Bd. II, Heft 4.

Mulsant, E., Opuscules entomologiques, cahier 2, 3, 4. Paris 1852—1854; 8°·

Namur, A., Le Camp Romain de Dalheim. Deux. Rapport. Luxembourg 1853; 4°·

— Une sépulture Druidique du commencement de l'ère gallo-romaine découverte entre Hellange e Souftgen en 1853. s. l. et d.; 4°·

Nationalmuseum, germanisches, Jahresbericht I, 1854; 4°·

Nève, Felix, Examen histor. du tableau des Alphabets et des langues de l'univers que J. B. Gramaye a publié à Athènes 1622. Gand 1854; 8°·

— Les Pourânas, études sur les derniers monuments de la littérature sanscrite. Paris 1852; 8°·

— Le Bouddhisme, son fondateur et ses écritures. Paris 1854; 8°·

Palagi, Alessandro, Primo decennio di osservaz. meteorolog. fatte nella specola di Bologna. Bologna 1850; 4°·

Perrey, Circulaire relative à l'observation des tremblements de terre. Paris 1854; 8°·

Pestalozzi, H., Über die Höhenänderungen des Zürcher Sees. s. l. et d.; 4°·

Programm des k. k. Gymnasiums zu Feldkirch für das Schuljahr 1853/54; 4°.

Quetelet, A., Sur le Climat de la Belgique. Part. 4, 5, 6. Bruxelles 1853; 4°.

— Rapport etc. sur l'état et les travaux de l'observatoire R. pend. l'année 1853. Bruxelles 1854; 8°.

Rapport sur les travaux de M. Alexis Perrey rélativs aux tremblements de terre. (Compte r. de l'Acad. d. sc. Tom. 38.)

Rig-Veda-Sanhita, the sacred hymns of the Brahmans etc. Ed. by Max Müller. Vol. II. London 1854; 4°.

Rostock, Universitätsschriften 1853.

Scheerer, Theod., Einige Bemerkungen über Palagonit und Pechstein. Braunschweig 1854; 8°.

— Der Paramorphismus und seine Bedeutung in der Chemie, Mineralogie und Geologie. Braunschweig 1854; 8°.

Scriba, Heinrich, Regesten der bis jetzt ungedruckten Urkunden zur Landes- und Ortsgeschichte des Grossherzogthums Hessen. Abth. 4.

Segesser, Anton Philipp v., Rechtsgeschichte der Stadt und Republik Luzern. 2 Bde. Luzern 1850; 8°.

Sendtner, Otto, Die Vegetations-Verhältnisse Südbaierns nach den Grundsätzen der Pflanzengeographie und mit Bezugnahme auf Landescultur. München 1854; 8°.

Société des Antiquaires de Picardie, Annuaire administr. et hist. de la Somme, pour les années 1852/53. Amiens 1852; 8°.

— Délibération etc. concernant les travaux de la Cathédrale d'Amiens. Amiens 1853; 8°.

— Introduction à l'histoire générale de la province de Picardie. Livr. 1, 2. Amiens 1852/53; 4°.

— Mémoires. (Bouthons, Coutumes locales du Bailliage d'Amiens.) Tom. I, II.

— Mémoires, Table générale des matières contenues dans les 10 premiers volumes.

— Bulletins 1853, Nr. 2, 3, 4; 1854, 1.

Société géologique de France. Bulletin, Vol. XI, Feuilles 11—18.

Société R. des sciences de Liége. Mémoires. Vol. 9.

Société Linéenne de Lyon. Nouv. Série, Tom. I.

Société d'agriculture de Lyon. Annales, Série II, Tom. 4, 5.

Société philomatique, Extraits des procès-verbaux des séances. 1845—1853.

Society, Asiatic of Bengal, Journal, 1854, Nr. 1, 2.

Society, Asiatic, of Great Britain etc. Ireland. Vol. XV, 1; XVI, 1.

— a descriptive Catalogue of the historical manuscripts in the Arabic and persian languages. By William H. Morley. London 1854; 8°.

Society, chemical, Quarterly Journal, Nr. 24, 25.

Stocker, Jos., Mineralogische Anschauungslehre, für die k. k. österreichischen Unter-Gymnasien. Innsbruck 1854; 8°.

Thiersch, Friedr. v., Über das Verhältniß der Wissenschaften des Geistes in der Natur. München 1854; 4°.

Tormay, Karl, Medicinische Topographie der Stadt Pesth mit besonderer Beziehung auf die meteorologisch-sanitätischen Verhältnisse. Pesth 1854; 8°.

Vereeniging, Natuurkund. in Nederländsch. Indië, Tijdschrift Aflev. III, 1, 2.

Verein, historischer, für das Großherzogthum Hessen. Archiv, Bd. 8, Heft 2. Urkunden, Bd. 2.

Verein, historischer, für das würtembergische Franken. Zeitschrift, Heft 8. (2 Exemplare.)

Verein, historischer, für den Regierungs-Bezirk Schwaben und Neuburg. Jahresbericht 1854.

Verein, historischer, für Niedersachsen. Zeitschrift, 1850, 1851, 1.—17. Nachricht.

Verein, naturhistorischer, der preussischen Rheinlande. Jahrg. 10, Heft 3, 4; 11, Heft 1, 2, 3.

Verein für siebenbürgische Landeskunde. Neue Folge, Bd. I, Heft 2. (2 Exemplare.)

Vierteljahresschrift für wissenschaftliche Veterinärkunde, herausgegeben von den Mitgliedern des Wiener k. k. Thierarznei-Institutes, Bd. V, Heft 1.



Beoba	Anmerkungen.
Ragusa	am 1h N. + 27°6, am 5. Ab. häufige **Blitze.**
Triest	. und 20. **Gewitter.**
Venedig	, und 16. Nachts **Gewitter**, am 20. häufige **Blitze.**
Mailand	, und 27. **Gewitter.**
Debreczi	
Szegedi	und 12. + 26°6.
Meran.	, 9h früh **Sturm** und **Gussregen.**
Gran	. um 3h 30′ Ab. **Sturm**, am 21. starker **Nebel.**
Pesth	. 8. 12. 19. 20. 21. **Gewitter.**
Pressbu	. und 19. **Gewitter.**
Czernow	28. **Gewitter**, 8. 14. 20. 27. **Wetterleuchten.**
Fünfkirc	+ 25°0, am 26. + 24°2, am 5. **Hagel.**
Holitsch	8. 12. 27. **Gewitter**, am 8. **Sturm.**
Olmütz	
Cilli	. 7·6 + 22°4, am 1. 5. 16. 20. **Gewitter.**
Wien [4])	. + 25°2, am 8. 20. 21. **Gew.**, am 7. 24. 26. 27. **Blitze.**
Wallend	. 11. 16. 27. **Gew.**, a. 13. 22. **Gewitterstr.**, a. 18. u. 19. [**Wetterl.**
Lember	. 18. **Gew.**, am 26. **Wetterl.**
Stanisla	8. 19. 21. **Gewitter.**
Laibach	2. 5. 20. Ab. u. a. 11. u. 13. in der Nacht **Gewitter.**
Prag	. . **Wetterleuchten** im N.
Herman	3. **Gewitter** aus SW., a. 21. u. 22. a. NO., a. 1. u. 2. **urm** a. NW., a. 8. 20. 21. **Wetterleuchten.**
Jolsva	10. 12. 20. 21. **Gewitter**, am 19. **Wetterleuchten.**
Linz [6])	. u. 8. **Gew.**, a. 1. **St.** a. W., a. 8. a. SW., a. 1. 4. 25. 26. **Bl.**
Klagenf	**ew.** m. **Hagel**, a. 5. 10. 11. 15. 24. 26. m. **St.** a. NW.
Brünn.	, **Gewitter**, am 8. mit **Sturm**, am 6. u. 26. **Wetterl.**
Krakau	. 18. 20. **Gew.**, a. 11. 19. 25. 26. **Wtrl.**, a. 1. 2. 5. 9. stürm.
Kronsta	. 9. 13. 22. 27. und 28. **Gew.**, am 18. u. 19. **Wetterl.**
Kremsm	. 2 auch + 8°6, am 2. 7. 21. **Gewitter.**
Pilsen	, **Gewitter**, am 8. **Wetterleuchten.**
Schössl	11. und 26. **Gewitter**, am 11. **Gewittersturm.**
Lienz [9])	. 12. 25. 27. **Gew.**, am 1. 8. 10. 12. 15. 26. **Stürme** aus [NW.
Innsbru	
S. Paul	
Trauten	
Bregen	26. 27. und 31. **Gewitter.**
Czaslau	**Gewitter**, am 7. 11. 26. **Wetterleuchten.**
Bodenb	u. 26. **Gewitter**, in der Nacht v. 8. auf 9. stürm.
Strakon	7. 8. 11. 26. **Gewitter**, am 2. 25. **Blitze.**
Kesmar	Vor- und Nachmittags **Sturm** a. W.
Leutsch	11. 19. 21. **Gewitter**, am 1. Morg. u. 11. Ab. **Sturm.**
Pürglit	und 26. **Gewitter.**

[1]) R

[2]) C

[3]) F

[4]) W Niederschlag.

[5]) L ortes herab.

[6]) Li

[7]) K schnuppen.

[8]) K

[9]) L

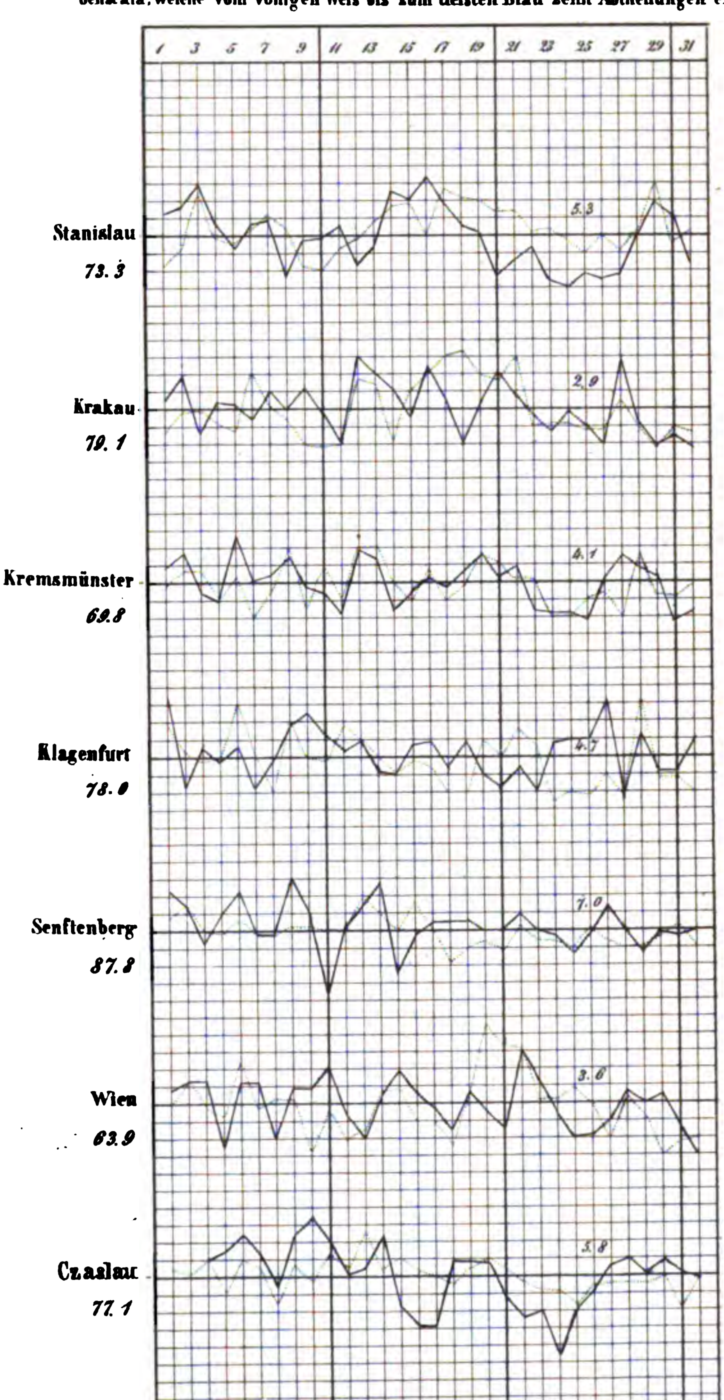
[10]) S

Sit



Gang der Feuchtigkeit und des Ozongehaltes der Luft im Juli 1854.

Die punktirten Linien stellen die Feuchtigkeit, die ausgezogenen den Ozongehalt dar.
Die am Rande befindlichen Zahlen sind die Monatmittel der Feuchtigkeit, jene zwischen den Curven die Monatmittel des Ozongehaltes.
Den Monatmitteln entsprechen die stärkeren Horizontallinien.
Ein Netztheil beträgt für die Feuchtigkeit 5 Procente, für den Ozongehalt einen Theil der Farbenscala, welche vom völligen Weis bis zum tiefsten Blau zehn Abtheilungen enthält.





Beoba	Anmerkungen.
Ragusa	12. stürmisch a. N., dann Regen mit etwas **Hagel.**
Triest	7. 10ʰ Ab. **Gewitter** und stürmisch.
Venedi	8. u. 23. **Gew.** u. stürm. a. N., 7. 11. 15. 16. 17. **Wtrl.**
Mailand	2. u. 7. **Gewitter**, am 4. stürmisch.
Debrec	
Szeged	
Meran .	15. 6+22°4, am 7. u. 14. **Gew.**, am 14. Ab. **Sturm**, am [10. **Wetterleuchten.**
Gran .	
Fünfkir	
Zavalje	7. u. 11. stürmisch a. NW.
Pressbu	8. 3ʰ Morg. **Gewitter.**
Czerno	
Wien .	8. u. 21. starke **Gew.**, am 1. 2. 7. 13. 15. 16. **Blitze.**
Lembe	
Wallen	1. 5ʰ Mr. +6°5, a. 3. 8. 9. 18. 22. 26. **Gw.**, 5. u. 18. **Wl.**, a. 3. **Hgl.**
Holitsc	2. **Sturm** a. S., am 5. u. 8. **Gewitter**, am 1. **Wetterl.**
Olmütz	8. von 4ʰ 30′ bis 8ʰ Morg. **Gewitter.**
Herma	9. **Sturm** a. NW., am 10. a. N.
Cilli .	3. u 18., dann vom 7. auf 8. **Gewitter.**
Stanisl	17. 6+23·2, am 3. 5. 7. 17. **G.**, am 3. 18. 22. **Wetterl.**
Prag .	1. 2. 8. 15. 16. **Gew.**, am 2. **Sturm** a. W., am 2. u. 8. **Hgl.**
Laibacl	3. und 18., dann vom 6. auf 7. u. vom 7. auf 8. **Gew.**
Brünn .	2. 7. 21. **Gew.**, am 1. 2. 7. 16. **Wtrl.**, am 16. fr. **St.** a. NW.
Linz .	12. 16. u. 18. **Gw.**, a. 2. u. 23. m. **St.**, a. 1. **St.**, a. 1. 15. **Bl.**
Kraka	3. 17. **St.** v. SW., a. 19. a. W., a. 7. 14. 15. 27. **G.**, a. 2. 7. 13. **Bl.**
Kronst	4. 7. 8. 9. **Gew.**, a. 3. 5. 18. **Wtl.**, a. 7. **Hgl.**, a. 19. **stürm.**
Krems	2. stürmisch a. W., am 15. u. 16. **Gewitter.**
Czasla	17. Nachts **Gewitter.**
Pilsen .	8. 15. 16. **Gewitter**, am 15. **Sturm.**
Innsbr	
Brege	1. u. 22. **Gewitter.**
Schöss	1. 4. 15. 16. **Gewitter**, am 22. Ab. **Sturm** a. W.
St. Pa	17. **Sturm** aus Nord.
Klage	7. 8. 18. **Gew.**, **Stürme** am 7. a. SW., am 8. a. O., am [17. a. NW.
Boden	5. 8. 15. 16. **Gew.**, am 8. stürmisch.
Salzbu	1. 6. 10. 15. 16. 22. **Gew.**, am 16. **Hagel** und **Sturm.**
Leutsc	3. 4. 5. 18. **Gew.**, am 28. **Sturm** a. N., am 30. a. NW.
Strako	1. 2. 15. 16. **G.**, a. 16. **Bl.**, a. 15. w. **Hgl.**, a. 15. 16. 18. 19. **St.** a. W.
Saybu	2. 7. 14. **Gewitter**, am 8. Nachts mit **Sturm.**
Lienz	1. 3. 4. 7. 10. 11. 15. 18. 25. **Gew.**, am 18. **St.** a. NW.
Traut	1 u. 5. **Gewitter**, am 1. u. 2. heftige **Stürme.**
Pürgli	2. 8. 15. 16. **Gewitter.**
Oderb	3. **Gewitter.**

[1]) H

[2]) P

[3]) [illegible]dem Gewitter abgewogenes Hagelkorn hatte 22 Loth.

[4]) [illegible]hten im N.

[5]) [illegible]

[6]) [illegible]n.

[7]) [illegible]

[8]) [illegible]35′ Ab. **Gewitter** mit heftigem **Sturm** u. **Hagel** a. W.

[9]) [illegible]

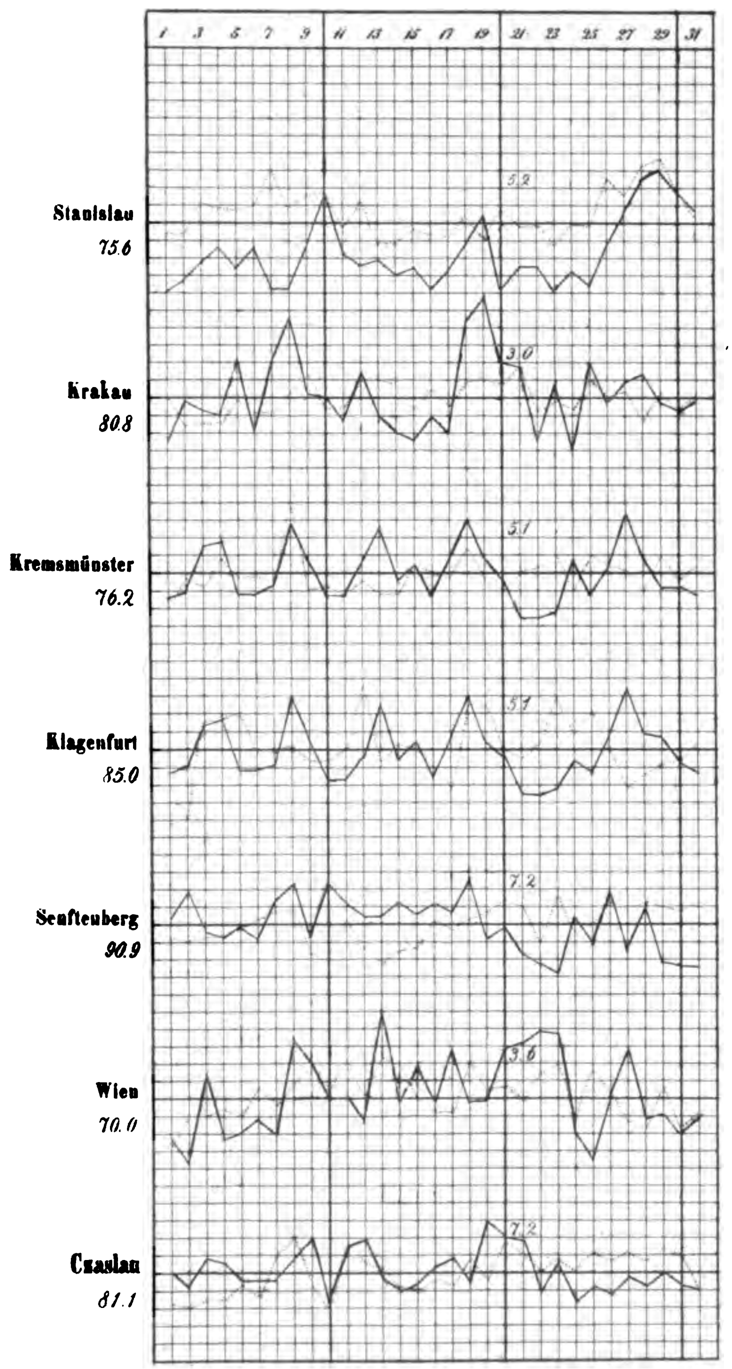
[10]) [illegible]

S[illegible]

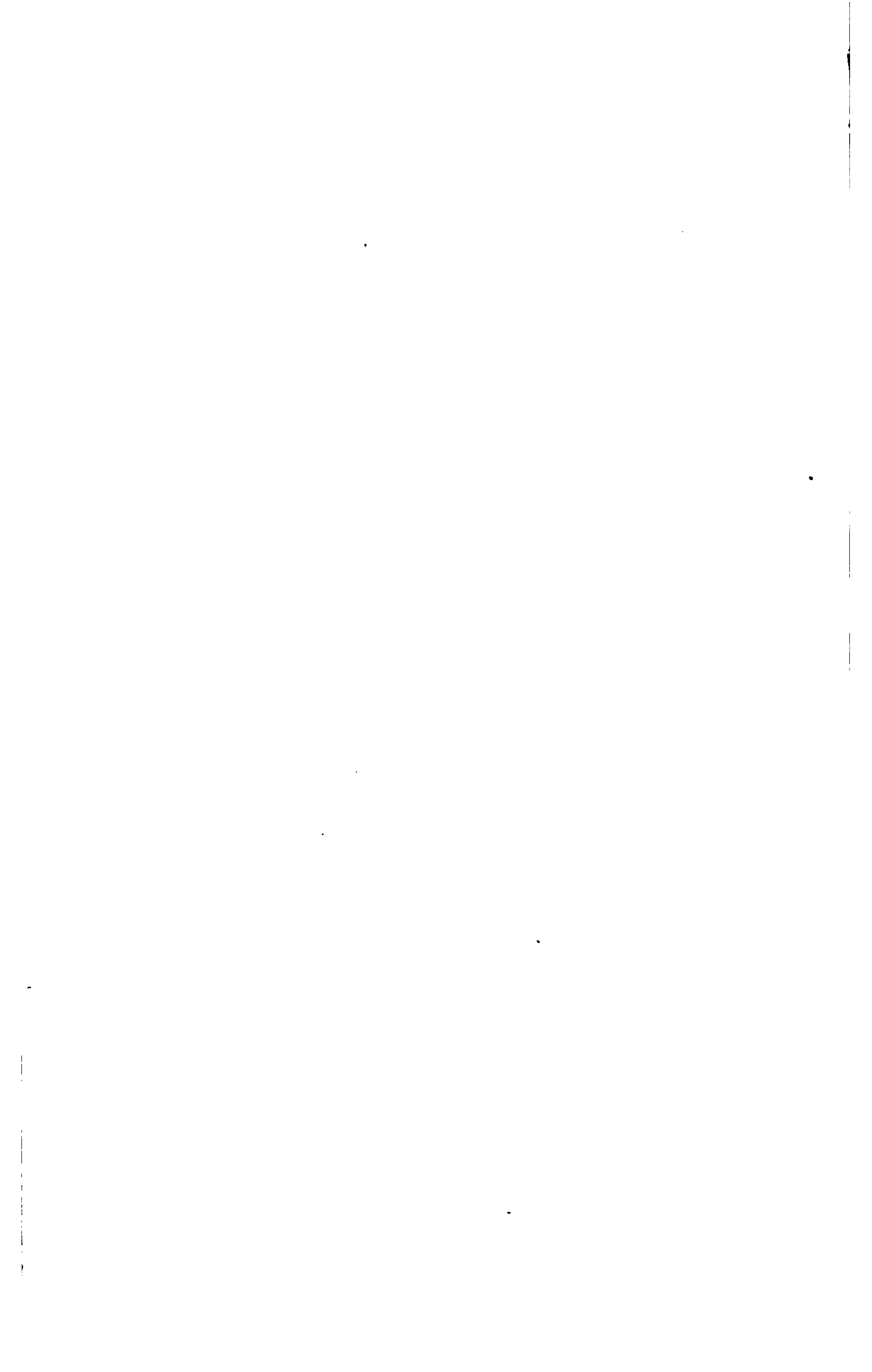


Gang der Feuchtigkeit und des Ozongehaltes der Luft im August 1854.

Die punktirten Linien stellen die Feuchtigkeit, die ausgezogenen den Ozongehalt dar.
Die am Rande befindlichen Zahlen sind die Monatmittel der Feuchtigkeit, jene zwischen den Curven die Monatmittel des Ozongehaltes.
Den Monatmitteln entsprechen die stärkeren Horizontallinien.
Ein Netztheil beträgt für die Feuchtigkeit 5 Procente, für den Ozongehalt einen Theil der Farbenscala, welche vom völligen Weis bis zum tiefsten Blau zehn Abtheilungen enthält.



Aus d. k. k. Hof- u. Staat. Druckerei



SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

XIV. BAND. II. HEFT.

JAHRGANG 1854. — NOVEMBER.

SITZUNG VOM 2. NOVEMBER 1854.

Eingesendete Abhandlungen.

Mineralogische Notizen.

Von Dr. A. Kenngott.

(Fünfzehnte Folge.)

(Mit IV Tafeln.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 5. October 1854.)

1. Über die trigonalen Trapezoeder des hexagonalen Systems und ihr Vorkommen am Quarz.

Durch die Abhandlung des Herrn Sectionsrathes W. Haidinger über den Pleochroismus und die Krystallstructur des Amethystes (aus dem Märzhefte des Jahrganges 1854 der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, aus Band XII, S. 401 ff. besonders abgedruckt) wurde ich darauf geführt, bei dem reichen Materiale, welches die Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinets darbieten, die Krystallgestalten des Quarzes und die darüber veröffentlichten Angaben zu vergleichen, um zu jeder Art des Auftretens gewisser Flächen die entsprechenden Belege aufzusuchen. Hierbei fand ich nun, dass die trigonalen Trapezoeder insbesondere, so wie auch die Flächen der hexagonalen Pyramiden in diagonaler Stellung noch Einzelnes zu bemerken geben, was als Ergänzung zu den bis jetzt bekannten Arbeiten über den Quarz dient und in gewisser Beziehung die Betrachtung der krystallographischen Verhältnisse des Quarzes erleichtert.

Die Lage der trigonalen Trapezoederflächen wurde in neuerer Zeit so fixirt, dass einige frühere Angaben irrthümlich erscheinen und gelten, und doch erinnerte ich mich selbst, die Lage auch anders gesehen zu haben, als sie jetzt angenommen wird, wogegen auch die geometrische Betrachtungsweise der Krystallgestalten nicht spricht,

sondern im Gegentheile da die nöthige Aufklärung gibt, wo die vorliegenden Exemplare der subjectiven Anschauungsweise nicht genügen.

Es ist daher auch zweckdienlich, damit zu beginnen, weil Wiederholungen vermieden werden und die Orientirung in Betreff der Krystallflächen des Quarzes schneller vor sich geht.

Der Umstand, dass die Flächen trigonaler Trapezoeder wirklich nicht immer so vorkommen, wie man für sie festgestellt hat, liess mich zunächst auf die theoretische Betrachtung dieser Gestalten zurückgehen und hier fand ich denn, was mir selbst noch nie aufgestossen war, dass man zweierlei trigonale Trapezoeder als Viertelgestalten der dodekagonalen Pyramiden zu unterscheiden habe, weil je vier, also acht trigonale Trapezoeder aus einer dodekagonalen Pyramide hervorgehen. Man nahm bisher immer nur vier an und die Erscheinung einer Fläche an Krystallen gegen diese Annahme musste zu Erklärungen veranlassen, welche bisweilen dem Vorkommen in der Natur zu nahe treten.

Wie die zweierlei trigonalen Trapezoeder zu je vier, wie also acht krystallographisch zu unterscheidende trigonale Trapezoeder aus einer dodekagonalen Pyramide hervorgehen, zeigt einfach die nachfolgende Betrachtung:

Bezeichnet man die vierundzwanzig Flächen einer dodekagonalen Pyramide, deren allgemeines Zeichen *mPn* ist, mit den fortlaufenden Zahlen 1 bis 12 für die obere Hälfte
13 „ 24 „ „ untere „
wie die Figur 1 auf Tafel I angibt, so dass die Zahlen 1 und 13, 2 und 14, 3 und 15 die obere und die untere einer Seitenkante anliegende Fläche in fortlaufender Reihe zählen, und stellt man nebenbei noch, was im Augenblicke gar nicht einmal nothwendig wäre, in der Folge aber wegen der besondern Zeichen zu bestimmen ist, die dodekagonale Pyramide *mPn* mit ihren fortlaufend zu zählenden Flächen so mit einer als Grundgestalt gewählten hexagonalen Pyramide in normaler Stellung, deren Zeichen *P* ist, oder auch mit irgend einer hexagonalen Pyramide in normaler Stellung, deren Zeichen *mP* ist zusammen, dass die den Flächen der hexagonalen Pyramide in normaler Stellung entsprechenden Flächenpaare der dodekagonalen Pyramide folgende sind:

1· 2	3· 4	5· 6	7· 8	9·10	11·12
13·14	15·16	17·18	19·20	21·22	23·24

so lassen sich alle Arten der Zerlegung am einfachsten darstellen und entsprechend bezeichnen.

Werden von diesen zwölf Paaren je sechs abwechselnde herrschend, damit zwei Skalenoeder entstehen, wie dieselben in Figur 2 und 3 angegeben sind, so enthält das eine dieser beiden Skalenoeder, welches Figur 2 darstellt, die Flächen

1·2 5·6 9·10
15·16 19·20 23·24

das andere, welches durch Figur 3 dargestellt wird, die Flächen

3·4 7·8 11·12
13·14 17·18 21·22

und die Zeichen der beiden Skalenoeder, als parallelflächiger Hälftengestalten einer dodekagonalen Pyramide, bei denen kein Verhältniss von rechts und links auszudrücken ist, sind $\frac{mPn}{2}$ und $\frac{mP'n}{2}$, für welche man, sobald man will, secundäre auf ein Rhomboeder bezügliche Zeichen setzen kann, die aber hier zwecklos sind.

Aus derselben dodekagonalen Pyramide *mPn* entstehen zwei hexagonale Trapezoeder durch Herrschendwerden der abwechselnden Flächen, wie sie in Figur 4 und 5 angegeben sind. Das eine dieser beiden hexagonalen Trapezoeder, Figur 4, enthält die Flächen

1 3 5 7 9 11
14 16 18 20 22 24

das zweite durch Fig. 5 auf Taf. I dargestellte dagegen die Flächen

2 4 6 8 10 12
13 15 17 19 21 23

Da nun von den vier Flächen $\frac{1,\ 2}{13,14}$ welche gemäss der gewählten Stellung zweien Flächen einer hexagonalen Pyramide in normaler Stellung entsprechen, und sich als rechte und linke Flächen gegen die Höhenlinie in den Flächen der hexagonalen Pyramide in normaler Stellung oder auch gegen die dieser Höhenlinie entsprechenden Kanten in den dodekagonalen Pyramiden unterscheiden, die Fläche 1 links, die Fläche 2 rechts, und wenn man die Krystallgestalt vertical umkehrt, in gleichem Sinne die Fläche 13 rechts, die Fläche 14 links gegen die gemeinschaftliche Kantenlinie liegt, so entstehen für die beiden hexagonalen Trapezoeder die Zeichen $\frac{l}{l}\frac{mPn}{2}$ und $\frac{r}{r}\frac{mPn}{2}$. Fig. 4 enthält alle links liegenden Flächen der oberen Hälfte und ebenso alle in gleichem Sinne links liegenden der unteren Hälfte, gleichviel wie man jetzt die Krystallgestalt stellt; seine

sämmtlichen Flächen sind links liegende in beiden Hälften bei derselben Art der Anschauung. Figur 5 enthält alle in gleichem Sinne rechtsliegenden Flächen der oberen und der unteren Hälfte.

Eine dritte Art von Hälftengestalten, welche wir hier noch zu erwähnen haben, sind die ditrigonalen Pyramiden. Sie entstehen aus den dodekagonalen Pyramiden durch Herrschendwerden von je vier Flächen, welche die abwechselnden gleichen Seitenecken bilden, mithin sind die beiden in Figur 6 und 7 dargestellten ditrigonalen Pyramiden, die eine (Figur 6) durch die Flächen:

1, 2	5, 6	9,10
13,14	17,18	21,22

die andere (Figur 7) durch die Flächen:

3, 4	7, 8	11,12
15,16	19,20	23,24

gebildet und erhalten die Zeichen $\frac{mPn}{2}$ und $\frac{mPn}{2}$.

Die anderen noch möglichen Hälften-Gestalten der dodekagonalen Pyramiden kommen hier nicht in Betracht.

Wenden wir uns nun an die Skalenoeder (Figur 2 und 3), um aus ihnen Hälften-Gestalten und zwar trigonale Trapezoeder, durch Herrschendwerden der an den abwechselnden Seitenkanten liegenden Flächen zu bilden, so erhalten wir aus dem in Figur 2 dargestellten Skalenoeder $\frac{mPn}{2}$ zwei trigonale Trapezoeder, von denen das eine die Flächen

	1		5		9		I.
24		16		20			

das andere die Flächen

2		6		10			II.
	15		19		23		

enthält. Die Flächen des ersteren, 1, 5, 9 welche der oberen Hälfte angehören, liegen links von der längeren Endkante, und wenn man die Krystallgestalt umkehrt, so liegen die Flächen 24, 16, 20, welche der unteren Hälfte angehören, auch in gleichem Sinne links von den längeren Endkanten und es ist daher das Zeichen für das trigonale Trapezoeder I vorläufig $\frac{l}{l}\frac{mPn}{4}$. Im Gegensatze zu diesem Trapezoeder liegen die Flächen, welche das zweite Trapezoeder bilden, sämmtlich rechts gegen dieselben Kanten und es ist daher das Zeichen für das trigonale Trapezoeder II vorläufig $\frac{r}{r}\frac{mPn}{4}$.

Aus dem zweiten Skalenoeder, Fig. 3 auf Taf. I, welchem das Zeichen $\frac{mP'n}{2}$ zukam, erhalten wir auf ganz gleiche Weise zwei trigonale Trapezoeder, von denen das eine die Flächen

3	7	11	III.
14	18	22	

das andere dagegen die Flächen

4	8	12	IV.
17	21	13	

enthält.

In Bezug auf die Lage der Flächen gegen die längeren Endkanten des Skalenoeders haben wir hier wieder in dem einen trigonalen Trapezoeder alle in gleichem Sinne links liegenden Flächen der oberen und der unteren Hälfte vereint, die Flächen 3, 7, 11 und 14, 18, 22, in dem anderen dagegen alle in gleichem Sinne rechts liegenden, die Flächen 4, 8, 12 und 17, 21, 13. Mithin ergeben sich für III und IV die vorläufigen Zeichen $\frac{l}{l}\frac{mP'n}{4}$ und $\frac{r}{r}\frac{mP'n}{4}$.

Wenn wir jetzt die hexagonalen Trapezoeder vornehmen, aus welchen dieselben trigonalen Trapezoeder hervorgehen müssen, so finden wir nicht allein, dass diese als Hälften-Gestalten daraus hervorgehen, sondern dass auch noch andere trigonale Trapezoeder Hälften-Gestalten der hexagonalen Trapezoeder sind, welche wir oben aus den Skalenoedern nicht entstehen sahen.

Aus dem hexagonalen Trapezoeder $\frac{l}{l}\frac{mPn}{2}$, welches unsere Figur 4 vergegenwärtigt, entstehen trigonale Trapezoeder durch Herrschendwerden je derjenigen sechs Flächen, welche an je drei abwechselnden gleichen Seitenkanten liegen. Hiernach entstehen einmal die trigonalen Trapezoeder, welche wir oben als mit I und III markirte aus den Skalenoedern erhielten und mit $\frac{l}{l}\frac{mPn}{4}$ und $\frac{l}{l}\frac{mP'n}{4}$ bezeichneten. Sie enthalten, wie schon bekannt ist, das eine die Flächen

1	5	9	obiges I.
24	16	20	

das andere die Flächen

3	7	11	obiges III.
14	18	22	

Andererseits aber erhalten wir noch zwei trigonale Trapezoeder, wenn wir die an den anderen gleichen Seitenkanten liegenden Flächenpaare und zwar an je drei abwechselnden herrschend werden lassen. Hierdurch erhalten wir neben jenen beiden trigonalen Trapezoedern

(I und III) noch zwei andere als Hälften-Gestalten desselben hexagonalen Trapezoeders. Das eine derselben enthält die Flächen:

1 5 9
14 18 22 V.

das andere dagegen die Flächen

3 7 11
16 20 24 VII.

beide, nämlich V und VII, sind ebenfalls dem Zeichen nach als $\frac{l}{l}\frac{mPn}{4}$ und $\frac{l}{l}\frac{mP'n}{4}$ zu unterscheiden, wie I und III, nur müssen wir noch dazu das trigonale Trapezoeder I und V, so wie das trigonale Trapezoeder III und VII im Zeichen von einander unterscheiden, was am besten geschieht, wenn wir dem Zeichen noch ein l oder r vorsetzen, welches die Lage der betreffenden Seitenkantenlinien ausdrückt. Hiernach haben wir für die vier trigonalen Trapezoeder

	I.	III.	V.	VII.
die Zeichen	$l\frac{l}{l}\frac{mPn}{4}$	$l\frac{l}{l}\frac{mP'n}{4}$	$r\frac{l}{l}\frac{mPn}{4}$	$r\frac{l}{l}\frac{mP'n}{4}$

welche sie ganz genau unterscheiden.

Aus dem hexagonalen Trapezoeder $\frac{r}{r}\frac{mPn}{2}$, welches die Fig. 5 auf Tafel I in Bezug auf die dodekagonale Pyramide mPn (Figur 1) repräsentirt, gehen auf ganz entsprechende Weise je zwei und zwei trigonale Trapezoeder hervor und zwar einmal die beiden bereits angeführten Trapezoeder II und IV, welche durch die Flächen

2 6 10
15 19 23 obiges II.

und durch die Flächen

4 8 12
17 21 13 obiges IV.

gebildet werden, und dann andererseits die beiden trigonalen Trapezoeder, von denen das eine die Flächen

2 6 10
13 17 21 VI.

das andere aber die Flächen

4 8 12
15 19 23 VIII.

enthält.

Alle vier Trapezoeder sind durch das vorgesetzte $\frac{r}{r}$ in ihren Zeichen kenntlich, nur muss noch insbesondere wie vorhin r oder l vorgesetzt werden, um die Lage derjenigen Seitenkante zu bezeichnen

welche die herrschendwerdenden Flächenpaare bestimmt und um dadurch die trigonalen Trapezoeder II und IV von den Trapezoedern VI und VIII zu unterscheiden. Hierdurch erhalten wir für die vier trigonalen Trapezoeder

$$\text{II.} \quad \text{IV.} \quad \text{VI.} \quad \text{VIII.}$$

die Zeichen $r\frac{r}{r}\frac{mPn}{4}\ r\frac{r}{r}\frac{mP'n}{4}\ l\frac{r}{r}\frac{mPn}{4}\ l\frac{r}{r}\frac{mP'n}{4}$

durch welche sie gleichfalls genau unterschieden werden.

Je vier der acht trigonalen Trapezoeder zusammen genommen bilden die vier Viertel-Gestalten der dodekagonalen Pyramide, so z. B. die vier Trapezoeder V, II, VII, IV mit ihren Zeichen

$$r\frac{l}{l}\frac{mPn}{4}\ r\frac{r}{r}\frac{mPn}{4}\ r\frac{l}{l}\frac{mP'n}{4}\ r\frac{r}{r}\frac{mP'n}{4}$$

zusammen genommen, und die vier Trapezoeder I, VI, III, VIII mit ihren Zeichen

$$l\frac{l}{l}\frac{mPn}{4}\ l\frac{r}{r}\frac{mPn}{4}\ l\frac{l}{l}\frac{mP'n}{4}\ l\frac{r}{r}\frac{mP'n}{4}$$

zusammen genommen.

Als dritte Art von Hälften-Gestalten dodekagonaler Pyramiden, welche hier zu erwähnen wären, wurden die ditrigonalen Pyramiden (siehe Fig. 6 und 7 auf Taf. I) angeführt; auch sie liefern trigonale Trapezoeder als Hälften-Gestalten und zwar gerade diejenigen, welche nicht aus den Skalenoedern hervorgehend als Hälften-Gestalten der hexagonalen Trapezoeder aufgefunden wurden. Werden nämlich die abwechselnden Flächen herrschend, so entstehen aus jeder ditrigonalen Pyramide zwei trigonale Trapezoeder und die Flächen dieser vier Gestalten sind auf obige Zahlen in den Figuren 6 und 7 bezogen, folgende

1		5		9		obiges V.
	14		18		22	
	2		6		10	obiges VI.
13		17		21		
3		7		11		obiges VII.
	16		20		24	
	4		8		12	obiges VIII.
15		19		23		

Die Zeichen sind die bereits angeführten.

An den Quarzkrystallen finden sich nun, wie die verschiedenen Untersuchungen gezeigt haben, trigonale Trapezoeder jeder Art, sowohl solche, welche Hälften der Skalenoeder, als auch solche, welche Hälften der ditrigonalen Pyramiden sind, also überhaupt die trigonalen Trapezoeder, welche möglicherweise aus den hexagonalen Trapezoedern hervorgehen können. Es sind dies die sogenannten Trapezflächen, deren mehrerlei als auf verschiedene dodekagonale Pyramiden bezügliche vorkommen. Um ihre Lage jedoch und Bezeichnung wegen des rechts und links, womit auch das optische Verhalten zusammenhängt, zu bestimmen ist, weiter nichts nöthig, als zu sehen, wie sie gegen andere Flächen des Quarzes liegen.

Die bekannteste und häufigste Gestalt des Quarzes ist die Combination einer hexagonalen Pyramide (Endkante $= 133° 44'$, Seitenkante $= 103° 34'$) und eines hexagonalen Prisma in gleicher Stellung, wie Fig. 8 auf Tafel I angibt, und wenn man diese hexagonale Pyramide als Grundgestalt wählt, so lassen sich alle Gestalten auf die einfachste Weise bestimmen. Es erscheint jedenfalls eigenthümlich und auffallend, dass gerade bei einer so verbreiteten Species, wie der Quarz ist, die Ansichten über die Grundgestalt des Quarzes verschieden sind und dass man dadurch ohne Grund das Studium der interessanten Krystallgestalten dieser Species erschwerte. Dazu trug einerseits die verschiedene Ausdehnung der Flächen und die theoretische Ansicht über den Zusammenhang der hexagonalen Gestalten bei, beiderlei Gründe aber sind nicht wichtig genug, das zurückzudrängen, was Natur und Theorie bedingt.

Die hexagonale Pyramide P als Grundgestalt zu erwählen, lag einmal darum so nahe, weil ihre Flächen an allen Quarzkrystallen angetroffen werden und wird andererseits auch durch die Blätterdurchgänge unterstützt, welche den Flächen dieser Gestalt entsprechend gefunden wurden. Bei jeder anderen Species wäre man vollkommen befriedigt gewesen, wenn die äussere und innere Gestalt so einfach die Grundgestalt ergeben hätte, der Quarz aber fand sich so häufig, man sah so oft seine verschiedenartige Ausdehnung der Flächen, entdeckte in ihm die Tendenz rhomboedrischer Hemiedrie und wählte desshalb die parallelflächige Hälften-Gestalt der hexagonalen Pyramide P, ein Rhomboeder $\frac{P}{2}$ oder $R = 94° 15'$ als Grundgestalt.

Wenn man jedoch die zahllosen Quarzkrystalle vergleicht und namentlich unter sich die von einem und demselben Fundorte, so

wird man zunächst erkennen müssen, dass die von äusseren Dingen und von der natürlichen Stellung der Quarzkrystalle herrührende ungleiche Ausdehnung der Flächen P sehr vieldeutig ist; man kann von der regelmässigsten Ausbildung der hexagonalen Pyramide P in Verbindung mit dem hexagonalen Prisma in normaler Stellung ∞P ausgehend, die vollständigsten Suiten zusammenstellen, welche mit dem Extrem, der Combination des hexagonalen Prisma in normaler Stellung ∞P und des Rhomboeders $\frac{P}{2}$ oder R (Fig. 9 auf Taf. I) endigen und zwischen den beiden Extremen $\infty P. P$ und $\infty P. \frac{P}{2}$ oder $\infty P. R$, alle möglichen Zwischenstufen der Combination $\infty P. \frac{P}{2} \frac{P'}{2}$ oder $\infty P. R. R'$ (Fig. 10) enthalten; man kann aber auch von der regelmässig ausgebildeten Combination $\infty P. P$ ausgehend eine vollständige Suite zusammenstellen, welche den Übergang der hexagonalen Pyramide P in die trigonale Pyramide $\frac{P}{2}$ darstellt und alle möglichen Fälle der Combination $\infty P. \frac{P}{2}. \frac{P'}{2}$ (Fig. 11 auf Taf. II) bildet, deren Extrem die Combination $\infty P. \frac{P}{2}$ ist (Fig. 12).

Ausser den beiden Fällen, der Bildung eines Rhomboeders und der Bildung einer trigonalen Pyramide, jenes durch Herrschendwerden der abwechselnden Flächen, dieser durch Herrschendwerden der abwechselnden Paare, die nach den Seitenkanten bestimmt werden, gibt es noch viele Gestaltungen der hexagonalen Pyramide P, welche durch Herrschendwerden gewisser Flächen, Verlängerung oder Verkürzung in dieser oder jener Richtung entstehen und als unregelmässige nicht weiter beachtet werden, selbst wenn sie eine gewisse Constanz an bestimmten Fundorten zeigen.

Wäre die Tendenz der Rhomboederbildung ausschliesslich in den von der hexagonalen Pyramide herrührenden Gestaltungen zu erkennen, so würde man diese mit Recht hervorheben müssen, aber man hätte noch immer keinen Grund, die hexagonale Pyramide P als Grundgestalt zu verwerfen und das Rhomboeder $\frac{P}{2}$ oder R vorzuziehen. Jene bleibt die Grundgestalt, wenn man ihr Auftreten an sämmtlichen Krystallen des Quarzes zusammenfasst und dazu noch findet, dass die Blätterdurchgänge mit gleicher Vollkommenheit (oder richtiger gesagt, gleicher Unvollkommenheit) allen Flächen von P parallel gefunden werden. Man überzeugt sich davon am besten,

wenn man die versteckte Spaltbarkeit des Quarzes durch künstliche Mittel erhöht. Die Tendenz der Rhomboederbildung ist sehr häufig und deutlich zu sehen, namentlich an Krystallen gewisser Fundorte, wie man es auch bei anderen Mineralen wahrnimmt, und die rhomboedrische Tendenz zeigt sich dann nicht allein in den Flächen *P*, sondern auch noch in anderen, und lässt sich bisweilen an den Flächen *P* durch eine abweichende physikalische Beschaffenheit erkennen.

Ein besonders schönes Beispiel davon zeigt ein in den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinets befindlicher farbloser durchsichtiger Quarzkrystall von Siena in Italien, welcher eine ziemlich regelmässige Combination der hexagonalen Pyramide *P* und des hexagonalen Prisma ∞P darstellt, und woran die abwechselnden *P*-Flächen horizontal gestreift sind, wie die Fig. 13 auf Taf. II angibt.

An vielen Quarzkrystallen welche die Combination $\infty P . P$ darstellen, wobei wir von der unregelmässigen oder regelmässigen ungleichmässigen Ausdehnung gewisser Flächen *P* oder ∞P absehen, finden sich als Abstumpfungsflächen der Combinationsecken zwischen ∞P und *P* die Flächen *s*, welche vollzählig vorkommend, wie Figur 14 angibt, einer hexagonalen Pyramide in diagonaler Stellung mit dem Zeichen $2P2$ angehören. Auch diese Gestalt wurde zur Bestimmung der Grundgestalt gewählt, indem Mohs sie als Dirhomboeder auffasste und das zu Grunde liegende Rhomboeder, die Hälften-Gestalt von $2P2$, also $\frac{2P2}{2}$ zur Grundgestalt wählte. Dieses Rhomboeder mit dem Endkantenwinkel $= 75^{0}\ 55'$ wird, wenn es mit der Combination $\infty P . P$ vorkommt, die Flächen *s*, wie Figur 15 angibt, so vertheilt haben, dass sie an den abwechselnden Combinations-Ecken liegen und der jedesmaligen oberen abgestumpften Ecke eine unveränderte untere entsprechen muss.

Kommen dagegen nicht die abwechselnden Flächen der hexagonalen Pyramide $2P2$, um eine parallelflächige Hälften-Gestalt, das Rhomboeder $\frac{2P2}{2}$ zu bilden, vor, sondern die an den abwechselnden Seitenkanten liegenden Flächenpaare, um die nicht parallelflächige Hälften-Gestalt, die trigonale Pyramide $\frac{2P2}{2}$ zu bilden, so erscheinen an der Combination $\infty P . P$ (Figur 16) die Flächen *s* als Abstumpfungsflächen von je zwei Combinations-Ecken, die an den abwechselnden Prismenkanten liegen.

Diese trigonale Pyramide wählte neuerdings Haidinger (a. a. O. Seite 11) als Grundgestalt, gleichsam als den gyroidischen Repräsentanten eines Rhomboeders, nur gebrauchte er nicht den Namen „trigonale Pyramide", sondern „Trigonoid", analog dem von G. Rose gebrauchten Namen „Trigonoeder".

An und für sich wäre es gleichgültig, welche Hälften-Gestalt der hexagonalen Pyramide 2 *P*2 man zur Grundgestalt wählt, wenn man es als Grundsatz aufstellte, irgend eine Krystallgestalt der Species zu wählen, nicht aber durchgehends für alle Species desselben Krystallformensystems eine gleichartige; hier aber wählte Haidinger obgleich er sonst immer ein Rhomboeder, auch bei Quarz, gerade so wie Mohs wählte, abweichend die trigonale Pyramide, weil die Existenz des von Mohs gewählten Rhomboeders von G. Rose (dessen Abhandlung über das Krystallisations-System des Quarzes, Berlin 1846, Seite 12) in Abrede gestellt wurde und von W. Haidinger die bezüglichen Flächen auch nur als trigonalen Pyramiden angehörig befunden wurden.

G. Rose sagt Seite 12 ganz bestimmt: „Die Rhombenflächen finden sich an beiden Enden der abwechselnden Seitenkanten des Prisma, gehören also keinem Rhomboeder oder dem parallelflächigen Hälftflächner des Hexagondodekaeders, sondern dem geneigtflächigen oder dem Trigonoeder an, aber es finden sich bald die Flächen der einen, bald die der anderen Hälfte, sie liegen daher bald zur Rechten, bald zur Linken der Hauptrhomboederflächen, so dass man daher auch ohne vorhandene Trapezflächen die Krystalle in rechte und linke unterscheiden kann."

W. Haidinger dagegen sagt Seite 11 Folgendes: „G. Rose hat in seiner Abhandlung trefflich das Vorkommen der Rhombenflächen als Trigonoide (nach G. Rose Trigonoeder) mit den abwechselnd vergrösserten Quarzoidflächen verbunden. Nur in Einem glaube ich von seiner Darstellung abweichen zu müssen. Er betrachtet nämlich die Gestalt aus den vergrösserten Flächen *P* als das Grundrhomboeder, während es mir bei weitem vortheilhafter erscheint das Trigonoid *s* als Grundlage zu wählen, als gyroidischen Repräsentanten eines Rhomboeders.

Von Interesse war es mir daher, zu sehen, ob die Krystalle in den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinets, die wegen ihrer grossen Anzahl es möglich machen, auch seltenere Vorkommnisse

zu beobachten, die besprochenen *s*-Flächen als Flächen trigonaler Pyramiden oder als Flächen von Rhomboedern zeigen, weil das letztere Vorkommen entschieden in Abrede gestellt wurde. Hierbei gelangte ich nun zu dem Resultate, dass die Flächen der hexagonalen Pyramide in diagonaler Stellung $2P2$ sowohl als Flächen trigonaler Pyramiden $\frac{2P2}{2}$ (wie Fig. 16 auf Taf. II angibt), als auch als Rhomboederflächen $\frac{2P2}{2}$ (wie Fig. 15 auf Taf. II es angibt), als auch endlich als Flächen der hexagonalen Pyramiden $2P2$ selbst anzutreffen sind. Belege dazu bieten namentlich die kleinen vollständig isolirten Krystalle farblosen durchsichtigen Quarzes vom St. Gotthard in der Schweiz, an denen ich am häufigsten und am meisten abwechselnd die *s*-Flächen antraf, wenn man die vorräthige Anzahl der Krystalle dieses Fundortes mit denen anderer Fundorte, wie von Zirknitz in Krain, aus dem Marmaroscher Comitate und anderen vergleicht.

Es kann auch eigentlich nicht auffallen, wenn die Flächen der hexagonalen Pyramide $2P2$ auf verschiedene Weise angetroffen werden und sie nicht einzig und allein trigonale Pyramiden bilden. Beiderlei Pyramiden die der normalen Stellung sowohl, namentlich *P*, als auch die der diagonalen Stellung erscheinen als vollzählige oder vollflächige Gestalten und bezüglich der ungleichen Ausdehnung einzelner Flächen, welche bei den untergeordneten Flächen *s* sich am meisten durch gänzliche Abwesenheit einzelner documentirt, finden nicht allein diejenigen Fälle Statt, welche von aussenliegenden Umständen und den möglichen störenden Einflüssen während der Krystallbildung herrühren, mithin als unregelmässige Bildungen wenig beachtet werden, sondern es zeigt sich auch die Bildung hemiedrischer Gestalten. Aus jeder Art hexagonaler Pyramiden, denen in normaler und denen in diagonaler Stellung entstehen Rhomboeder und trigonale Pyramiden als Hälften-Gestalten, und der Quarz lässt die einen, wie die anderen in beiderlei Stellungen beobachten, die in normaler Stellung, weil diese Flächen oft, namentlich *P* immer an Quarzkrystallen gesehen werden äusserst häufig, die in diagonaler Stellung, weil diese Flächen im Verhältniss zu jenen selten, vielleicht in dem Verhältniss 1000: 1, gesehen werden, selten, ja sehr selten.

Bei den Hälften-Gestalten in normaler Stellung tritt die Rhomboederbildung, bei denen in diagonaler Stellung die der trigonalen

Pyramiden mehr hervor, ohne dass dort die trigonalen Pyramiden, hier die Rhomboeder fehlen. Für alle Fälle liegen die Belegstücke vor, und man ist nicht gezwungen, die häufigeren Vorkommnisse als die allein gültigen anzuerkennen, die selteneren theoretisch auszuschliessen und wenn sie dennoch sich unwiderleglich zeigen, ihr Vorhandensein so zu erklären, dass ihre Existenz nur als geduldete erscheint.

Wir haben jetzt die Flächen der trigonalen Trapezoeder zu betrachten, welche bereits oben ihrer Art nach unterschieden wurden und finden, dass sie an den Quarzkrystallen ganz dieser Unterscheidung gemäss vorkommen und dass auch die hexagonalen Trapezoeder bisweilen beobachtet werden können. Beiderlei Gestalten stehen mit den optischen Verhältnissen des Quarzes in Zusammenhang und bedingen einander, so dass man aus der Anwesenheit dieser Flächen in ihrer besonderen Lage das bestimmte optische Verhältniss ersehen kann und, wenn sie abwesend sind aus dem optischen Verhältniss zu schliessen berechtigt ist, dass diese oder jene Flächen an dem untersuchten Krystalle vorkommen könnten oder nicht.

Die verschiedenartige Lage der Trapezoederflächen, sowohl der trigonalen als hexagonalen, welche im Ganzen ziemlich oft vorkommen und gewöhnlich als Trapezflächen des Quarzes bezeichnet werden, lässt sich leicht unterscheiden, wenn wir die hexagonale Pyramide P als Grundgestalt wählen und das Vorkommen solcher Flächen an der Combination $\infty P . P$ bestimmen, wozu wir die Flächen s nicht bedürfen, mit denen sie oft gemeinschaftlich vorkommen und dann meist Abstumpfungsflächen der Combinationskanten zwischen s und r ($2P2$ und ∞P) bilden. Ohne die Flächen s betrachtet, finden sich die häufigsten Trapezoederflächen als schiefe Abstumpfungsflächen der Combinations-Ecken zwischen P und ∞P und nach ihnen wird das optische Verhältniss bestimmt. Selten beobachtet man noch andere Flächen als diese, welche auch Trapezoedern und Skalenoedern angehören, aber so untergeordnet und unvollkommen ausgebildet, dass man sie am besten unbeachtet lassen kann und desshalb unter den Trapezoedern des Quarzes und den Trapezflächen nur die bewussten meint, welche an die Combinations-Ecken zwischen P und ∞P zu liegen kommen.

Je nachdem nun die vorhandenen Trapezflächen, gleichviel ob sie als Flächen eines trigonalen Trapezoeders, oder, was selten ist, als Flächen eines hexagonalen Trapezoeders sich auffassen lassen,

auf ein rechtes oder linkes hexagonales Trapezoeder zurückzuführen sind, ergibt sich für den Krystall die krystallographische und optische Bezeichnung eines Rechts-Krystalls oder eines Links-Krystalls.

Als Beispiele dienen die beiden Figuren 17 und 18 auf Tafel II, von denen die erstere, Figur 17, die Combination $\infty P . P \frac{l}{l} \frac{mPn}{2}$, ein Links-Individuum, einen Links-Krystall, die zweite, die Figur 18, dagegen die Combination $\infty P . P . \frac{r}{r} \frac{mPn}{2}$, ein Rechts-Individuum, einen Rechts-Krystall darstellt.

Aus ihnen ersieht man sehr einfach, dass zur Bestimmung des Rechts und Links nichts weiter nöthig ist, als die Trapezfläche selbst zu sehen, ihre Lage zeigt dann sofort, ob sie einem linken oder rechten Trapezoeder angehört, ob der Krystall ein optischer Links- oder Rechts-Krystall ist. Man vergleiche zu diesem Zwecke die beiden Figuren 27 und 28 auf Tafel III, wo man zwei Prismenflächen ∞P und in Figur 27 eine Fläche irgend einer hexagonalen Pyramide in diagonaler Stellung durch *s*, in Figur 28 eine Fläche eines linken Trapezoeders durch *x* angedeutet findet. Es ist gleichgültig, welches Ende des Krystalls oben oder unten ist, in jeder Stellung wird man für die einzelne Prismenfläche ∞P die linke und die rechte Seite unterscheiden können, wie es die Buchstaben *l* und *r* in beiden Figuren andeuten, selbst wenn gar keine anderen Krystallflächen sichtbar wären.

Tritt nun mit ∞P die Fläche einer hexagonalen Pyramide in diagonaler Stellung zusammen auf, so wird diese Fläche, wie *s* in Figur 27 angibt, mit den Prismenflächen Combinationskanten bilden, deren Linien nach beiden Seiten hin gegen die Kantenlinien des Prisma gleich geneigt und gelegt sind; die Combinationskantenlinie zwischen ∞P und *s* bildet mit der Prismenkantenlinie, auf welcher die Fläche *s* selbst aufsitzt, in beiden benachbarten Prismenflächen gleiche ebene Winkel in der Prismenfläche, welche man an Krystallen sehr leicht messen und von deren Gleichheit man sich ohne besondere instrumentale Vorrichtung überzeugen kann, wenn das Auge allein nicht im Stande sein sollte, die Lage der Fläche *s* zu unterscheiden und die gleiche Neigung nach beiden Seiten zu erkennen.

Tritt aber mit ∞P die Fläche eines hexagonalen oder trigonalen Trapezoeders und zwar, wie die Figur 28 angibt, eines linken

zusammen auf, so wird diese Fläche x mit den Prismenflächen zweierlei Combinationskanten bilden und sie wird nicht, wie in Figur 27 die Fläche s, auf die Prismenkante gerade aufgesetzt sein, sondern wie in Figur 28 es die Fläche x zeigt; schief aufgesetzt erscheinen, mithin gegen eine Seite der Prismenflächen, hier gegen die linke mehr geneigt sein als gegen die andere. Hieran erkennt man sofort, da die ungleiche Neigung dem Auge entschiedener auffällt, als es die gleiche Neigung beurtheilen könnte, die Art des Trapezoeders, wenn man den Krystall oder die Zeichnung sieht und auf der Stelle wird man aus den Figuren 17, 19—22 erkennen, dass die Flächen x linken Trapezoedern angehören, weil sie auf die linken Seiten der Prismenflächen mehr neigen als auf die rechten Seiten, man mag den Krystall so oder so aufrecht hinstellen; so wie die Figur 18, 23—26 ohne Zweifel Combinationen des Prisma ∞P mit rechten Trapezoederflächen erkennen lassen, weil die Trapezflächen schief auf die Prismenkanten aufgesetzt auf die rechten Seiten der Prismenflächen mehr hin neigen als auf die linken Seiten. Hierdurch wird auch der ebene Winkel, welchen die Combinationskantenlinien zwischen x und ∞P mit den Prismenkantenlinien in den Prismenflächen selbst bilden, ungleich sein und selbst das ungeübtere Auge wird erkennen, dass eine Ungleichheit der Winkel w und w' stattfindet, so wie dieselbe sich durch die einfachste Methode zu messen bestimmen lässt. Neigt sich die Fläche x als die Fläche eines linken Trapezoeders mehr gegen die linke Seite der Prismenflächen, so wird auf dieser Seite der ebene Winkel w weniger stumpf sein als der ebene Winkel w' auf der anderen, bei den Flächen der rechten Trapezoeder findet das Umgekehrte Statt.

Diese Auseinandersetzung wird hinreichend beweisen, wie leicht es sei, die Trapezoederfläche, auch wenn man von dem ganzen Krystall nichts weiter sieht, als diese Fläche mit den ihr benachbarten Prismenflächen, als linke und rechte zu unterscheiden und somit auch die optischen Links- und Rechtskrystalle; die Flächen s und die ungleiche Ausdehnung der P-Flächen sind zu diesem Zwecke entbehrlich.

Was nun das Vorkommen der hexagonalen und trigonalen Trapezoeder betrifft, so folgt aus meinen Beobachtungen, dass die trigonalen Trapezoeder ebensowenig ausschliessliche Bedingung für die Quarzkrystalle sind, als die Rhomboeder in normaler, die trigo-

nalen Pyramiden in diagonaler Stellung, dass das vereinzelte Auftreten solcher Trapezoederflächen oft mehr eine Folge ihres untergeordneten Erscheinens ist, als der bestimmten Tendenz, trigonale Trapezoeder zu bilden, dass aber die Tendenz rechte und linke Trapezoeder zu bilden die wichtigste Eigenschaft der Quarzkrystalle ist, welche mit der ganzen Substanz, respective der Lage der kleinsten Massentheilchen in so engem Verhältnisse steht, dass sie von den optischen Erscheinungen begleitet ist und durch sie auch da bestimmt werden kann, wo die Trapezoederflächen nicht sichtbar sind.

Zeigen sich aber Trapezoederflächen und zwar in so geringer Anzahl, dass man nur trigonale, nicht hexagonale Trapezoeder erkennen kann, so lasssen sich dieselben ihrer Vertheilung und Lage nach bald genügend bezeichnen. Der übersichtlichen Darstellung wegen sind in den Figuren 19—26 die acht trigonalen Trapezoeder beigegeben, welche den Figuren 17 und 18 entsprechend als Hälften-Gestalten der beiden hexagonalen Trapezoeder $\frac{l}{l}\frac{mPn}{2}$ und $\frac{r}{r}\frac{mPn}{2}$ in Combination mit $\infty P.\ P$ vorkommen können. Die Angabe der entsprechenden Zeichen ist ausreichend, die Figuren zu commentiren und zur Vervollständigung des Vergleichs sind noch die Zahlen angegeben, welche den Flächen x zukommen, wenn man auf die dodekagonale Pyramide mPn zurückgeht, von welcher die hexagonalen Trapezoeder als Hälften-, die trigonalen Trapezoeder als Viertel-Gestalten herrühren. So ist nun

Figur 19 die Combination $\infty P.\ P.\ l\frac{l}{l}\frac{mPn}{4}$ (I.)

Figur 20 die Combination $\infty P.\ P.\ l\frac{l}{l}\frac{mP'n}{4}$ (III.)

Figur 21 die Combination $\infty P.\ P.\ r\frac{l}{l}\frac{mPn}{4}$ (V.)

Figur 22 die Combination $\infty P.\ P.\ r\frac{l}{l}\frac{mP'n}{4}$ (VII.)

Figur 23 die Combination $\infty P.\ P.\ r\frac{r}{r}\frac{mPn}{4}$ (II.)

Figur 24 die Combination $\infty P.\ P.\ r\frac{r}{r}\frac{mP'n}{4}$ (IV.)

Figur 25 die Combination $\infty P.\ P.\ l\frac{r}{r}\frac{mPn}{4}$ (VI.)

Figur 26 die Combination $\infty P.\ P.\ l\frac{r}{r}\frac{mP'n}{4}$ (VIII.)

und aus dieser Übersicht wird man für jeden vorkommenden Fall die an einem Quarzkrystalle vorkommende Combination bestimmen können.

Selten finden sich diese Trapezoederflächen in vollständiger Anzahl an einem Krystalle, um die zu bestimmende Krystallgestalt mit allen ihren Flächen zu repräsentiren, gerade wie es bei den Flächen der hexagonalen Pyramiden in diagonaler Stellung, und bei den daraus hervorgehenden Rhomboedern und trigonalen Pyramiden der Fall war, was davon herrührt, dass diese Flächen untergeordnete sind und die ungleichmässige Ausdehnung der Flächen ∞P und P sie zurückdrängt und sie zum Theil verschwinden lässt, so dass man sogar oft nur eine einzelne sieht.

Ganz besonders beeinflusst wird das Auftreten dieser Flächen durch die Flächen der Grundgestalt und die Summe der Beobachtungen führt zu dem Schluss, dass wenn die Flächen P an einem Krystalle geometrisch gleich ausgebildet wären, damit keine trigonalen Trapezoeder, sondern nur hexagonale Trapezoeder, entweder rechte oder linke vorkommen würden, wie es die vollkommenste Symmetrie erheischt. Das Schwanken der Flächen P aber unter einander, durch welches einerseits und zwar häufiger die Bildung der Rhomboeder $\frac{P}{2}$ und $\frac{P'}{2}$, andererseits und zwar weniger häufig die Bildung der trigonalen Pyramiden $\frac{P}{2}$ und $\frac{P'}{2}$ erzielt wird, und durch welches ausserdem noch, wenn es unregelmässig ist, abnorme Bildungen erzeugt werden, bedingt in demselben Grade ein ungleiches Auftreten der Trapezoederflächen, so wie derjenigen Flächen, welche in die diagonale Stellung gehören.

Hierdurch tritt dann auch die eine oder die andere Art trigonaler Trapezoeder mehr hervor und man sieht daher häufig die trigonalen Trapezoederflächen so, dass ihre Flächen an derselben Prismenkante liegen, wie die Figuren 19, 20, 23 und 24 angeben, was mit der häufig vorkommenden rhomboedrischen Tendenz der P-Flächen zusammenhängt (Fig. 29 auf Taf. III, zeigt diesen Fall). Der daraus gezogene Schluss aber, dass nur diese Trapezoeder vorkämen, ist zu weitgehend, gerade wie bei den Flächen der Pyramiden in diagonaler Stellung und man hat nicht nöthig, wenn die Trapezoeder anders vorkommen, nämlich so wie es die Figuren 21, 22, 25 und 26 angeben, sie in Abrede zu stellen und eine Erklärung zu suchen,

welche für einzelne Fälle richtig ist, desshalb aber nicht für alle geltend sein muss, ich meine die durch die Zwillingsbildung. Würde man überhaupt berücksichtigt haben, dass aus einer dodekagonalen Pyramide je vier und je vier trigonale Trapezoeder als Viertelgestalten hervorgehen, was ich auch bisher ganz übersehen habe, so würde man gar nicht darnach gesucht haben, in den für das aufgestellte tetartoedrische Gesetz nicht passenden Fällen, die Erscheinung trigonaler Trapezoeder, wie in Figur 21, 22, 25 und 26 angegeben ist, durch Zwillingsbildung erklären zu wollen. Die letztere ist sehr häufig zu beobachten, sie kann zur Bildung der in Abrede gestellten Fälle, die durch sie erklärt werden sollen, beitragen, aber wo dieselben vorkommen, ist desshalb nicht immer Zwillingsbildung nothwendig vorauszusetzen.

Fassen wir schliesslich das gewonnene Resultat in Kürze zusammen, so zeigen die Krystalle des Quarzes Folgendes, sobald die hexagonale Pyramide mit dem Endkantenwinkel $= 133^\circ 44'$ als Grundgestalt gewählt wird:

Das hexagonale Prisma in normaler Stellung, ∞P, combinirt mit der Grundgestalt P sind fast an allen Quarzkrystallen zu finden, doch finden sich Krystalle, wo die Prismenflächen gänzlich fehlen, die Grundgestalt für sich allein auftritt. Das Prisma erscheint durchgängig als vollflächige Gestalt und die scheinbare Bildung trigonaler Prismen ist nur eine zufällige oder durch andere Flächen erzeugt.

Die Grundgestalt und andere hexagonale Pyramiden in normaler Stellung lassen die Tendenz, rhomboedrische Hälften-Gestalten zu bilden, als überwiegende erkennen, doch sind die Hälften-Gestalten nicht darauf beschränkt, sondern es finden sich auch häufig die abwechselnden Flächenpaare von P herrschend ausgedehnt, um trigonale Pyramiden zu bilden.

Diese zweifache Art der Hemiedrie findet sich auch bei der vorkommenden hexagonalen Pyramide in diagonaler Stellung $2P2$, wobei die Tendenz trigonale Pyramiden zu bilden überwiegender erscheint. Die ungleiche Ausdehnung der P-Flächen hindert meist das Auftreten aller Flächen.

Die hexagonalen Trapezoeder $\frac{l}{l}\,\frac{mPn}{2}$ und $\frac{r}{r}\,\frac{mPn}{2}$ finden sich als solche seltener, weil ihre Flächen untergeordnet und daher selten vollzählig sind und man betrachtet aus diesem Grunde häufiger

die trigonalen Trapezoeder, deren gedoppeltes Auftreten, entweder an den abwechselnden Kanten des Prisma oben und unten, oder an allen Kanten des Prisma abwechselnd oben und unten mit der rhomboedrischen oder mit der pyramidalen Hemiedrie der Grundgestalt zusammenhängt.

Die Belegstücke zu allen Arten des Vorkommens lieferten mir die Quarzkrystalle in den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinets, namentlich die aus der Schweiz, von Zirknitz in Krain, aus dem Marmaroscher Comitate, aus dem Dauphiné, von Herkiwa aus New-York und anderen einzelnen Fundorten.

Einen besonders grossen Reichthum an Flächen zeigen die farblosen Quarzkrystalle von Serra do Chrystaes, Capitanie Goyaz in Brasilien, welcher darum nicht ausgebeutet werden konnte, weil die Krystalle nur an einem Ende ausgebildet sind und die untergeordneten Flächen nicht den zu Messungen nöthigen Glanz besitzen. Ihr Vorhandensein ist aber Beweis genug, dass die Krystalle dieses Fundortes einen besonderen Charakter haben. So findet man an ihnen die Flächen einer stumpfen hexagonalen Pyramide in normaler Stellung hemiedrisch als dreiflächige Zuspitzung der Endecken von P, die Zuspitzungsflächen gerade auf die P-Flächen aufgesetzt, einer zweiten, welche die Endkanten des Rhomboeders $\frac{P}{2}$ gerade abstumpft und daher auch rhomboedrisch auftritt, und Flächen von Hälftengestalten verschiedener mPn, welche entweder als Skalenoeder oder ditrigonale Pyramiden aufzufassen sind, je nachdem es die unteren Enden bestimmen würden. Diese Flächen bilden Zuschärfungen der Endkanten des Rhomboeders $\frac{P}{2}$, Zuschärfungen der abwechselnden schiefen Combinationskanten zwischen $\frac{P}{2}$ und ∞P, schiefe Abstumpfungen der Combinationskanten zwischen $2P2$ und P, oder zwischen $2P2$ und ∞P, schieflaufende, gegen das Ende breiter werdende Zuschärfungen der abwechselnden Prismenkanten. Endlich finden sich auch Viertelgestalten dodekagonaler Pyramiden, welche dreiflächige Zuspitzungen der Endecken von P bilden, die Zuspitzungsflächen schief auf die abwechselnden Flächen aufgesetzt.

Vielleicht gelingt es mir in der Folge, genauere Bestimmungen über diese Flächen zu geben oder durch ihre Erwähnung die Aufmerksamkeit anderer Krystallographen auf dieselben zu lenken, denen besser bestimmbare Exemplare zugänglich sind.

2. Bemerkungen über Breithaupt's Ostranit.

A. Breithaupt hat im fünften Bande der Annalen der Physik und Chemie, herausgegeben von J. C. Poggendorff, Seite 377 ff. unter dem Namen Ostranit eine neue Species des Mineralreichs beschrieben, über welche seither meines Wissens nichts Weiteres bekannt gemacht worden ist und welche nicht zur allgemeinen Aufnahme in den mineralogischen Lehrbüchern gelangt ist. Die Gelegenheit, zwei Exemplare dieses Namens von dem Fundorte Brevig in Norwegen in den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinets zu sehen und genauer prüfen zu können, veranlasste mich die von A. Breithaupt gegebene Beschreibung zur Hand zu nehmen und mit dem Minerale selbst zu vergleichen.

Die Untersuchung der beiden vorliegenden Exemplare ergab, dass das Mineral krystallisirter Zirkon ist, dessen Krystalle etwas unregelmässig ausgebildet sind und dadurch auf den ersten Blick als scheinbar orthorhombische entgegentreten. Im Übrigen lässt es sich nicht vom Zirkon unterscheiden und hat die Härte des Quarzes, sowie das Verhalten vor dem Löthrohre und gegen Säuren ganz mit dem des Zirkons übereinstimmt. Herr Professor Zippe, dem ich meine Ansicht über die Identität der mir vorliegenden mit dem Namen Ostranit belegten Exemplare mit dem Zirkon mittheilte, sagte mir zwar, dass der Ostranit, welchen er gesehen und welcher mit dem von A. Breithaupt beschriebenen Minerale übereinstimmend war, ein Wenig im Aussehen abweiche und mehr an den Malakon, die bekannte Pseudomorphose des Zirkons erinnere, doch glaube ich, dass dessen ungeachtet die vorliegenden Exemplare dasselbe sind und auch der ursprüngliche von A. Breithaupt untersuchte und beschriebene Ostranit nur Zirkon, oder eine beginnende Pseudomorphose, analog dem Malakon gewesen ist.

Das Haupthinderniss, welches der Vereinigung des Ostranit mit dem Zirkon, einer stillschweigenden Annahme vieler Mineralogen entgegensteht, ist die Krystallgestalt, welche Breithaupt gefunden hat und es ist der Zweck dieser Mittheilung zu zeigen, wie man dieselbe mit der des Zirkons in Einklang bringen könne, nachdem ich gefunden, dass die Krystalle des mir vorliegenden Ostranits mit denen des Zirkons übereinstimmen und nur etwas ungleichmässig in der Richtung der Nebenaxen ausgedehnt sind, indem zwei parallele Flächen des quadratischen Prisma normaler

Stellung etwas erweitert sind, die anderen beiden unverhältnissmässig zurücktreten und dadurch die kurzen Krystalle orthorhombisch erscheinen.

Nach Breithaupt krystallisirt der Ostranit in einer als orthorhombisch betrachteten Combination, welche die Figur 30 auf Tafel IV ausdrückt und wovon die Figur 31 ebendaselbst eine Projection auf die Basisfläche darstellt. Er beschrieb die Combination mit folgenden Worten:

Ein niedriges, wenig geschobenes vierseitiges Prisma, die scharfen Seitenkanten schwach abgestumpft, an den Enden mit vier Flächen (nur je zwei gegenüber liegende gleichen Werthes) die auf die Seitenkanten aufgesetzt sind, fast rechtwinklig zugespitzt, und die Spitze der Zuspitzung stark, die Kanten derselben schwach und die Kanten zwischen den auf die scharfen Seitenkanten aufgesetzten Zuspitzungsflächen und den Seitenflächen schwach abgestumpft. Eine Abstumpfung der Kanten zwischen der Basis und den auf die stumpfen Seitenkanten aufgesetzten Flächen wird nur das geübtere Auge erkennen.

Aus dieser Combination hat Breithaupt eine brachyaxe Rhombenpyramide als Primärform bestimmt, mit Neigung der Flächen (p) an den längeren Polkanten = 128° 14′, an den kürzeren Polkanten = 133° 42′ und an der Basis = 71° 56′. Basis und Prisma erster Ordnung = 96° und 84°.

Ausser den Flächen von sieben deutlichen einfachen Gestalten kommt auch noch die Andeutung zu einer achten vor. Wenn nach Breithaupt's Bestimmung a die verticale Hauptaxe, b die lange und c die kurze Nebenaxe der Primärform bedeuten, so folgte daraus die nachfolgende von ihm gegebene Bezeichnung der Flächen

Fläche:		
$p =$	$a : b : c$	P
$b =$	$o a : b : c$	oP
$z =$	$2a : \infty b : c$	$2P\bar{\infty}$
$r =$	$2a : b : \infty c$	$2P\breve{\infty}$
$s =$	$4a : \frac{b}{2} : c$	$8\breve{P}2$
$l =$	$\infty a : b : c$	∞P
$d =$	$a : ob : c$	$\infty P\breve{\infty}$
$x =$	$a : \infty b : c$	$P\bar{\infty}$

Die nachgestellten Zeichen sind diejenigen, mit welchen ich dieselben Flächen bezeichnen würde, unter der Voraussetzung, dass die Breithaupt'sche Deutung der Flächen die richtige sei.

Als die wichtigsten Winkel an den Polen gab er an:

$\frac{b}{p}$ das ist $oP : P = 144^\circ\ 1'$

$\frac{b}{z}$ $oP : 2P\bar{\infty} = 132^\circ\ 50'$

$\frac{b}{r}$ $oP : 2P\breve{\infty} = 135^\circ\ 50'$

$\frac{b}{l}$ $oP : \infty P = 90^\circ\ 0'$

$\frac{r}{z}$ $2P\breve{\infty} : 2P\bar{\infty} = 119^\circ\ 20'$.

Die Winkel $\frac{b}{z}$ und $\frac{b}{r}$ waren am besten, jedoch immer nur mit dem Handgoniometer zu messen. Aus ihnen hatte er die übrigen und die Primärform berechnet, und die darauf folgende Nachmessung zeigte eine Genauigkeit, welche vom Wahren gewiss um weniger als 30′ abwich.

Nach den Dimensionen, welche gefunden wurden, verhalten sich die drei Axen der Primärform

$$a : b : c = 1000 : 2059 : 1854.$$

So gut nun auch die complicirte Combination von Breithaupt bestimmt worden ist, obgleich nur die Messung mit dem Handgoniometer vorgenommen werden konnte und in Rücksicht darauf recht gut ausgeführt worden ist, so lässt sich doch mit Bestimmtheit nachweisen, dass die als eine orthorhombische betrachtete Combination des Ostranits die bekannte quadratische Combination

$$P . \infty P . \infty P \infty . 3P3 . 2P$$

des Zirkons ist, welche in veränderter Stellung und bei ungleicher Ausdehnung der Flächen, namentlich der Flächen ∞P Veranlassung zu einer falschen Deutung und zur Aufstellung einer neuen Species gegeben hat.

Die Grundgestalt des Zirkons, eine quadratische Pyramide normaler Stellung mit den Endkanten $= 123^\circ\ 19'$ und den Seitenkanten $= 84^\circ 20'$ nach Mohs, P ergibt das Axenverhältniss

$$A : B : B = 1 : 1{,}5615$$

die halbe horizontale Zwischenaxe $R = 1{,}1041$, wenn die halbe Hauptaxe $A = 1$ gesetzt wird.

Stellt man diese Grundgestalt nicht wie es das quadratische System erfordert, sondern so, dass die Hauptaxe horizontal und als orthorhombische Längsaxe zu liegen kommt, während eine der beiden horizontalen Zwischenaxen als orthorhombische Queraxe gestellt wird, so bildet die andere horizontale Zwischenaxe die orthorhombische Hauptaxe. Bezeichnen wir die halbe horizontal liegende Zwischenaxe mit R, die ihr gleiche vertical gestellte Zwischenaxe zum Unterschiede mit R', so entsprechen die Zeichen

H für die halbe orthorhombische Hauptaxe
Q „ „ „ „ Queraxe
L „ „ „ „ Längsaxe

den Werthen R', R und A.

In dieser orthorhombischen Stellung aufgefasst, bilden vier in einer Zone liegende, jetzt vertical gestellte Flächen der quadratischen Grundgestalt P ein orthorhombisches Prisma, dessen Flächen in ihrer orthorhombischen Lage durch das Axenverhältniss $\infty H : Q : L$ ausgedrückt werden. Die Winkel desselben sind 95° 40′ und 84° 20′. Diese Gestalt ist Breithaupt's Gestalt $l = \infty\, a : b : c$ mit den Winkeln 96° und 84°.

Die vier anderen in einer Zone liegenden Flächen der quadratischen Grundgestalt P, welche jetzt horizontal liegen, bilden ein orthorhombisches Querdoma. Die Lage der Flächen in der orthorhombischen Stellung wird durch das Axenverhältniss $H : \infty\, Q : L$ ausgedrückt und der Endkantenwinkel dieses Querdoma ist 84° 20′. Diese Gestalt ist Breithaupt's Gestalt $z = 2a : \infty\, b : c$.

Hiernach ist Breithaupt's a unser $\frac{1}{2} H = \frac{1}{2} R'$
b „ $Q = R$
c „ $L = A$

Breithaupt gab $a : b : c = 1000 : 2059 : 1854$ an, während

$$\text{bei uns } \tfrac{1}{2} R' : R : A = \frac{1{,}1041}{2} : 1{,}1041 : 1{,}5615$$
$$= 1000 : 2000 : 1811$$

als entsprechende Werthe aus der Grundgestalt des Zirkons hervorgehen.

Das quadratische Prisma in normaler Stellung ∞P wird in der angegebenen Umstellung als orthorhombische Gestalt aufgefasst in

zwei Paare zerfallen. Das eine Flächenpaar, die jetzt horizontalen Flächen werden die orthorhombischen Basisflächen $oH : Q : L$, zu Breithaupt's Gestalt $b = oa : b : c$, das andere Flächenpaar, die jetzt verticalen Flächen werden die orthorhombischen Längsflächen $\infty H : Q : \infty L$, zu Breithaupt's Gestalt $d = a : ob : c$.

Die Neigung von $b : z$ ist für den Zirkon bestimmt $= 132° \ 10'$
$b : l$ „ „ „ „ „ $= 90° \ 0'$

während Breithaupt für den Ostranit $\frac{b}{z} = 132° \ 50'$

$\frac{b}{l} = 90° \ 0'$

fand.

Die quadratische Pyramide in normaler Stellung $2P$, mit den Endkanten $= 103° \ 31'$ und den Seitenkanten $= 122° \ 12'$ nach Mohs, welche die Combinationskanten zwischen P und ∞P bei dem Zirkon abstumpft, zerfällt wie die Grundgestallt P in zwei orthorhombische Gestalten, wenn man die angegebene Umstellung vornimmt, in ein orthorhombisches Prisma und ein orthorhombisches Querdoma. Durch die ungleichmässige Ausdehnung des Krystalls in gewissen Richtungen war nur das letztere zu bemerken, was sehr leicht möglich ist, weil obnehin auch nur dem geübteren Auge diese Flächen erkenntlich sind, wie Breithaupt bemerkt. Sie würde in ihrer Lage durch das Axenverhältniss $H : \infty Q : 2L$ auszudrücken sein und ist Breithaupt's Gestalt $x = a : \infty b : c$.

Das quadratische Prisma in diagonaler Stellung $\infty P \infty$ wird in der veränderten orthorhombischen Stellung zu einem orthorhombischen Längsdoma und die Lage der Flächen wird durch das Axenverhältniss $H : Q : \infty L$ ausgedrückt. Diese Gestalt ist Breithaupt's Gestalt $r = 2a : b : \infty c$.

Die Neigung von $b : r$ ist für den Zirkon $= 135° \ 0'$
„ „ „ $r : z$ „ „ „ „ $= 118° \ 20\frac{1}{2}'$

nach Breithaupt für den Ostranit $\frac{b}{r} = 135° 50'$

und $\frac{r}{z} = 119° 20'$.

Die oktogonale Pyramide $3 P 3$ des Zirkon hat die Endkanten $= 147° \ 3'$ und $132° \ 43'$, jene entsprechen den Endkanten von P, diese den Höhenlinien der Flächen P, der Seitenkantenwinkel ist $= 127° \ 27'$.

Wenn diese oktogonale Pyramide in der veränderten orthorhombischen Stellung als orthorhombische Gestalt aufgefasst wird, so zerfällt sie in zwei orthorhombische Pyramiden, eine stumpfe und eine spitzere. An der Endecke der stumpfen befinden sich als orthorhombische Endkanten die ursprünglichen weniger stumpfen Endkanten $= 132^\circ 43'$, (Breithaupt's kürzere Polkanten von $p = a : b : c$ mit dem Winkel $= 133^\circ 42'$) und die ursprünglichen Seitenkanten $= 127^\circ 27'$ (Breithaupt's längere Polkanten von $p = a : b : c$ mit dem Winkel $= 128^\circ 14'$). Die Seitenkanten dieser othorhombischen Pyramide würden vom Zirkon abgeleitet $73^\circ 22'$ betragen, während Breithaupt diesen Winkel $= 71^\circ 56'$ angab.

Die Lage der so aufgefassten acht Flächen, welche in der veränderten Stellung die stumpfere orthorhombische Pyramide bilden, wird auf die Axen H, Q und $L = R'$, R und A bezogen durch das Axenverhältniss $\frac{3}{2}R' : 3R : 3A$ ausgedrückt und dasselbe ändert sich, wenn wir die von Breithaupt gegebenen Axen eintragen, in $3a : 3b : 3c = a : b : c$ um. Es ist mithin diese orthorhombische Pyramide Breithaupt's Primärform $p = a : b : c$.

Die Neigung von $b : p$ ist vom Zirkon abgeleitet, $= 143^\circ 19'$ während Breithaupt diesen Winkel $= 144^\circ 1'$ (richtiger $= 144^\circ 4'$) angibt.

Die anderen acht Flächen der oktogonalen Pyramide $3P3$ des Zirkon ergeben in der veränderten Stellung eine spitzere orthorhombische Pyramide, und die Lage der Flächen wird in dieser Stellung auf die Axen H, Q und $L = R'$, R und A bezogen durch das Axenverhältniss $3R' : \frac{3}{2}R : 3A$ ausgedrückt. Tragen wir Breithaupt's Axen ein, so wird das Axenverhältniss in $6a : \frac{3}{2}b : 3c = 12a : 3b : 6a = \frac{12}{3}a : b : \frac{6}{3}c = 4a : b : 2c$ umgeändert.

Diese Gestalt müsste der Breithaupt'schen Gestalt s entsprechen, für welche er das Zeichen $4a : \frac{b}{2} : c$ aufstellte und diese allein weicht auf diese Weise ab. Es dürfte aber fast scheinen, als hätte Breithaupt für $b : 2c$ nur $\frac{b}{2} : c$ geschrieben, $4a$ aber unverändert gelassen, anstatt dafür $\frac{4a}{2} = 2a$ zu schreiben. Mag dem sein, wie ihm wolle, so spricht dem ganzen Entwickelungsgange gemäss die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Breithaupt's Flächen s nichts anderes als die Flächen $4a : b : 2c$ gewesen sind, und diese

einzige Gestalt soll uns nicht hindern die Gestalten des Ostranits als Gestalten des Zirkons zu deuten.

Man müsste es in der That einen eigenen Zufall nennen, wenn ein Mineral wie der Ostranit in allen seinen Gestalten eine so merkwürdige Übereinstimmung mit den Gestalten des Zirkons hätte, dass man nur die Stellung zu verändern und die Axen ein wenig abweichend zu nehmen hätte, um eine complicirte Combination der einen in einer complicirten Combination der andern wieder zu finden. Kommt noch dazu, dass die Winkelbestimmungen des Ostranits nur annähernde sind, so schwinden wohl mit Recht alle Zweifel an der Identität beider Species, die ohnehin im Übrigen so übereinstimmend sind, dass abgesehen von der Krystallgestalt die Identität von der Mehrzahl der Mineralogen stillschweigend angenommen worden ist.

Die von mir beobachteten als Ostranit vorliegenden Krystalle bewiesen gleichfalls die Übereinstimmung und unter den von Breithaupt angegebenen Eigenschaften ist ausser der sogleich anzuführenden Spaltbarkeit nur die Angabe über Härte und specifisches Gewicht hervorzuheben. Die Härte fand Breithaupt nur = 6·0—6·5, das ist von der des Orthoklas bis zur Mitte zwischen diesem und dem Quarz, während die Härte des Zirkons = 7·0 — 7·5 ist. Die geringe Differenz spricht aber für keine wesentliche Verschiedenheit, sondern höchstens für eine oberflächlich beginnende Veränderung, die auch aus der von Herrn Professor Zippe herrührenden Mittheilung über das dem Malakon ähnliche Aussehen ersichtlich ist und auf welche auch Breithaupt's Angabe über die Farbe hindeutet. Die Hauptfarbe ist nach ihm die nelkenbraune, innen lichter als äusserlich, wo auch auf einem Krystalle rauchgraue Flecken vorkommen. Die Pyramidenflächen sind die lichtesten unter allen (diese Flächen wären die der oktagonalen Pyramide). Über die Durchsichtigkeit sagte Breithaupt nichts.

Das specifische Gewicht spricht gleichfalls für eine nur oberflächliche Veränderung, denn, während der Malakon ansehnlich leichter ist, ist das specifische Gewicht des Ostranits sehr wenig von dem des Zirkons abweichend. Breithaupt fand das eines grossen, etwas klüftigen Krystalles = 4,321, das eines fast vollkommen gebildeten Krystalles = 4,375 und das eines vollkommen dichten Krystall-Bruchstückes = 4,404, Zahlen, welche sich sehr leicht an anderen Zirkonkrystallen wieder finden lassen und durch ihre Variation

beweisen, dass die Differenz von dem des Zirkons = 4·4 — 4·65 eigentlich unbedeutend ist, und nur von der Beschaffenheit der Krystalle abhängt, die nebenbei noch nicht vollkommen geeignet waren, um das specifische Gewicht sicher zu bestimmen.

Das Verhalten vor dem Löthrohre und gegen Säure fand Breithaupt wie bei dem Zirkon und nur die Stellung in seinem Systeme, hervorgerufen durch eine unvollkommene Untersuchung konnte ihn veranlassen, an ein neues Metall zu denken.

Was endlich die Spaltbarkeit betrifft, so ist diese von Breithaupt, wenn wir die Zirkongestalt zu Grunde legen, zwar etwas abweichend, aber zwei Krystalle, an denen man eine beginnende Veränderung mit Recht vermuthen kann, sind nicht massgebend genug, zumal wenn man bei im Allgemeinen undeutlicher Spaltbarkeit voraussetzen kann, dass sie nicht ganz zu diesem Zwecke geopfert wurden, und dass die angedeutete Zerklüftung auch nicht völlig unbeachtet bleiben kann.

Nach Breithaupt ist der Ostranit spaltbar von kaum mittlerer Deutlichkeit in der lateralen und zwar brachydiagonalen Richtung parallel mit d (dies deutet auf die etwas deutlichere Spaltbarkeit des Zirkons parallel ∞P hin, da d zwei Flächen von ∞P sind); sehr unvollkommen prismatisch erster Ordnung parallel l (dies weist auf die undeutliche Spaltbarkeit des Zirkons parallel P hin, da l vier Flächen von P sind), und terminal, sphenisch nach den r-Flächen (diese entsprechen dem Prisma $\infty P \infty$ und es dürften sich leicht auch Andeutungen bei dem Zirkon für diese Flächen finden lassen, obgleich sie nicht angegeben sind).

Fasst man schliesslich Alles zusammen, das was ich über die Breithaupt'schen Bestimmungen gesagt habe und die Identität der mir vorliegenden Ostranit genannten Krystalle mit Zirkon, so kann ich mit Bestimmtheit die Identität des Ostranit und Zirkon aussprechen. Sollten andere Mineralogen und namentlich Breithaupt im Stande sein, diese Identität zu widerlegen, so würde es mich freuen, wenigstens die Veranlassung zur Constatirung einer zweifelhaften Species gegeben zu haben.

3. Notiz über eine Krystall-Combination des Andalusit von Lisenz in Tirol.

In den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinets fand ich einen einzelnen kleinen, zwei Drittel Zoll langen Krystall des Andalusit

von Lisenz in Tirol, welcher sich durch seinen Reichthum an Flächen auszeichnet und die reichhaltigste Krystall-Combination darbietet, welche bis jetzt beobachtet worden ist.

Da wegen der Oberflächen-Beschaffenheit des Krystalles eine Anwendung des Reflexions-Goniometers unmöglich war und das Anlege-Goniometer auch nicht vollkommen ausreichte, traf es sich so glücklich, dass Hr. Sectionsrath W. Haidinger mir seine neu aufgefundene graphiche Methode annähernder Winkelmessungen mittheilte, vermöge welcher ich die Krystallgestalten der Combination mit wünschenswerther Genauigkeit zu bestimmen im Stande war. Das Nähere dieser Methode anzugeben, steht mir nicht zu, weil Herr Sectionsrath Haidinger sie selbst in den Sitzungsberichten der k. Akademie der Wissenschaften veröffentlichen wird, nur so viel kann ich bemerken, dass bei einiger Sorgfalt während der Operation die Resultate überraschend genau sind, vorausgesetzt, dass die Beschaffenheit des Krystalles sie nicht erheblich beeinträchtigt. Wir können diese Methode als eine sehr fruchtbringende im Gebiete der Krystallometrie begrüssen und ich freue mich, ihre Vorzüglichkeit an einem so bemerkenswerthen Krystalle zuerst erprobt zu haben, nachdem Herr Sectionsrath Haidinger mir dieselbe ausführlich auseinander zu setzen die besondere Güte gehabt hatte.

Der Krystall zeigt vorherrschend das orthorhombische Prisma $\infty P = 90^\circ 50'$ und die Basisfläche oP. Die beiderlei Kanten des Prisma sind durch die Flächen zweier anderen Prismen zugeschärft, die stumpfen durch das Prisma $\infty P\bar{2} = 127^\circ 32'$, die scharfen durch das Prisma $\infty P\breve{2} = 53^\circ 48'$, während die Kanten der Zuschärfung durch die Quer- und Längsflächen schwach abgestumpft sind, die stumpfe Kante von $\infty P\bar{2}$ durch $\infty P\bar{\infty}$, die stumpfe Kante von $\infty P\breve{2}$ durch $\infty P\breve{\infty}$.

An den Combinationsecken zwischen ∞P und oP erscheinen die bekannten Domen, das Querdoma $P\bar{\infty} = 109^\circ 4'$, das Längsdoma $P\breve{\infty} = 109^\circ 51'$. Als Abstumpfungsflächen der Combinationskanten zwischen ∞P und oP finden sich die Flächen der orthorhombischen Pyramide $P = 119^\circ 31;\ 120^\circ 28';\ 90^\circ 1'$ vor und dazu noch als Abstumpfungsflächen der Combinationskanten zwischen ∞P und $P\breve{\infty}$ die Flächen einer zweiten orthorhombischen Pyramide $2P\breve{2}$. Beide Pyramiden, P und $2P\breve{2}$ sind auf die betreffenden Prismenflächen ∞P und $\infty P\breve{2}$ gerade und mit horizontalen Combinationskanten aufgesetzt.

Die Kantenwinkel von $2P\breve{2}$ sind 135° 6′; 63°35′ und 115°10′, der Combinationskantenwinkel zwischen $2P\breve{2}$ und $\infty P\breve{2}$ wurde $=$ 147° 30′ gefunden.

Bei der Angabe der einzelnen Winkel wurden hier die beiden von Haidinger gefundenen Winkel $\infty P =$ 90° 50′ und $P\bar{\infty} =$ 109° 4′ (siehe dessen Handbuch der bestimmenden Mineralogie, Seite 539) zu Grunde gelegt und die anderen entsprechend berechnet, wie es die durch die Messung gefundenen Werthe erforderten.

Die Fig. 32 auf Taf. IV, welche eine Projection auf die Ebene des horizontalen Mittelquerdurchschnittes oder auf die Ebene der orthorhombischen Basisfläche oP darstellt, gibt eine Übersicht sämmtlicher in der Krystall-Combination begriffenen einfachen Krystallgestalten, wie folgt:

$M = \infty P$	90° 50′	89° 10′	
$V = \infty P\bar{2}$	127° 32′	52° 28′	
$R = \infty P\breve{2}$	53° 48′	126° 12′	
$S = \infty P\bar{\infty}$			
$T = \infty P\breve{\infty}$			
$O = oP$			
$Q = P\bar{\infty}$	109° 4′	70° 54′	
$L = P\breve{\infty}$	109° 51′	70° 9′	
$P = P$	119° 31′	120° 28′	90° 1′
$N = 2P\breve{2}$	135° 6′	63° 35′	115° 10′.

4. Bestimmung der Krystallgestalten des Scheererit von Uznach in der Schweiz.

An einem Exemplare des Scheererit von dem genannten Fundorte, in die Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinets gehörig, fand ich unter den auf holzartiger Braunkohle aufgewachsenen und aufliegenden krystallinischen Blättchen und Krystallen zwei etwas lose aufgewachsene, welche ich ohne Verletzung hinwegnehmen und nach der von W. Haidinger angegebenen Methode messen konnte.

Die sehr kleinen Krystalle sind klinorhombisch und durch Vorherrschen der Längsfläche *b* tafelartig. In der verticalen Zone befindet sich ein klinorhombisches Prisma (*d* in der beifolgenden Figur 33 auf Tafel IV, einer Projection auf die Längsfläche), welches mit *b* sehr stumpfe Combinationskanten bildet. Die Flächen beider Gestalten *b* und *d* sind vertical gestreift.

Am Ende bemerkt man eine klinorhombische Hemipyramide (c in der Figur) und ein halbes klinorhombisches Querdoma in entgegengesetzter Lage zu der Hemipyramide (a in der Figur).

Vermittelst der angestellten Messung ergaben sich die Winkel:

Kante e : Kante g = 123° 30′
Kante g : Fläche a = 135°
Fläche a : Kante e = 101° 30′.

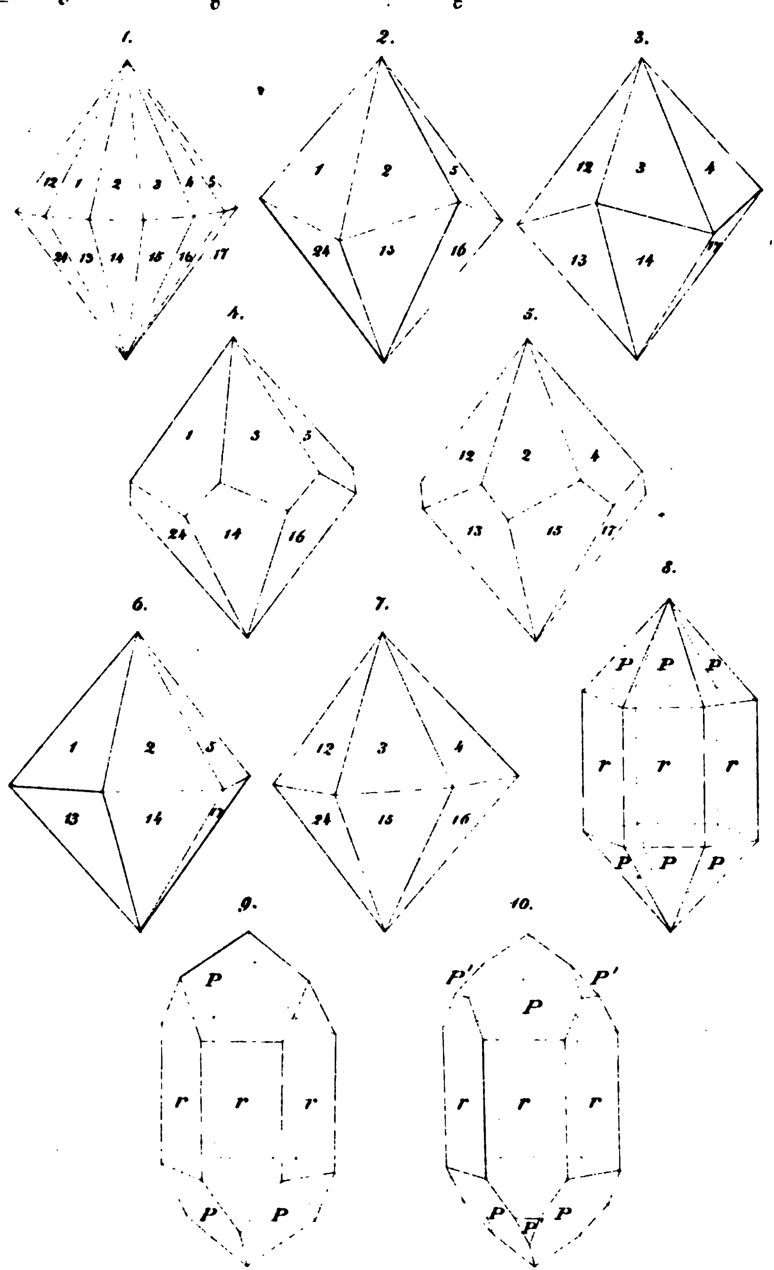
Anmerkung. An einem zweiten Exemplare, welches die Etiquette: „Scheererit von Uznach in der Schweiz“ führte, war auf der holzartigen Braunkohle ein vollkommen unkrystallinisches Harz als Überzug mit geflossener Oberfläche zu bemerken, welches durchaus kein Scheererit ist. Im Aussehen würde es am meisten dem Bernstein gleichen; die Oberfläche zeigt Wachsglanz, welcher auf den muschligen Bruchflächen stärker ist und etwas in Glasglanz neigt, die Farbe ist ein reines Honiggelb, Durchsichtigkeit vollkommen, an einzelnen Stellen bis durchscheinend. Härte = 1·8; sehr spröde und leicht zersprengbar.

Es schmilzt dieses Harz in der Nähe des Siedepunktes des Wassers, verbrennt auf Platinblech mit heller russender Flamme, einem nicht unangenehmen Geruch, an verglimmende Äpfelschalen erinnernd, ohne auch nur eine Spur kohligen Rückstandes zu hinterlassen. In gewöhnlichem Weingeist von 80° leicht und vollständig löslich und durch Zusatz von Wasser sich in der Art ausscheidend, dass die Flüssigkeit sich weisslich trübt.

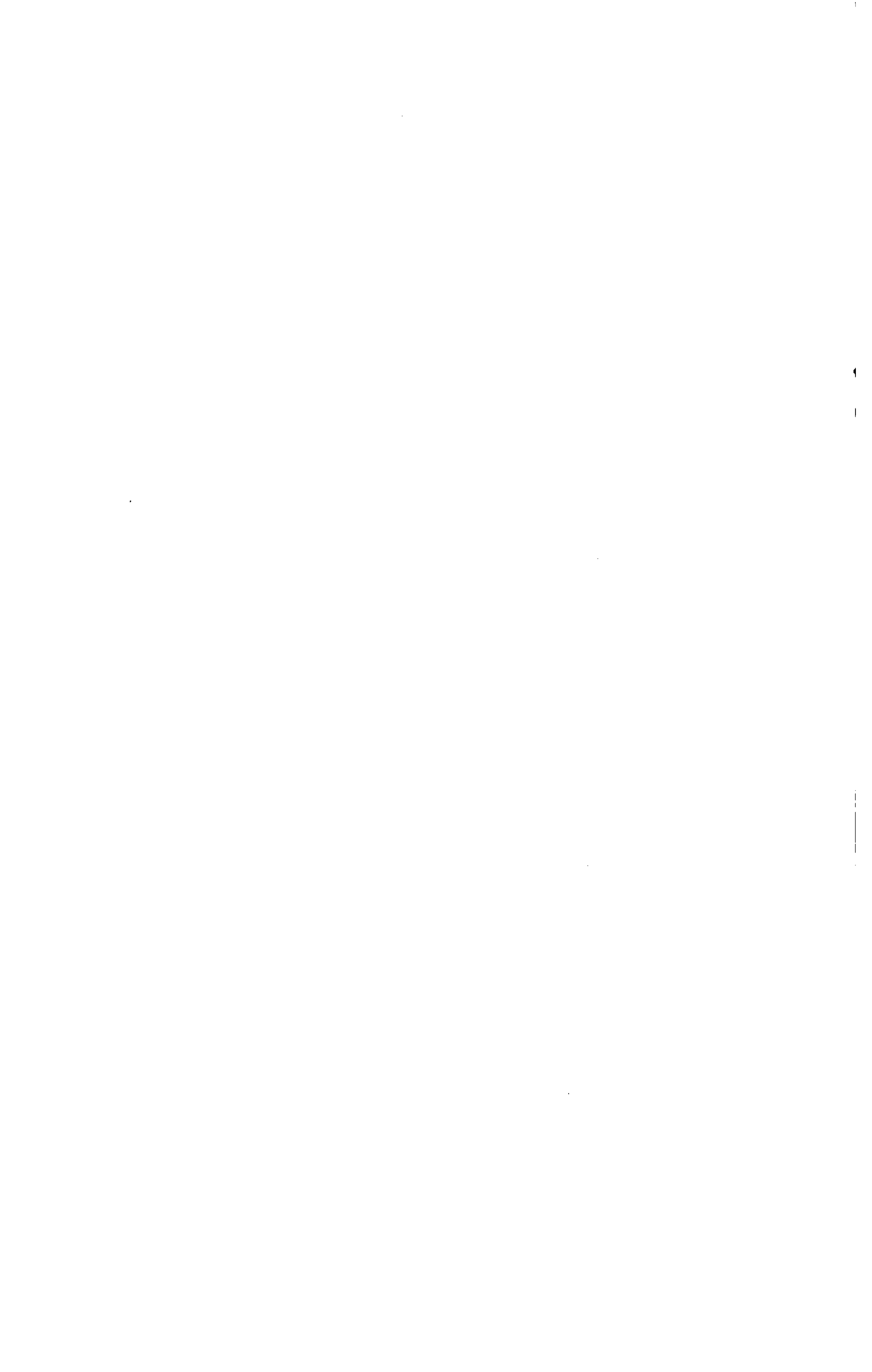
Dieses für Scheererit ausgegebene Harz ist jedenfalls ein neues und in das Geschlecht der Succinit-Harze gehörig, wesshalb die gegebene Notiz beitragen möge, dasselbe genaueren Untersuchungen zu unterwerfen.

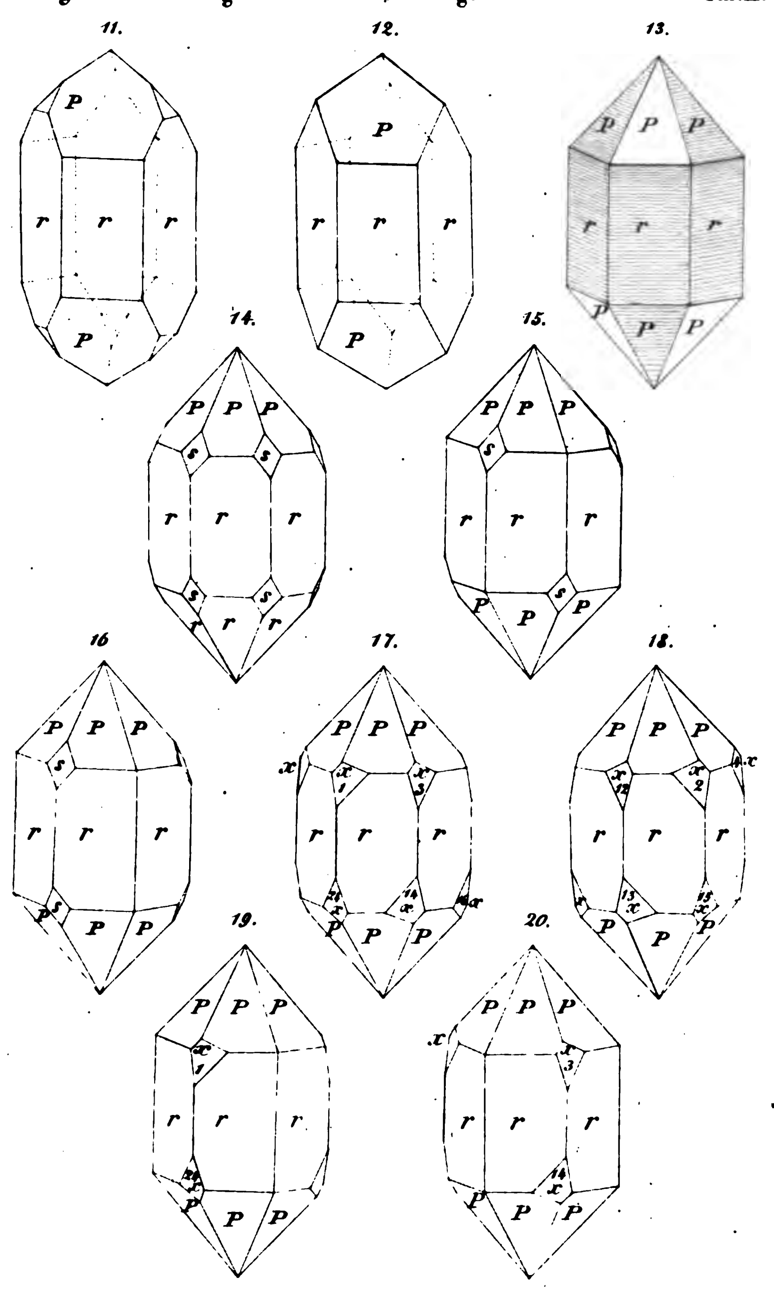
5. Bleiglanz in Opal von Bleistadt in Böhmen.

In den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinets fand ich ein Exemplar von Bleiglanz von dem Fundorte Bleistadt in Böhmen. Derselbe zeigt einzelne Hexaeder oder dieselben zu unregelmässigen Partien verwachsen und eingewachsen in gelblichweissem undurchsichtigen, stellenweise milchweissem durchscheinenden Opal, welcher



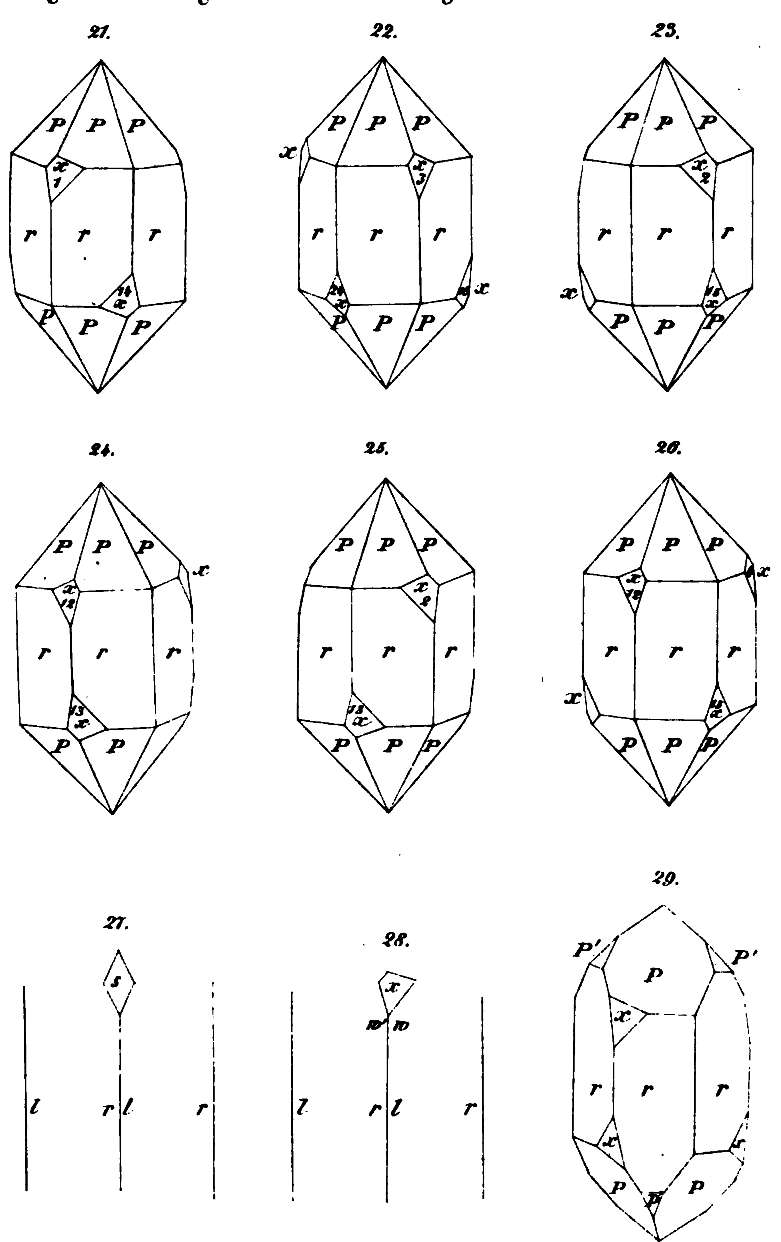
Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei

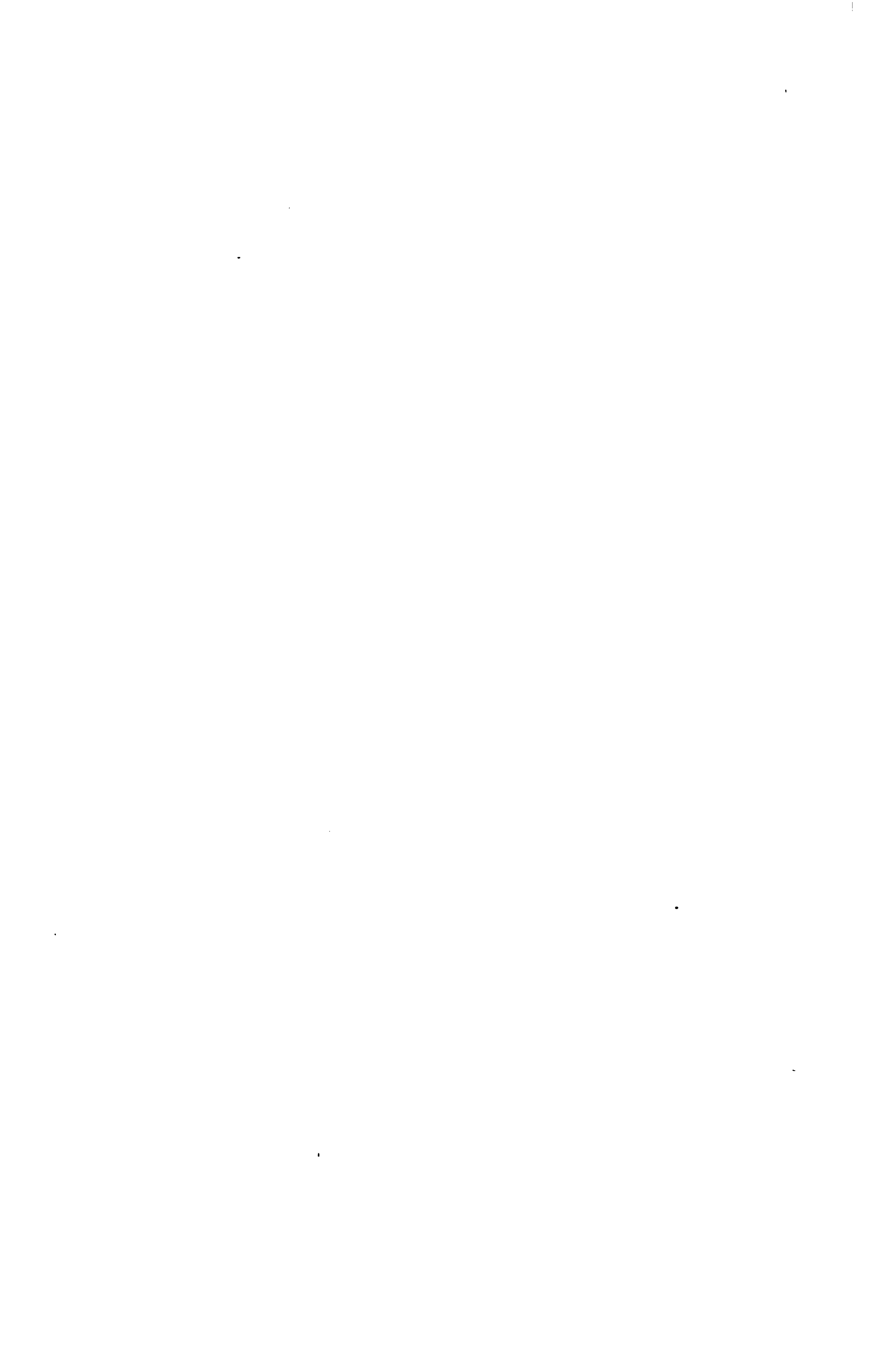


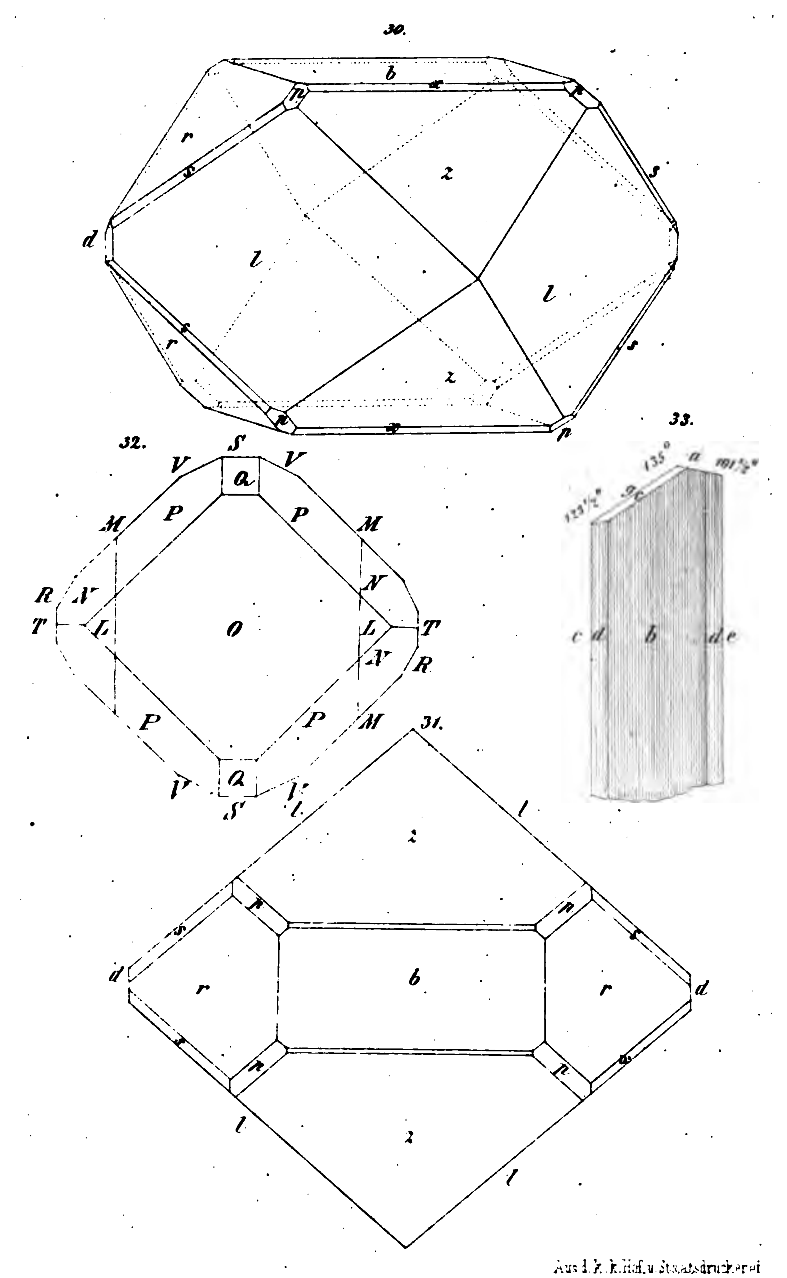


Aus d. k. k. Hof u. Staatsdruckerei.




21.
22.
23.
24.
25.
26.
27.
28.
29.
P
r
x
s
l





Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei

letztere durch gelblichen Lichtschein sich auszeichnet. Die Opalmasse mit dem in derselben eingewachsenen Bleiglanze bildet die Ausfüllungsmasse einer Gangspalte in Glimmerschiefer.

Beiträge zur Naturgeschichte der Insecten.

Von **Ernst Heeger.**

(Dreizehnte Fortsetzung.)

(Mit IV Tafeln.)

(Vorgelegt in der Sitzung vom 5. October 1854.)

Ceuthorhynchus floralis. Payk.

Diese Art ist eine der kleinsten dieser artenreichen Gattung, von welcher der grösste Theil zu den mehr und minder schädlichen in Forst- und Ökonomie-Rücksichten gehört.

Die Käfer dieser Art gehen schon Anfangs Juli in die Erde, um den Winterschlaf bis gegen Anfangs Mai des künftigen Jahres zu verleben.

Bei günstig warmer Witterung kommen sie um diese Zeit zum Vorschein, und nähren sich bei Tage auf den Blüthen verschiedener Brassicaeen, vorzüglich aber auf *Lepidium Draba*, auf welchem sie jährlich in grosser Anzahl erscheinen.

Wenn diese Pflanze ihre herzförmigen Samenkapseln zu bilden beginnt, begatten sie sich an sonnenhellen Tagen und bleiben längere Zeit in copula.

Nach zwei bis drei Tagen beginnt dann das Weibchen die Eierchen einzeln in diese Samenkapseln abzulegen, indem sie diese mit dem Rüssel an der Seite anbohrt und dann mit ihrem häutigen Legerohre ein Ei in diese Öffnung ablegt, welche nach einigen Tagen wieder verwächst.

Aus diesen Eiern entwickeln sich nach sechs bis acht Tagen die Larven und nähren sich von den inzwischen gebildeten grünen Samenkörnern; sie häuten sich in Zwischenräumen von acht bis neun Tagen, und gehen gewöhnlich nach der zweiten und dritten Häutung in die nächste Samenkapsel über, wo sie sich, nachdem sie vollkommen ausgewachsen sind, gewöhnlich in einem ausgefressenen, fast reif gewordenen Körnchen verpuppen ohne sich ein Gehäuse zu machen.

Nach zwölf bis fünfzehn Tagen kommt der Käfer zum Vorschein, findet aber weder Blüthen noch Samenkapseln dieser Art und geht daher wie schon gesagt zum Winterschlaf in die Erde.

Beschreibung.

Die Eier (Fig. 1) sind lederig, gelblichweiss, walzig, jedoch gegen die Mitte etwas verdickt, kaum $1/8'''$ lang, halb so dick.

Die Larve (Fig. 2) wachsweiss, nackt, häutig, fast walzenförmig, der Mittelleib wenig verdickt, das Aftersegment fast kegelförmig, kurz; die Leibabschnitte deutlich geschnürt und beinahe gleichlang, gänzlich fusslos, stark gekrümmt; die Stigmen an den Seiten sehr klein, rund, dünnhornig, blassgelblich, selbst mit dem Mikroskope kaum sichtbar.

Der Kopf (Fig. 3) rund, etwas plattgedrückt, blassgelb, dünnhornig, halb so breit als der Vorderbrust-Abschnitt, unten stark ausgeschnitten, der Scheitel, durch eine hinten spitzwinkelig endigende Rinne bezeichnet.

Die Oberlippe (Fig. 4) klein, kaum $1/4$ so breit als der Kopf, herzförmig, vorne häutig, hinten braunhornig, der halbkreisrunde Vorderrand mit kurzen Härchen bewimpert, der fast spitze Hinterrand verdickt, die Seiten wenig gebuchtet; hinter dem Vorderrande sind inwendig zwei braunhornige etwas längliche Knoten, wie Taster.

Die Oberkiefer (Fig. 5) sind rothbraun, dickhornig, fast kegelförmig, plattgedrückt, die Spitze zweizähnig, die Kaufläche schneidig, gerade.

Die Unterlippe (Fig. 6) ist dünnhäutig, herzförmig, die beiden Seiten sind mit gelbbraun-hornigen Leisten gesäumt; die Taster walzenförmig, eingliederig, stehen bedeutend getrennt, fast an der Kante des abgerundeten Vorderrandes.

Die Unterkiefer (Fig. 7) sind klein, dünnhornig, fast keulenförmig, kaum so lang als die Oberkiefer; die Angel fast eiförmig, am Vorderrande schräg abgestutzt; der Stamm vorne bedeutend breiter, ist gegen aussen doppelt, halbrund ausgeschnitten; in dem äusseren Ausschnitte sind die äusseren Taster, sie sind zweigliederig, kegelförmig, die Glieder gleichlang, daneben nach aussen ist am Stamme ein Borstenbüschel; das Tasterstück fehlt, so wie auch der äussere Lappen; der innere Lappen ist mit dem Stamme unmittelbar

verwachsen, bauchig, am inneren Vorderrande borstig, darunter mit einer hornigen Leiste gesäumt.

Fühler konnte ich keine auffinden.

Auch die Augen sind aussen am Kopfe nicht erhoben, sondern nur dadurch im Leben erkennbar, dass an der gewöhnlichen Stelle der Augen hinter dem Oberkiefer ein länglich dunkler Fleck (der violett-färbige Firniss) zu sehen ist, zerschneidet man aber den Kopf, und betrachtet man diesen Theil unter dem Mikroskope, so findet man an der Innenseite deutlich einen ovalen erhobenen hornigen Kranz, in welchem die Schädelmasse auffallend dünner ist, und also die Stelle der Cornea vertritt.

Die Nymphe (Puppe Fig. 8) ist schmutzig-wachsweiss, einförmig, der Kopf, abwärts anliegend, bedeckt die Brust; die Beine sind an den Seiten diagonal aufgezogen, die Fühler liegen auf den Vorderbeinschenkeln der Länge nach; die kurzen Flügeldecken reichen kaum bis an den Vorderrand des vierten Hinterleibs-Abschnittes; der Rücken stark gebogen.

Erklärung der Abbildungen.

(Tafel I.)

Fig. 1. Ein Ei.
„ 2. Eine Larve.
„ 3. Der Kopf.
„ 4. Die Oberlippe.
„ 5. Ein Oberkiefer.
„ 6. Die Unterlippe.
„ 7. Ein Unterkiefer.
„ 8. Eine Nymphe.
„ 9. Eine Nahrungspflanze mit besetzten und ausgefressenen Samenkapseln.

Ceuthorhynchus pulvinatus. Gyllh.

Die Käfer dieser Art überwintern wie der grösste Theil der Arten dieser Gattung unter Sträuchen oder Laubwerk in der Erde, kommen aber in unseren Gegenden meistens erst Anfangs Juni zum Vorschein, nähren sich bei windstillen, sonnenhellen Tagen auf verschiedenen Blüthen, später aber blos auf den Blüthen der Nahrungspflanze der Larve (*Cirsium arvense*), an Bächen oder Strassengräben, auf welcher auch die Begattung vor sich geht.

Vier bis sechs Tage nachher, legt das befruchtete Weibchen die Eier bei schönen Tagen einzeln in die halberwachsenen Samenkapsel am unteren Theile des Stammes, indem es mit dem Rüssel ein Loch darin gemacht; ein Weibchen begattet sich mit mehreren Männern und leget durch acht bis zehn Tage vierzig bis fünfzig Eier.

Nachdem das Weibchen das Ei in die grüne Samenkapsel gelegt hat, schliesset sich bis zum anderen Tag die Öffnung gänzlich, und nach acht bis neun Tagen entwickeln sich die Larven. Sie sind wie alle Larven dieser Abtheilung sehr unbehülflich und träge, aber auch nicht gefressig, während sieben bis acht Tagen, der Zeit von einer zur anderen Häutung, fressen sie kaum eine Kapsel aus; vollkommen ausgewachsen, sechs bis acht Tage nach der dritten Häutung, gehen sie aus der Samenkapsel, fallen auf die Erde, um sich da, ohne sich ein Gehäuse zu machen, zur Puppe zu verwandeln.

Aus der Puppe kommt gewöhnlich nach zehn bis vierzehn Tagen der Käfer, jedoch immer anfangs Männchen, zum Vorschein, denen erst nach sechs bis acht Tagen die Weibchen folgen; da sie keine ihnen behagenden Blüthen, und auch ihre Nahrungspflanze überreif oder gar eingegangeu finden, gehen sie alle wieder in die Erde zum Winterschlafe, oft schon Anfangs oder Mitte Juli, zurück.

Beschreibung.

Das Ei (Fig. 1) fast walzenförmig, weiss, dickhäutig, glatt, $^1/_{10}'''$ lang, $^2/_3$ so dick als lang.

Die Larve (Fig. 2) wachsweiss, fast walzig, nach vorne wenig, gegen den After kegelförmig verschmälert, mit beinahe kugelförmigem, bräunlichem Kopfe, gänzlich fusslos; vollkommen ausgewachsen bei 3''' lang, in der Mitte $^1/_3$ so dick.

Der Kopf (Fig. 3) dünnhornig, bräunlichgelb, kaum halb so dick als der Vorderbrust-Abschnitt.

Die Oberlippe (Fig. 4) dünnhornig, gelbbraun, der Vorderrand beinahe halbkreisförmig, mit mehreren ziemlich langen Borsten besetzt, nach hinten in eine verdickte braunhornige Spitze verlängert, die Seiten etwas eingebuchtet, durch zwei auf der inneren Hautfläche verwachsene braunhornige Längsleisten ist diese in drei gleiche Theile abgetheilt.

Die Oberkiefer (Fig. 5) sind rothbraun, dickhornig, fast gleichwinkelig dreieckig zu nennen, die obere Spitze zweizähnig, die

Kaufläche etwas gewölbt, der Grund hinter der vorragenden Gelenkkugel bedeutend eingebuchtet.

Die Unterlippe (Fig. 6), mit dem Kinne fest verwachsen, ist vorne so breit und abgerundet wie die Oberlippe, an jeder Seite mit einer braunhornigen Leiste gesäumt, inner dem Vorderrande mit vier dünnen langen Borsten besetzt; an den Seiten desselben stehen die ziemlich grossen walzenförmigen und eingliederigen Taster; das Kinn ist an beiden Seiten, mehr nach vorne, stark eingebuchtet, am Hinterrande aber abgerundet.

Die Unterkiefer (Fig. 7) sind im Verhältnisse zu den übrigen Mundtheilen klein, blass-braungelb, dünnhornig, halbwalzenförmig, wohl so lang als die Unterlippe mit dem Kinne, aber kaum $1/4$ so breit als lang; die Angel abgerundet, ungleichdreieckig; der Stamm, wenig breiter aber fast dreimal so lang als die Angel, ist an beiden Seiten etwas eingebuchtet; das Tasterstück fehlt; die äusseren Taster sind klein, kegelförmig, zweigliederig, die Glieder gleichlang; die inneren Taster (äusseren Lappen) sind sehr klein, kegelförmig, eingliederig; der innere Lappen fehlt.

Fühler fand ich keine.

Die Augen sind aussen weder durch eine Erhöhung der Cornea, noch durch eine hornige Randbezeichnung bemerkbar, zeigen sich aber im Leben schon durch den, hinter den Oberkiefern an den Seiten des Kopfes, dunkel durchscheinenden Augenfirniss; bei Untersuchung dieser Stelle unter dem Mikroskope findet sich auch deutlich eine kreisrunde Hornverdickung, und die bedeutend dünnere Kopfschale, jedoch ohne Zellenzeichnung.

Die Puppe (Fig. 8) anfangs wachsweiss, dann gelb, endlich grau, eiförmig, glatt, $1/3$ kürzer aber beinahe nochmal so dick als die Larve, hat den Kopf anliegend, die Beine schräge aufgezogen, die Fühler liegen quer über das erste Beinenpaar; die Flügeldecken reichen kaum bis zum Hinterrand des vierten Hinterleib-Abschnittes, die Hautflügel treten nur wenig weiter vor.

Erklärung der Abbildungen.

(Tafel II.)

Fig. 1. Ein Ei.
„ 2. Eine Larve.
„ 3. Der Kopf von oben.
„ 4. Die Oberlippe.

Fig. 5. Ein Oberkiefer.
„ 6. Die Unterlippe.
„ 7. Ein Unterkiefer.
„ 8. Eine Puppe.
„ 9. Ein Pflanzenzweig.

Meligethes aeneus. Fabr.

Nicht selten kommt bei Handelsgärtnern und Ökonomen die Klage vor, dass die Samenernte von Kohl, Kohlrüben, Reps u. dgl. fast gänzlich missrathet, ohne dass ihnen die wirkliche Ursache bekannt ist. Dies veranlasste mich die Samenbeete solcher Cultur-Pflanzen genauer zu untersuchen und zu beobachten, und es stellte sich klar heraus, dass es im Allgemeinen eine Käferart sei, welche nicht als schädlich angesehen wurde, da noch von keiner Art dieser Gattung die Lebensgeschichte bekannt ist.

Ich bemühte mich daher mehrere Jahre schon den gänzlichen Verlauf ihrer Lebensweise zu erforschen, indem ich solche Cultur-Pflanzen im Garten pflegte, und sowohl Käfer als Larven im Zimmer erzog und beobachtete.

Lebensgeschichte.

Im Mai kommen die unter der Erde ziemlich tief überwinterten Käfer, bei warmer Witterung, nach warmen Regen, oft in auffallend grosser Menge zum Vorschein und nähren sich bei Tage auf den verschiedenartigsten Pflanzenblüthen von dem Pollen und den Blüthenblättern, bei kleinen Blüthen der Cruciferen auch häufig von den Fruchtböden; erst bei höherer Temperatur, gewöhnlich Anfangs Juni begatten sie sich bei Tage, bleiben oft stundenlang in copula und nach drei bis vier Tagen beginnt das Weibchen die Eier einzeln in die Fruchtböden der Blüthenknospen zu legen, indem es bei Windstille mit seiner weichen Legeröhre zwischen die geschlossenen Blätter einzudringen sucht.

Nach 8 bis 14 Tagen entwickeln sich die Larven und nähren sich anfangs im Innern der Knospe von den Blüthentheilen, später aber gehen sie in die Schoten und verzehren da den unreifen Samen.

Sie machen drei Häutungen, welche jede zwischen acht bis zehn und zwölf Tagen in den Samenschoten vor sich geht; sie sind zwar gefrässig aber doch träge und unbehülflich und wandern nur bei windstiller Witterung von einer Schote in die andere.

Vollkommen ausgewachsen, fallen sie, wenn sie keine Nahrung mehr zu sich nehmen, auf die Erde, machen sich in geringer Tiefe ein leichtes Gehäuse von Erde, verwandeln sich nach beiläufig zehn Tagen zur Puppe (Nymphe), aus welcher dann nach zwölf bis sechzehn Tagen der Käfer zum Vorschein kommt, und so auf ähnliche Weise die zweite Generation beginnt, von welcher die Käfer überwintern.

Beschreibung.

Die Eier sind länglich-rund, wachsweiss, häutig, kaum $1/8'''$ lang, $2/3$ so dick als lang.

Die Larven blass bräunlichgrau mit braunhornigen vorgestrecktem Kopfe, sechs Vorderfüssen, mit kleinen schwarzen Haarwärzchen besetzten Leibe, ohne Bauchfüsse und am letzten Abschnitte unten ein vorragendes Wärzchen, wie Coccinellen-, Elateren- und mehrere andere Larven, sie werden zwei Linien lang, $1/2$ Linie dick.

Der Kopf ist fast nur halbkreisrund, gegen den Hinterrand etwas verschmälert und abgerundet, kaum $1/3$ so breit als der Leib, halb so lang als breit, braun und dickhornig.

Die Oberlippe ist $1/6$ so breit als der Kopf, $1/3$ so lang als breit, gelbbraun, dünnhornig, querlänglich, abgerundet, an den Seiten hinter der Mitte eingedrückt, der fast gerade Vorderrand mit sechs einwärts gebogenen, beweglichen Zähnen bewehrt.

Die Oberkiefer haben eine ganz eigenthümliche Form; sie sind am Grunde so breit als die Oberlippe, etwas länger als am Grunde breit, gelbbraun, hornig, die einzähnige Spitze dunkel rothbraun, der Rücken im Viertelkreis gebogen, die Kaufläche gehohlkehlt, das Kaustück am Grunde stark vorgeschoben, ist am Innenrande mit einer Doppelreihe kurzer schneidiger Zähne bewaffnet.

Die Unterlippe mit dem Kinne verwachsen ist graubraun, dünnhornig, gleichbreit, halb so breit als die Oberlippe, fast viermal so lang als breit, unten abgerundet, am Vorderrande fast häutig, die Mitte ist mit einer fast häutigen, mit der verlängerten Spitze nach vorne gerichteten Zunge versehen; an der Seite derselben befinden sich die sehr kleinen, fast kugeligen und eingliederigen Taster.

Die Unterkiefer sind auch graubraun, dünnhornig, merklich länger aber nur wenig breiter als Unterlippe und Kinn; die Angel gross, stumpfdreieckig, der Stamm gleichbreit, fast nochmals so lang als breit, etwas gewölbt; das Tasterstück klein, halb ringförmig; die äusseren Taster kegelförmig, fast halb so lang als der Stamm, dreigliederig, die Glieder fast gleichlang; der Lappen (innere Taster) ein walzenförmiges Glied, bedeutend kürzer als die äusseren Taster, der innere Lappen fehlt.

Die Fühler sind graubraun, kegelförmig, viergliederig, die beiden ersten Glieder ringförmig, die beiden andern walzenförmig, das dritte das grösste, das letzte das kleinste, und mit einigen Endborsten besetzt.

Augen drei an jeder Seite in krummer Linie, das hintere das grösste, alle rund und erhoben.

Der Vorderbrust-Abschnitt etwas schmäler als die übrigen Leibabschnitte, mit einem in der Mitte der Länge nach getrennten braunhornigen Schilde, dessen beide Theile nach aussen gespitzt sind.

Der Mittel- und Hinterbrust-Abschnitt sind gleichbreit und gleichlang, und haben jeder an den beiden Seiten ein kleines, fast rundes graubraunhorniges Schildchen; die acht folgenden Leibabschnitte sind, mit Ausnahme der drei letzten, welche allmählich verschmälert und verkürzt sind, gleichlang und gleichbreit, alle aber mit zwei Schildchen wie die Vorderabschnitte, überdies aber in der Mitte noch mit einem kleinen schwarzen Punkte bezeichnet; der letzte (After-) Abschnitt ist kaum $1/_{3}$ so breit als die mitteren, und sehr kurz, und ist auch durch drei graue, hornige Längsstreifen ausgezeichnet.

Die Puppe (Nymphe) ist wachsweiss, eiförmig, ziemlich flach; fast $1/_{4}$ kürzer aber merklich dicker als die Larve; die Flügelscheiden, gross und breit, bedecken die Bauchseite bis auf den fünften Abschnitt; die Fühler, zwischen den Augen des abwärtsgeneigten anliegenden Kopfes eingefügt, hängen abwärts; die Beine fast in die Quere aufgezogen, die Füsse zwischen den Flügelscheiden; das After-Segment hat am Hinterrande zwei fleischige, kegelförmige Anhängsel.

Erklärung der Abbildungen.

(Tafel III.)

Fig. 1. Ein Ei.

„ 2. Eine Larve.

Fig. 3. Der Kopf von oben.
„ 4. Die Oberlippe.
„ 5. „ Oberkiefer.
„ 6. „ Unterlippe.
„ 7. „ Unterkiefer.
„ 8. Ein Fühler.
„ 9. Die Augen.
„ 10. Eine Puppe.

Apion curvirostre. Schoenherr.

Die Käfer dieser Art überwintern in der Nähe des Wurzelstockes der Garten-Malven, kommen aber meistens schon Anfangs Mai zum Vorscheine, und nachdem sie sich mehrere, oft vierzehn Tage im Freien auf den neuen Trieben dieser Pflanze, an den Blättern welche sie durchlöchern, und an der Stengelhaut genährt haben, beginnt gewöhnlich gegen die Mitte Mai bei Tage die Befruchtung der Weibchen; diese geht aber, wie ich mich im Freien und im gesperrten Raume vielmal überzeugte, durch mehrere Tage und stets durch andere Männchen vor sich, indem sie meistentheils beinahe $1/4$ Stunde beisammen bleiben.

Nach 8 bis 14 Tagen beginnt das Weibchen die Eier einzeln und in bedeutenden Zwischenräumen in den unterdessen emporgewachsenen Stengel dieser Pflanzen abzusetzen; bohrt nämlich mit dem Rüssel in den Stengel ein Loch durch die holzige Rinde, bis an das in dieser Pflanze reichlich enthaltene Mark, wendet sich dann um, und schiebt mittelst der häutigen Legeröhre ein Ei hinein; bei schöner, windstiller Witterung legt es sechs bis zehn Eier auf diese Art ab.

Die Männchen sterben, besonders bei warmer Zeit, nach zwei- bis dreimaliger Begattung bald ab, die Weibchen leben aber, bei kühler Witterung drei bis vier Wochen, und legen in dieser Zeit jedes fünfzig bis sechzig Eier, gewöhnlich in einen und denselben Stock.

Nach zehn bis vierzehn Tagen bricht die Larve aus dem Ei und nähret sich vom Stengelmark, ob und wie oft sie sich häutet, konnte ich nicht mit Bestimmtheit erforschen, da die Larven sehr zarthäutig und so gefrässig sind, dass sie in kurzer Zeit das Stengelmark ihrer Umgebung gänzlich zerstören, so dass mir unmöglich war ihre Häute

aufzufinden, denn die verschiedenen einzelnen Larvenköpfe die ich entdeckte, könnten auch von solchen Larven herrühren welche von Feinden derselben unverzehrt blieben; doch habe ich Grund zu vermuthen, dass sie sich wie andere Larven dieser Familie dreimal häuten, da ich nach 30 bis 34 Tagen schon Puppen fand, indem sie sich auch in dem zu Pulver verwandelten Mark des Stengels verpuppen.

Zehn bis vierzehn Tage reift der Käfer, nagt ein Loch durch die innere holzartige Rinde des Stengels und kommt des Morgens zum Vorschein; dieser begattet sich aber nicht mehr sondern geht nach mehreren Tagen zum Winterschlaf in die Erde.

Es ist übrigens bemerkenswerth, dass die Pflanzen, ungeachtet grösstentheils das Mark des ganzen Stengels ganz verzehrt, und auch der Stamm an der äusseren Haut, so wie die Blätter durchlöchert und zernagt werden, dennoch fortgrünet und Blüthen erzeugt, und nur erst die Knospen der Spitze abwelken.

Beschreibung.

Die Eier sind weiss, häutig, fast lederartig, länglich-walzenförmig, kaum $1/6'''$ lang, $2/3$ so dick als lang.

Die Larven nackt, gelblichweiss, gegen die Mitte etwas verdickt, am Ende fast gespitzt, fusslos, mit bräunlich hornigem, rundem, plattgedrücktem und abwärts geneigtem Kopfe, im $3/4$ Kreis gekrümmtem Leibe, und erreichen eine Grösse von 2 bis $2\,1/2$ Linien.

Der Kopf fast linsenförmig, etwas schmäler als der erste Leibabschnitt (Prothorax), ist unten über $2/3$ seiner Fläche kreisrund ausgeschnitten.

Die Oberlippe gelblichbraun, dünnhornig, fast herzförmig, am Grunde etwas schmäler als der Vorderrand; der hornig verdickte Hinterrand in eine stumpfe Spitze verlängert, und die Seiten nach hinten allmählich breiter einwärts umgeschlagen; der abgerundete Vorderrand ist mit sechs beweglichen, fast kegelförmigen Zähnen bewaffnet.

Die Oberkiefer sind dunkelbraun dickhornig, am Grunde so breit als die Oberlippe, ohne vorragende Gelenkkugel, etwas länger als breit, mit zweizähniger Spitze; die schneidige, bauchig gebogene Kaufläche ist am Grunde des inneren Zahnes stark ausgeschnitten.

Die Unterlippe herzförmig, unten (hinten) sehr zugespitzt, lederig, mit schwach abgerundetem Vorderrande, und braunhornigen

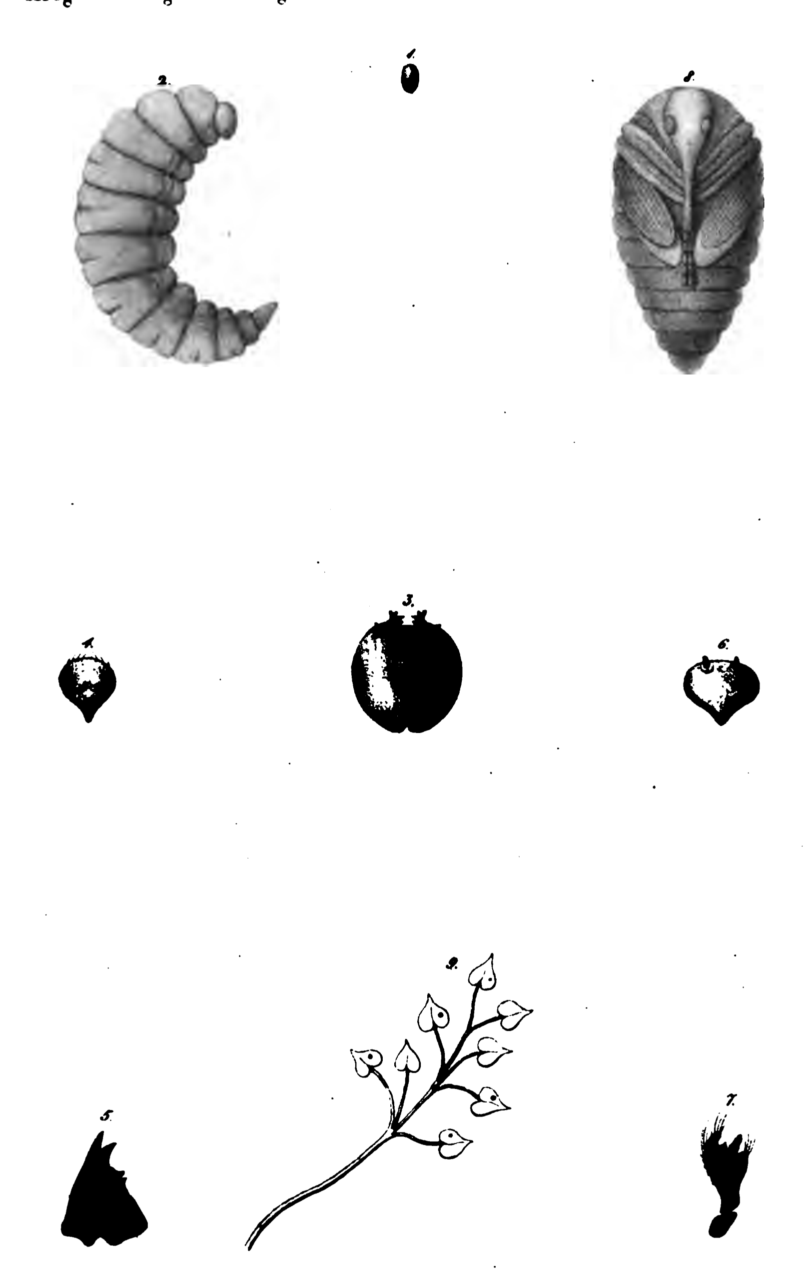


Fig. 1-9. Ceuthorhynchus floralis. Payk.

Aus d. k. k. Hof-u. Staatsdruckerei.

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. math. naturw. Cl. XIV Bd. 2 Heft. 1854.

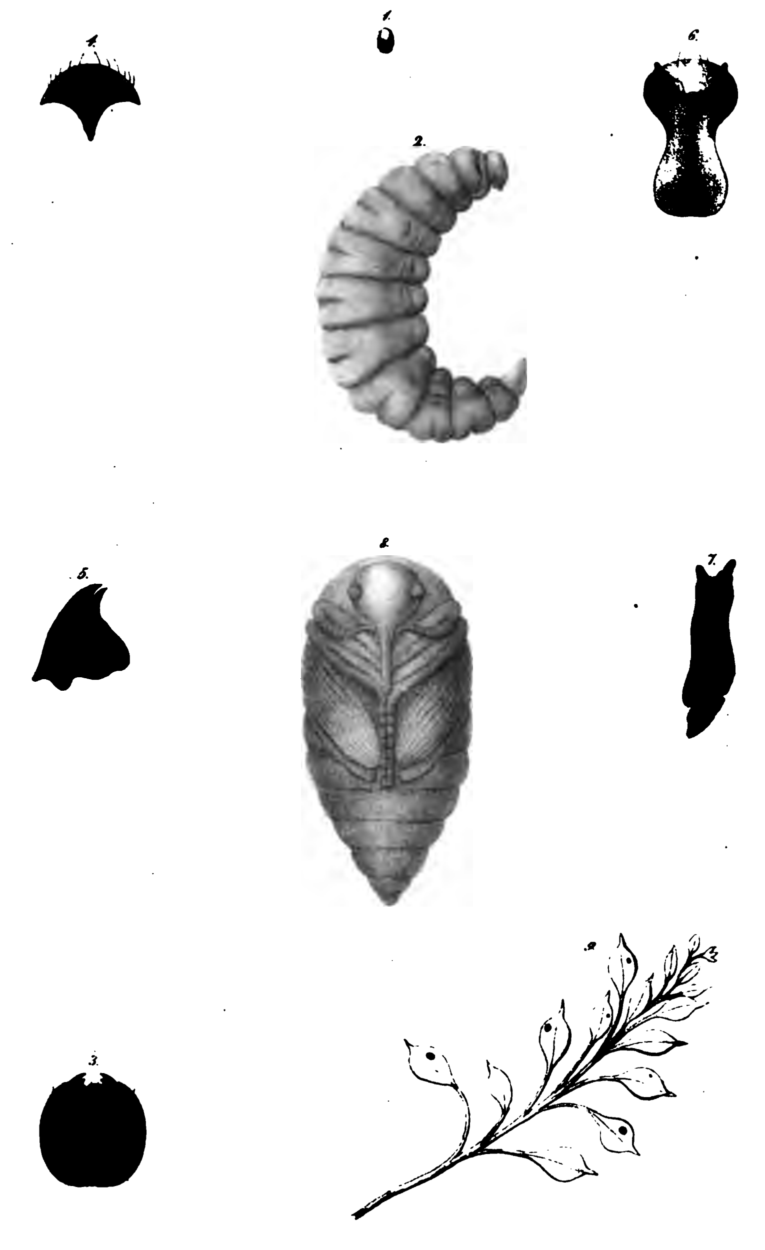


Fig. 1-9. Cauthorhynchus pulvinatus. Gyllh.

Aus d. k.k. Hof-u. Staatsdruckerei

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. math. naturw. Cl. XIV Bd 2 Heft. 1854.











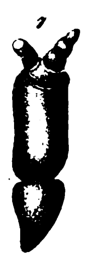


Fig. 1-10. Meligetes aeneus Fabr.


Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.

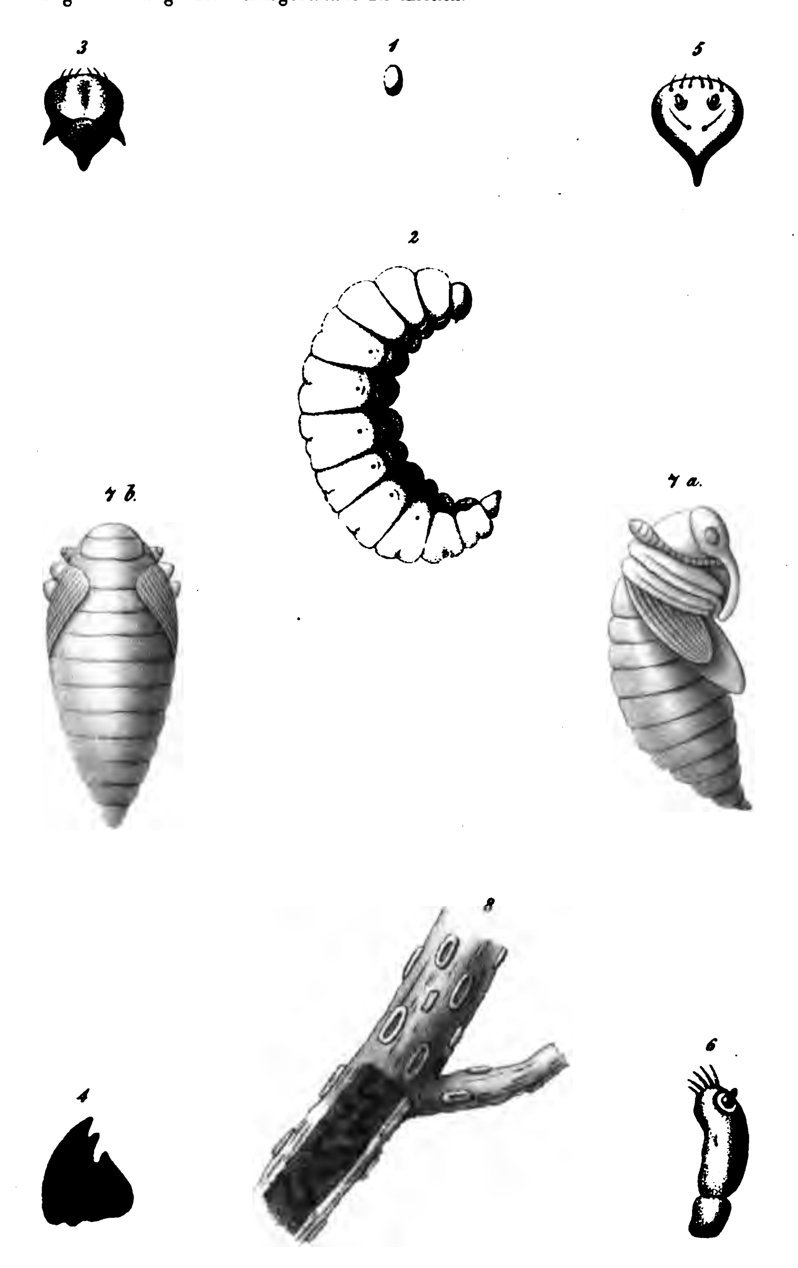


Fig. 1-8. Apion curvirostre.

Aus d. k.k. Hof-u. Staatsdruckerei.

Seitenrändern, etwas grösser als die Oberlippe; der Vorderrand an der Aussenseite mit sechs, die Mitte mit zwei, in mit einem Hornringe scharf bezeichneten Haargrübchen sitzenden Borsten besetzt; die Taster sitzen getrennt, jeder in einem hornigen Ringe, entfernt vom Vorderrande; sie sind beinahe braunhornig, beinahe walzenförmig, verhältnissmässig sehr klein und eingliederig.

Die Unterkiefer sind dünnhornig, gelb, um die Hälfte länger als die Oberlippe, $^1/_3$ so breit als lang; die Angel gross, abgerundet viereckig, der Stamm fast länglich bohnenförmig, kaum halb so dick als lang, am Vorderrande nach aussen rund ausgeschnitten; Tasterstück fehlt; die äusseren Taster kurz, kegelförmig, zweigliederig; die Glieder fast gleichlang; auch die inneren Taster (äusserer Lappen) fehlen; der innere Lappen ist mit dem Kaustück und Stamm unmittelbar verwachsen, nach innen bauchig, und am Vorderrande mit fünf geraden fast walzenförmigen, beweglichen Zähnen bewehrt.

Die Nymphe fast $^1/_3$ kürzer und dicker als die Larve, spitzeiförmig, etwas gekrümmt, anfangs wachsweiss; der Kopf an der Bauchseite abwärts geneigt anliegend, der Rüssel jedoch frei; die Beine fast quer aufgezogen, die kurzen Flügeldecken reichen nur bis zum dritten, die Hautflügel aber bis zum fünften Hinlerleibs-Abschnitte; die Fühler nach aussen gestreckt liegen auf den Schenkeln der Vorderbeine.

Erklärung der Abbildungen.

(Tafel IV.)

Fig. 1. Ein Ei.
„ 2. Eine Larve.
„ 3. Die Oberlippe.
„ 4. Ein Oberkiefer.
„ 5. Die Unterlippe.
„ 6. Ein Unterkiefer.
„ 7. a. Eine Nymphe von der Seite.
„ 7. b. „ „ vom Rücken.
„ 8. Ein Stengelstück, von aussen und innen.

SITZUNG VOM 9. NOVEMBER 1854.

Vorträge.

Über Viquesnel's neue „Carte de la Thrace, d'une partie de la Macédoine et de la Moesie."

Von dem w. M. Dr. Ami Boué.

Herr August Viquesnel hat seine Aufnahme im Jahre 1846 mittelst einer vom Minister des öffentlichen Unterrichts ihm anvertrauten sogenannten *Mission scientifique* bewerkstelligt. Seine amtlichen Berichte sind in den *Archives des Missions scientifiques* 1850—1851 zu lesen. Im Vorbeigehen erlaube man mir zu bemerken, dass später im Jahre 1848 auch die Pariser Akademie solche wissenschaftliche Missionen mittelst ihres bedeutenden Vermögens-Erträgnisses wieder eingeführt hat.

Herr Viquesnel hat mit seinen Beobachtungen die Reiserouten der Herren Grisebach und Daux sowie meine eigenen vereinigt, indem er für die Küsten die neuesten englischen und französischen Aufnahmen benutzte. Er hat auch geognostische Beobachtungen sowie barometrische Messungen angestellt. Diese letzteren wurden mit Benützung meteorologischer Beobachtungen in Ungarn und Wien höchst sorgfältig berechnet. Die Hauptresultate befinden sich schon auf seiner Karte. Die Vollendung dieser letztern nahm eine so geraume Zeit ein, weil Herr Viquesnel lange Zeit hoffte, dass die geologische Gesellschaft von Frankreich diese wie seine anderen Aufnahmen (Memoires der Jahre 1842 und 1846, Bd. 5 und 2, F. Bd. I) herausgeben würde. Es wäre auch wirklich im Jahre 1856 geschehen. Doch nach dem Ausbruche des jetzigen Krieges fand die französische Regierung sich bewogen, für die Herausgabe der Karte und einer Erläuterung dazu eine ziemlich bedeutende Summe zu bestimmen. Die Karte wird eigentlich nur mit der Herausgabe des ersten Theiles der Reise-Beobachtungen und mit 20 Tafeln

von Reisekarten-Zeichnungen erscheinen. Herr Viquesnel hat sich durch dieses geographische Werk ein unzweifelhaftes Verdienst erworben. Feldmarschall-Lieutenant von Hauslab's und meine Aneiferungen zu diesem Unternehmen haben reichliche Früchte getragen. An diese türkische Geographie und diese Reiserouten wird sich eine geognostische Schilderung und Karte anreihen und möglichst auch eine eigene Arbeit sammt Höhen-Profilen über einige ausführbare Eisenbahnzüge. Diesem letzten mühsamen mir aber so willkommenen Commentar meiner Schrift vom Jahre 1852 unterzog mein Freund sich für eine akademische Commission, die darüber referiren soll. Ich bin ihm so wie Herrn v. Beaumont viel Dank dafür schuldig und muss nur den geringen Vorrath von Thatsachen bedauern.

Was das Neue dieser Karte betrifft, so besteht es in einer besseren Kenntniss der kleinen Küstenkette längs dem schwarzen Meere, die auf allen Karten fälschlich als Strandja-Balkan gilt, dann ganz vorzüglich in der wirklichen Geographie des Rhodopus und seiner nächsten Umgebungen; endlich in der Beifügung unserer Beobachtungen in Ober-Moesien und dem Balkan.

Die Karte stellt den südöstlichen Theil der Türkei zwischen dem schwarzen und ägeischen Meere, Salonik, Uskub, Leskovatz, Pirot, Tschatak und dem Deli-Kamtschik dar.

Bis jetzt war dieses Gebirgs-Terrain wenig bekannt und selbst der Lauf mehrerer Flüsse war darin falsch aufgezeichnet. Aber ganz besonders waren die hohen Kämme des Rhodopus zwischen dem ägeischen Meere und der Thäler der Maritza und des Strymon eine völlige Terra incognita, wo die Phantasie der Kartographen uns nur groteske Gebirgszüge hinzeichnete. (Vergleiche man nur Viquesnel's Karte mit den andern und selbst mit der Kiepert'schen, die doch nur fast von Viquesnel's flüchtigen Mittheilungen herstammt.) Dieses grosse fast von keinem wissenschaftlichen Reisenden berührte Dreieck stellt sich unsern Augen dar, nicht nur als eine Reihe von bedeutenden Gebirgsmassen, sondern auch als theilweise sehr bewohntes Land, vorzüglich in den östlichen Abdachungen und Thälern. Bulgaren, Türken sowie Griechen bilden da eine nicht wenig beträchtliche und bis jetzt ganz unbekannte Bevölkerung.

Die Reisenden, die den Rhodopus durchkreuzten waren nur Kaufleute, die längs dem Strymon von oder nach Seres wanderten, oder jene die von Philippopoli nach letzterer Stadt gingen. Der Weg von

Adrianopel nach Seres und Salonik liess auch die grossen westnordwestlich bis ostsüdöstlich streichenden Gebirge nördlich liegen. Man wanderte lieber in den grossen Thälern herum oder höchstens in einigen grossen Querthälern, wie die des Strymons. Auf diese Weise war es nothwendig diesem grossen Gebirge eine ganz eigene Reise zu widmen, um es in mehreren Richtungen durchkreuzen zu können. Leider stellt sich der Fall, dass im Sommer die Landstreicher und Missethäter sich gerne in den grossen Waldungen des Rhodopus aufhalten, was dann das Reisen unsicherer als im Winter macht. Das Einzige mit dem ich mich nicht einverstanden erklärte ist, der untere Lauf der Bregalnitza unter Istib, sie mündet im Vardar, nicht gegenüber vom Karasou, sondern südlich von Negotin.

Was die Höhen - Bestimmungen betrifft, so fände man im westlichen und vorzüglich im nordwestlichen Rhodopus Gipfelhöhen von 2000 bis 3000 Meter. — An dem Zeichner, dem Herrn Charles, wäre nur zu rügen, dass er die allgemeine Richtung der Gebirgsketten von WNW. nach OSO. durch seine Zeichnung nicht genug hervorgehoben hat.

Nachdem diese grosse Lücke in der Geographie der europäischen Türkei ausgefüllt wurde, so erlaube ich mir aufmerksam zu machen, dass es fast nur einer Sommer-Campagne bedürfte, um die jetzt noch übrigen Lücken durch ordentliche Beobachtungen zu ersetzen.

Man müsste von der Donau unterhalb Widdin anfangen und die Gebirgsketten zwischen Nisch, Sophia und Etropol durchstreifen, dann den grossen Balkan ersteigen und von da über Sophia die Seitenthäler der Soukova so wie das Dreieck der kleinen Gebirge zwischen Leskovatz, Vranja, Pristina, Kurschumli und Prekoplie erforschen. Dieses fertig, würde man die Gebirge westlich vom Strymon und zwischen Kostendil, Egri-Palanka, Karatova und Strumnitza durchwandern. Später den Vardar überschritten, müsste man die Gebirge zwischen Uskub und Kritschovo so wie die zwischen Negotin, Kafadartzi und Vodena so wie auch den ganzen Lauf des Karasou vom Vardar bis über Bitoglia genau aufnehmen, die Gebirge zwischen Kritschovo, Bitoglia, Florina, Kastoria, Ochri und Dibre besser kennen lernen, das westlich vom Ochri gelegene Gebirge sammt den Quellen des Skumb aufnehmen und mit Hülfe der katholischen Geistlichkeit die gebirgigen Thäler des Mati-Beckens

besuchen. Endlich bliebe dann noch der schwierigste Theil, namentlich eine bessere Kenntniss der höchsten Gebirge zwischen dem albanesischen Drim, der Ibar, der Drina, der Herzegovina und Montenegro übrig.

Möchte sich doch Jemand finden, der nur sechs Monate dazu widmete; jetzt ist eine solche Arbeit mit der Erlaubniss der türkischen Regierung eine leichte und angenehme, auch in naturhistorischer Richtung interessante Aufgabe. Fast alle diese so wenig bekannten Gebirgsgegenden der Central-Türkei bestehen aus Ketten, die von NW. nach SO. laufen, so dass die vom Nord oder Süd kommenden Reisenden nur gewisse Längenthäler betreten oder viel seltener in der westlichen Türkei durch wenige Querthäler jene Ketten durchkreuzen. Das übrige Gebirge blieb darum unbekannt.

Erläuternde Bemerkungen über die vom Herrn Professor Zantedeschi in Padua angestellten Versuche, betreffend die gleichzeitige Fortpflanzung zweier elektrischen Ströme nach entgegengesetzten Richtungen in demselben Leitungsdrathe.

Von dem c. M. **Dr. Wilhelm Gintl,**
k. k. Telegraphen-Director.

(Mit I Tafel.)

Ich habe vor wenigen Tagen, gleich wie die kais. Akademie der Wissenschaften, einen vom Hrn. Prof. Zantedeschi verfassten Aufsatz erhalten, welcher im Ateneo italiano, Tom III, 1854, abgedruckt ist und worin Hr. Prof. Zantedeschi die von ihm angestellten Versuche über die gleichzeitige Fortpflanzung zweier elektrischen Ströme nach entgegengesetzten Richtungen in demselben Leitungsdrathe veröffentlicht. Hierdurch finde ich mich zu nachstehenden Bemerkungen veranlasst, um die vom Hrn. Prof. Zantedeschi angestellten Versuche auf das wahre Mass ihrer Bedeutung zurückzuführen. Sonderbarer Weise beginnt Hr. Prof. Zantedeschi seine Abhandlung mit folgenden Worten:

„Das Problem, welches schon vom Jahre 1829 angefangen „(Ateneo italiano, Nr. 7 del Aprile 1854, pag. 6) meine Aufmerksam„keit allmählich auf sich zog, wurde von mir am 27. October 1854 in „Padua vollständig gelöst, nachdem ich von Wien zurückgekehrt war,

„wo ich durch die seltene Zuvorkommenheit Seiner Excellenz des „Hrn. Ministers Baumgartner, eines ausgezeichneten Physikers „und Präsidenten der k. k. Akademie der Wissenschaften, eingeladen, „dem grossen telegraphischen Versuche (15. October 1854) gleich„zeitig mittelst desselben Leitungsdrathes in entgegengesetzten „Richtungen zwischen Wien und Linz zu correspondiren, beiwohnen „konnte."

Nachdem also Hr. Prof. Zantedeschi am 15. October 1854 in Wien den gleichzeitigen auf die unbeirrte Fortpflanzung zweier Ströme in demselben Leitungsdrathe sich basirenden Depeschenwechsel gesehen hatte, wurde von ihm nach seiner Rückkehr das grosse Problem in Padua am 27. October 1854 vollständig gelöst. (Sic!)

Ferner sagt Hr. Prof. Zantedeschi:

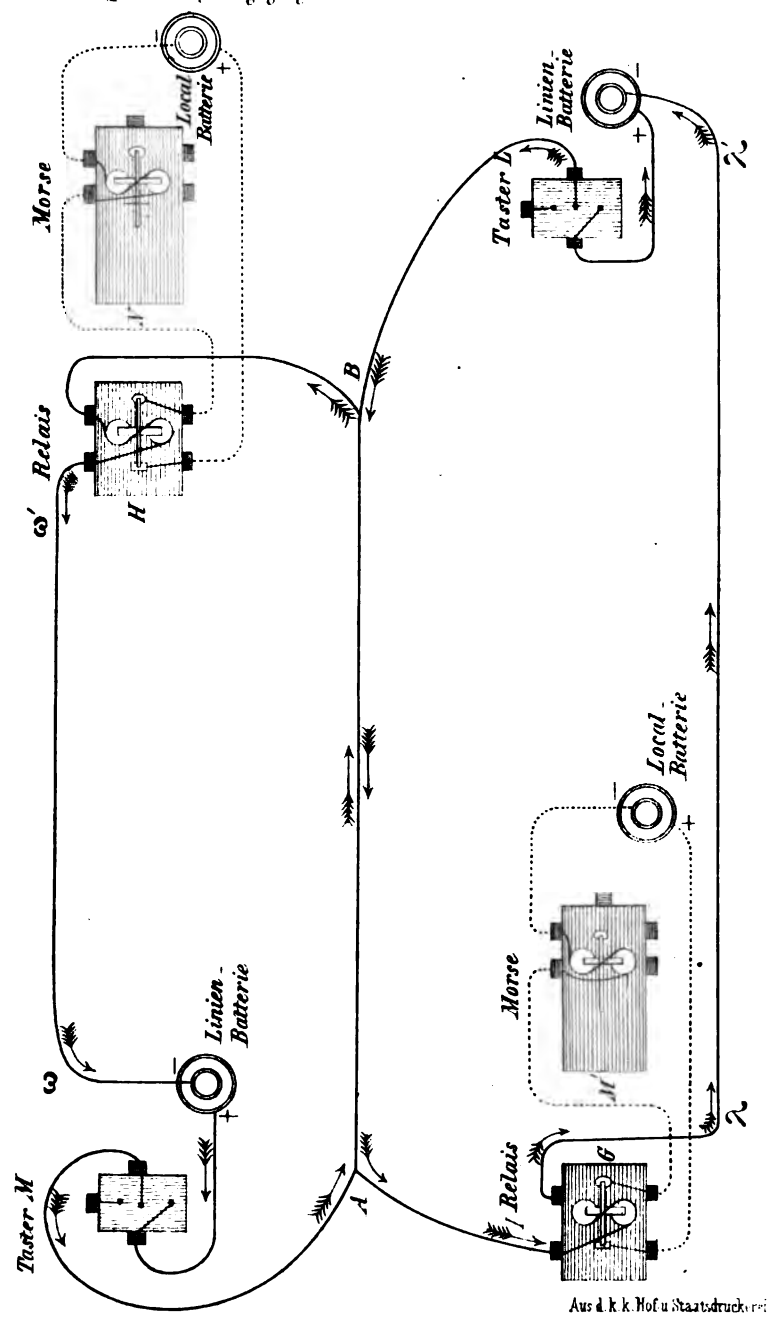
„Ich werde es dem Hrn. Director Wilhelm Gintl überlassen „die Beschreibung der Art zu liefern, wie er seine elektrochemischen „Telegraphen-Apparate mit der Linie, den Tastern und der Erde in „Verbindung gebracht hat, welche ich durchaus nicht kenne und „woraus sich ergeben wird, ob diese gleichzeitige Doppelcorrespondenz „nach entgegengesetzter Richtung auf demselben Drathe wirklich durch „gleichzeitige entgegengesetzte Ströme in demselben Drathe, oder „durch in den Zwischenpausen alternirend von Linz nach Wien und von „Wien nach Linz gehende elektrische Stromwellen stattgefunden habe."

Als Augenzeuge des Versuches hatte aber Hr. Prof. Zantedeschi doch sehen und sich überzeugen müssen, dass die Auswechselung der zwei mehr als 80 Worte enthaltenden Depeschen wirklich gleichzeitig geschah und dass dabei continuirlich und nicht in Intervallen etwa so telegraphirt wurde, dass wenn ein Wort von Wien nach Linz gegeben war, eine Pause gemacht und während derselben ein von Linz nach Wien gegebenes Wort daselbst empfangen worden wäre. Es ist daher nicht begreiflich wie Hr. Prof. Zantedeschi auf den Gedanken kommen konnte, dass bei einem solchen Vorgange alternirende Ströme im Spiele seien.

Nach dieser Einleitung übergeht Hr Prof. Zantedeschi zur Beschreibung seines dazu eingerichteten Apparates und der damit angestellten Versuche, welche ich hier in Kürze etwas näher noch beleuchten will.

Hr. Prof. Zantedeschi bildete auf seinem Experimentir-Tische aus einem 21 Meter langen Kupferdrathe zwei Schliessungsbögen, bei

Gintl. Fortpflanzung entgegengesetzter Ströme.



Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei



welchen ein Drathstück von 1 Meter Länge als gemeinschaftlicher Leiter diente und in die er zwei Morse'sche Schreibapparate sammt Tastern und galvanischen Batterien so einschaltete wie es die beiliegende Zeichnung zeigt. Niemand wird Hrn. Prof. Zantedeschi bestreiten können, dass er bei dieser Anordnung der Apparate ohne Anstand gleichzeitig correspondirt habe, das heisst, dass die mit dem Taster *L* gegebenen Zeichen nicht an dem auf derselben Seite befindlichen Schreibapparate *H, N*, sondern an dem auf der andern Seite eingeschalteten Apparate *G, M*, und so umgekehrt die vom Taster *M* gleichzeitig ausgegangenen Zeichen nicht an dem Apparate *G, M'*, sondern an dem auf der entgegengesetzten Seite befindlichen Apparate *H, N* ganz deutlich erschienen sind. Wenn aber Hr. Prof. Zantedeschi der Meinung ist, dass die auf diese Weise von ihm zu Stande gebrachte gleichzeitige Doppelcorrespondenz auf einem Drathe stattgefunden habe, so täuscht er sich gewaltig, weil zur Herstellung der Verbindung seiner Apparate drei Leitungen, nämlich das beiden Schliessungsbögen gemeinschaftliche Drathstück *A B*, nebstdem aber auch noch die zwei Leitungsdräthe $\lambda\ \lambda'$ und $\omega\ \omega'$ erforderlich sind.

Dass man aber bei Anwendung von drei Leitungen eine gleichzeitige Doppelcorrespondenz zu Stande bringen könne, ist nichts Neues; ja Hr. Prof. Zantedeschi hätte sogar durch Zuhülfenahme des Erdkörpers als Leiter, mit den drei Leitungen eine gleichzeitige Triple-Correspondenz anstandslos ausführen können, ohne dadurch etwas bisher Unbekanntes effectuirt zu haben. Hr. Prof. Zantedeschi hätte ferner bei seinem Experimente einen der drei Leitungsdräthe, sei es $\lambda\ \lambda'$ oder $\omega\ \omega'$, ersparen, statt dessen die Erdleitung substituiren und so die Doppelcorrespondenz auf zwei Leitungen beschränken können, in welchem Falle aber auch noch nichts Neues von ihm geleistet worden wäre. Wollte aber Hr. Prof. Zantedeschi bei der von ihm getroffenen Anordnung seiner Apparate noch einen der beiden Dräthe durch Substitution der Erdleitung weglassen und so das Experiment auf eine Drathleitung reduciren, so würde er finden, dass es mit seiner gleichzeitigen Doppelcorrespondenz sogleich ein Ende habe, weil dann zwischen dem Taster und dem auf derselben Seite befindlichen Schreibapparate mittelst der beiderseits angebrachten Erdleitung ein kurzer Schluss bewirkt, in welchem der elektrische Strom seinen Kreislauf vollführen und daher nicht mehr zu dem

auf der entgegengesetzten Seite befindlichen Apparate gelangen wird.

Was übrigens Hrn. Prof. Zantedeschi bei seinen Versuchen nicht in Abrede gestellt werden kann ist, dass dabei die von den beiden Batterien *R* und *S* gleichzeitig ausgehenden gleichnamigen Ströme sich in dem gemeinschaftlichen Drathstücke *A*, *B* wirklich nach entgegengesetzten Richtungen unbeirrt fortpflanzen, eine allerdings sehr interessante Thatsache, welche ich aber schon am 9. Juni 1853 in der Sitzung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe zur Sprache gebracht und die Versuche, welche mich zur Constatirung derselben führten, auseinander gesetzt habe.

Aus diesem Grunde stelle ich auch das Ansuchen, die hohe Classe der kaiserl. Akademie der Wissenschaften wolle zur Wahrung meiner Prioritätsrechte von diesen erläuternden Bemerkungen gefälligst Act nehmen.

SITZUNG VOM 16. NOVEMBER 1854.

Herr Professor Sartorius v. Waltershausen übersandte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Akademie mehrere von ihm entdeckte seltene Mineralien und begleitet diese Sendung mit folgendem Schreiben:

Göttingen, den 15. October 1854.

. . . . Bezüglich der beiliegenden Mineralien habe ich zu bemerken, dass der Parastilbit und Karphostilbit zu den grossen Seltenheiten gehören und bis jetzt überhaupt nur in zwei oder drei Exemplaren vorhanden sind. Der Xylochlor, ein grünes, dem Apophyllit verwandtes Mineral, aus einem Baumstamm der Surturbrand-Formation, sowie der dichte Palagonit von Seljadalr (zwischen Reykjavik und dem See von Thingvalla), dürften namentlich in Bezug auf die Geologie Islands nicht ohne Interesse sein.

Eine zweite Gruppe neuer Mineralkörper, über die ich einige ausführlichere Bemerkungen hinzufüge, bezieht sich auf die Forma-

tion des weissen, zuckerartigen Dolomits in den Walliser Centralalpen, welche im Binnenthale in der Nähe von Imfeld mächtig entwickelt erscheint und dort zwischen älteren metamorphischen Schiefern eingelagert ist.

Ausser einer grossen Reihe bekannter Mineralkörper finden sich in diesem Dolomit mehrere Schwefelmetalle, welche bis jetzt gar nicht oder nur sehr unvollkommen untersucht worden sind.

Zuerst ist hier der Dufrenoysit zu erwähnen, dessen Zusammensetzung bis jetzt unbekannt war und von Damour mit dem von mir benannten Skleroklas verwechselt worden ist. Ein dem letzten verwandter ebenfalls im Dolomit verbreiteter Mineralkörper ist der Arsenomelan.

Die chemischen Zusammensetzungen und die stöchiometrischen Formeln dieser Körper sind:

Dufrenoysit.

Krystallform isomet. Dichte = 4·6.

$$\acute{\mathrm{R}}\!\!\!-\ \overset{\prime\prime}{\mathrm{A}}\mathrm{s} + \acute{\mathrm{R}}.$$

	Beobachtet:	Berechnet:	
Schwefel	27·039	26·662	+ 0·377
Arsen	30·552	31·126	+ 0·013
Silber	1·249	1·243	+ 0·178
Blei	2·794	2·781	— 0·574
Kupfer	38·366	38·188	+ 0·377

Skleroklas.

Trimetrisch. Dichte 5·39.

$$\acute{\mathrm{P}}\mathrm{b}^{2}\ \overset{\prime\prime\prime}{\mathrm{A}}\mathrm{s}\!\!\!-$$

Schwefel . . .	22·482
Arsen	21·001
Blei	55·441
Silber	0·519
Eisen	0·557

Arsenomelan.

Trimetrisch. 5·4.

$$\acute{\mathrm{P}}\mathrm{b}\ \overset{\prime\prime\prime}{\mathrm{A}}\mathrm{s}\!\!\!-$$

Schwefel . . .	26·749
Arsen	31·228
Blei	41·222
Silber	0·387
Eisen	0·414

Es scheint bemerkenswerth, dass der Dufrenoysit bis jetzt der einzige Mineralkörper ist, in dem neben R der Arsenik in der Gestalt des Realgars auftritt. Ferner ist zu erwähnen, dass die beiden Verbindungen $\acute{\mathrm{P}}\mathrm{b}^{2}\ \overset{\prime\prime\prime}{\mathrm{A}}\mathrm{s}\!\!\!-$ und $\acute{\mathrm{P}}\mathrm{b}\ \overset{\prime\prime\prime}{\mathrm{A}}\mathrm{s}\!\!\!-$, die erstere dem Federerz, die zweite dem Zinkenit analog ist. Beide Verbindungen sind im Stande sich in allen Verhältnissen isomorph zu vertreten, wie ich dies bei

einer andern Gelegenheit ausführlicher zeigen werde. Ausser diesen Schwefelmetallen enthält der Dolomit noch Baryto-Cölestin und ein sehr eigenthümliches Mineral, eine Verbindung eines kieselsauren und schwefelsauren Salzes, welches ich mit dem Namen Hyalophan bezeichnet habe. Dasselbe gleicht in seiner Krystallform dem Adular und gehört dem monoklinen Systeme an. Die Dichte ist = 2·805 bei 17°6 C. Die Zusammensetzung desselben ist:

	Beobachtet.	Berechnet nach $5\dddot{Si}\dddot{Al}^3 + 3\dddot{S}\dot{R}^2 + \dddot{S}\dot{Ba}$.
Kieselerde	24·397	24·027 + 0·370
Thonerde	50·486	50·522 — 0·036
Kalk	1·588	1·574 + 0·014
Magnesia	0·425	0·419 + 0·006
Natron	5·807	5·747 + 0·060
Baryt	14·565	15·083 — 0·518
Schwefelsäure . .	2·732	2·628 + 0·114

Die nähere mineralogische Untersuchung dieser alpinen Dolomite hatte ihren eigentlichen Grund in einer Reihe zusammenhängender geologischer Forschungen, deren Erörterung hier zu weit führen würde. Indess glaube ich bemerken zu müssen, dass die aus meinen Untersuchungen abgeleiteten Resultate über die Dolomitbildung im Wesentlichen mit den Ansichten Haidinger's übereinstimmen. Der Dolomit ist kein metamorphisches Gebilde aus älterem Kalkstein, er ist auf nassem Wege entstanden zugleich mit den Schwefelmetallen, die sich darin finden. Statt des Gypses, der im Binnenthale fehlt, dürfte wenigstens theilweise der Baryto-Cölestin substituirt sein.

. . . .

W. S. v. Waltershausen.

Die Classe beschliesst, diese schätzbare Sendung durch ihr wirkliches Mitglied, Herrn Custos Partsch, dem k. k. Hof-Mineralien-Cabinete zu übergeben.

Herr Lieutenant Maury, Superintendent des National-Observatoriums zu Washington, zeigt der Classe in einem Schreiben vom 23. October d. J. an, dass Herr James Ferguson am 2. September d. J. 11$^{h.}$ p. m., während er die Egeria (den 13. Asteroiden) beobachtete, im Gesichtsfelde des Refractors einen neuen Planeten, den 31. Asteroiden, entdeckte. Es ist dies der erste in Amerika aufgefundene Planet und Herr James Ferguson gab ihm den Namen

„**Euphrosine.**" Über diesen Planeten theilt Herr **Maury** folgende Beobachtung und vorläufige Elemente mit:

M. T. Washington.	α	δ
1854. Oct. 19th 9^h 26^m 41^{s}9	1^h 12^m 15^{s}11	— 1° 56′ 7″21

Elements of Euphrosyne, computed by Prof. R. Keith, from observations of Sept. 2$^{nd.}$ 6th and 10th

M	13°	36′	33″3	Sept. 2. 721. M. T. Green.
π	352	5	50·6	M. Equ. 1854. 0.
λ	33	39	21·7	
i	22	39	13·6	
φ	4	22	30·2	
log. a	0·469530			
log. μ	2·845712			

Eingesendete Abhandlungen.

Über die chinesischen Gelbschoten.

Von dem w. M., **Prof. Fr. Rochleder** in Prag.

Herr von Orth hat vor Kurzem in meinem Laboratorium sich einige Zeit mit der Analyse dieser Früchte (*Wongsky*) beschäftiget. Er hat darin ausser einer grossen Menge eines pectinartigen Körpers eine Substanz gefunden, welche, ganz ähnlich der Rubichlorsäure, sich mit Salzsäure erwärmt zersetzte, und dabei ein grünes, in Wasser unlösliches Pulver lieferte; ferner einen sogenannten Gerbstoff, der die Eisenoxydsalze grün färbte und einen gelben Farbstoff, der in seiner Zusammensetzung eine bestimmte Beziehung zum Alizarin zeigte. Diese Daten schienen es mir wahrscheinlich zu machen, dass die Wongsky oder chinesischen Gelbschoten von einer Pflanze aus der Familie der Rubiaceen stammen, obwohl sie bald von einer Scitaminee, bald von einer Gentianee abstammend bezeichnet wurden.

Ich erhielt dieser Tage vom Herrn Professor Dr. Jessen in Eldena ein Schreiben, dessen Inhalt ich mir hier mitzutheilen erlaube. Es ist die Bestätigung meiner Vermuthung, dass diese Früchte einer Pflanze aus der Familie der Rubiaceen angehören, darin enthalten.

Dr. Jessen schreibt:

„Die chinesischen Gelbschoten."

„Früchte der *Gardenia grandiflora* Lour."

„Es sind dies unterständige, längliche, nach beiden Enden zugespitzte, nicht aufspringende, mit sechs geflügelten Längsrippen versehene Früchte, welche oft am oberen Ende die runde Narbe des Ansatzes der Blumenblätter im Grunde einer kurzen, derben, ebenfalls geflügelten Kelchröhre zeigen. Die Kelchabschnitte sind meist unvollkommen erhalten, länglich, etwas zusammengewunden, bisweilen nach aussen etwas zurückgebogen. Die Wände der Frucht sind dünn, papierartig, quellen beim Aufweichen etwas auf. Im Innern enthält die Frucht viele dreieckig-rundliche, oft etwas gekrümmte, warzig punktirte, gelbe Samen, welche durch eine schönrothe Masse (zusammengetrockneten Fruchtbrei) in einen Cylinder zusammengeballt sind. Die Höhle ist einfächerig, aber von zwei Seiten, einander gegenüber springt, eine halbe Scheidewand der Länge nach vor, dieselbe ist papierartig, dünn und an ihr sitzen die Samen. Diese sind hornartig hart und enthalten ein kleines, gestrecktes, gerades Embryon mit zwei auf einander liegenden Lappen in der Mitte des Albumen."

„Wir haben demnach Theile einer dikotyledonen Pflanze vor uns. Die unterständige Frucht, das kleine, im Eiweiss eingebettete Embryon u. s. f. führen auf die Ordnung Rubiaceae, in welcher die unvollständige Scheidewand der nicht aufspringenden, vielsamigen Frucht die Gattung *Gardenia Ellis*. charakterisirt."

„In der Abtheilung dieser Gattung, mit gerippten Früchten zeichnet sich die von *Gardenia grandiflora* Lour. durch sechs geflügelte Rippen und längliche Gestalt aus. Dass ihr die vorliegenden Früchte angehören, ergibt sowohl die Beschreibung von Loureioz: Beere länglich, nach beiden Enden etwas zugespitzt, sechsseitig, einfächerig, glatt, gelb, Kelchabschnitte zurückgebogen, sichelförmig. Die Samen sind in einen rothen Brei eingebettet — als auch die von Hasskarl (Regensburger Flora 1845, p. 234). Letzterer erhielt seine Exemplare aus dem chinesischen Thee-Districte, wo sie mit den kleinen Früchten einer verwandten Art (*Gardenia pictorum* Hassk.) als Farbestoff benützt werden. Dass die Frucht einer Scitaminee angehört, dem widerspricht die nicht dreifächerige Frucht ausser der Structur des Embryon, den Gentianeen die unterständige, nicht aufspringende Frucht." „Dr. Jessen."

Die Untersuchung des Herrn v. Orth, mit wenig Material ausgeführt, hat noch manchen Punkt unaufgeklärt lassen müssen. Da ich mich im Besitze einer neuen Menge dieser Früchte befinde, werde ich so bald als möglich das noch Fehlende zu ergänzen suchen. Die Übereinstimmung der chemischen Analyse mit den morphologischen Verhältnissen springt auch bei dieser Gelegenheit in die Augen.

Die Interferenzlinien am Glimmer. Berührungsringe und Plattenringe.

Von dem w. M. W. **Haidinger.**

Den Inhalt der gegenwärtigen Mittheilung bildet eigentlich ein sehr einfaches Corollar einer frühern, in welcher ich über die so leicht anzustellende Beobachtung schwarzer und gelber Parallel-Linien Nachricht gab, wenn man die Flamme einer Spirituslampe mit gesalzenem Dochte sich in einem Glimmerblättchen spiegeln lässt. Es war dies im Februar 1849[1]). Dass ich heute, so spät, eine doch so einfache Ergänzung zu der Darstellung der dort beschriebenen Erscheinung geben kann, ist wohl ein sprechendes Beispiel von der langsamen Entwickelung unserer Kenntniss in den kleinsten Einzelnheiten selbst so anziehender Thatsachen.

Mein hochverehrter Freund Herr Regierungsrath v. Ettingshausen hatte damals der theoretischen Betrachtung derselben den ersten Haltpunkt gegeben, indem er folgende Construction der eigentlichen Erscheinung gab: „Die Incidenzpunkte auf dem Glimmer„blatte, welche einerlei Gangunterschiede der Strahlen entsprechen, „liegen bei ungeänderter Stellung des Auges in einer Kreislinie, „deren Centrum durch das Loth vom Auge auf das Glimmerblatt „angezeigt wird."

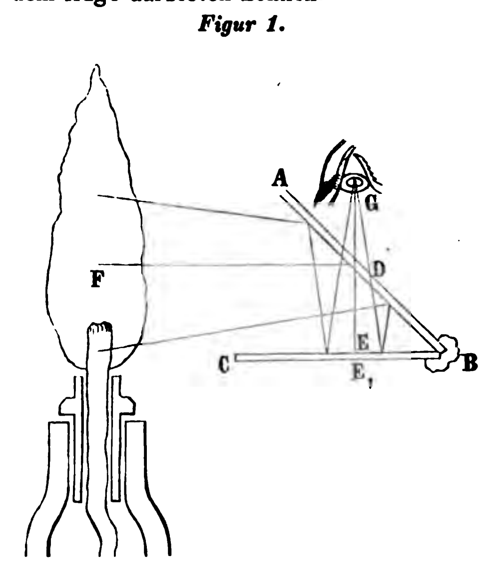
Ich beschrieb nun, wie man wenigstens dem Kreise sich nähernd deutlich Theile von Ellipsen sehen kann, wenn „man eine, hinter den „Kopf gestellte von der Lampe beleuchtete Papierfläche sich im „Glimmer spiegeln lässt." Die wirklichen ganzen Kreise zu sehen blieb damals ein unerfüllter Wunsch, auch nach der Zeit noch lange, wenn er auch immer von Zeit zu Zeit deutlicher in den Vordergrund trat.

---

[1]) Über die schwarzen und gelben Parallel-Linien am Glimmer. Sitzungsberichte d. kais. Akad. d. Wissensch. Mathem.-naturw. Classe, Bd. 2, S. 123.

Neue Gegenstände wirken oft ungemein anregend. Ich hatte eben kleine, zu einem anderen Zwecke bestimmte Glasplatten von Herrn Plössl erhalten. Analog der so sinnreichen Zusammenstellung des Nörrenberg'schen Polarisationsapparates, musste man die Reflexion senkrecht auf das Glimmerblatt fallender Strahlen wenn auch theilweise polarisirt dem Auge darbieten können.

Figur 1.



Ich klebte ein Glasplättchen *AB* Figur 1, mit Wachs *B* an eine Glimmertafel *B C* unter einen Winkel von etwa 45°. Ein Lichtstrahl von der Flamme *F* bei *D* durch das Glasplättchen unter 90° nach *E* geworfen, traf von dort reflectirt bei *G* das Auge. Der Strahl GEG_1 hat begreiflich gegenüber *GEG* einen um die Dicke $2EE_1$ längeren Weg zurückgelegt. Die Dicke $2EE_1$ ist der Gangunterschied δ der beiden Strahlen. Nach allen Seiten von diesem Mittelpunkte an gerechnet trifft die Gesichtslinie auf grössere Dicken der Platten, also auf grössere Gangunterschiede, die [1]) durch den Ausdruck $\delta = 2e \cos \theta$ dargestellt werden, wo θ der Brechungswinkel ist. Für die Maxima und Minima der Interferenz muss dieser Ausdruck dem Vielfachen einer halben Wellenlänge $n\frac{\lambda}{2}$ gleich sein, für jede Wellenlänge in der Luft; also für den Einfallswinkel φ und den Brechungs-Coëficienten μ ist $n\frac{\lambda}{2} = 2e\sqrt{(1 - \frac{1}{\mu^2} \sin \varphi^2)}$. Herr Grailich hat aus den zu drei unmittelbar nacheinander folgenden Interferenzlinien bei unbestimmten Stellungen gehörigen Ausdrücken eine Formel zur Bestimmung des Brechungs-Exponenten

---

[1]) Vergleiche Moigno, *Répertoire d'Optique moderne*, T. I, S. 214, und Grailich Untersuchungen über den ein- und zweiaxigen Glimmer, in den Sitzungsberichten d. kais. Akad. d. Wissensch. Bd. XII, S. 81.

entwickelt. Für den Fall der Messung vom Mittelpunkte aus, wo also der erste Einfallswinkel $= 0$ ist, also auch $sin\ \varphi_0 = 0$, vereinfacht sich der Ausdruck ein wenig auf:

$$\mu^2 = \frac{(4\ sin\ \varphi_1^2 - sin\ \varphi_2^2)^2}{8\,(2\ sin\ \varphi_1^2 - sin\ \varphi_2^2)^2},$$

wo φ_1 und φ_2 die aufeinanderfolgenden grössern Einfallswinkel bedeuten. Die auch von Herrn Grailich hervorgehobene Schwierigkeit genauer Beobachtungen, obwohl man es hier mit etwas grösseren Winkeldifferenzen zu thun hat, stehen doch auch hier einer Anwendung in der Praxis für Bestimmungen des Brechungs-Exponenten im Wege.

In der That erschien nun auf dem Bilde der Flamme der Spirituslampe ein deutlicher innerster vollständiger Ring, umgeben von einer grossen Anzahl anderer Ringe, und zwar die innersten viel breiter und in grösseren Zwischenräumen, als die nach aussen hin sich anschliessende Folge, wie dies auch nicht anders zu erwarten war, wo bei den letzten, der schon mehr schiefen Lage des Glimmerblattes wegen, sehr bald zu dem Gangunterschiede eine neue Wellenlänge zuwächst, während dies um so weniger eintritt, wenn bei nahe senkrechtem Lichteinfall auch der Dickenunterschied nahe senkrecht auf die Oberfläche des Glimmers genommen werden muss.

Sehr sonderbar erscheint folgende Art, die Ringe im reflectirten Lichte zu sehen. Auf die vorderen linke Ecke eines Tisches, vor dem man sitzt, lege man ein Blatt, zum Beispiele drei Zoll im Quadrat, mattschwarzes Papier und auf dasselbe ein dünnes Glimmerblatt von gleicher Grösse. Über die Mitte des letzteren, etwa einen Zoll entfernt kommt das linke Auge. Das Gesicht zunächst dem Auge wird durch eine in der linken Hand gehaltenen Spirituslampe beleuchtet, sonst ist alles dunkel. Man sieht, nun vom Glimmer gespiegelt, das Bild des Auges umgeben von dem wohlbekannten Bilde des eigenen Gesichtes, aber nach allen Richtungen von concentrischen regelmässig auf einander folgenden schwarzen Kreisen umgeben, deren Mittelpunkt eben der Mittelpunkt der gespiegelten Pupille ist. Man kann auch noch knapp vor das Auge ein Blatt Papier mit einem kleinen Loche halten, welches gegen das Auge zu schwarz, gegen den Glimmer zu weiss ist. Die Ringe erscheinen dann mehr zusammenhängend.

Der unmittelbare Gegensatz, die Beobachtung durch Transmission war nun leicht aufgesucht. Sie besitzt den allereinfachsten Charakter.

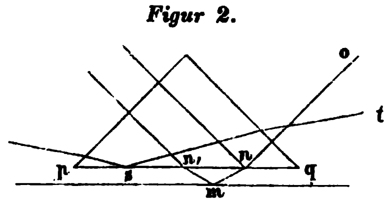
Man blickt durch ein Glimmerblatt nach einem Blatte weissen Papieres, welches durch das homogene Licht der Flamme einer Spirituslampe durch Reflexion beleuchtet ist oder auch dadurch, dass man hinter dasselbe eine Spirituslampe gestellt hat. Die Ringe sind den durch Reflexion hervorgebrachten complementär, hell, wo dort dunkel, dunkel, wo dort hell erscheint. Sie sind indessen viel weniger kräftig als jene, weil doch nur das wenig intensive, zweimal im Innern des Glimmerblattes reflectirte Licht mit dem hellen durchfallenden Lichtstrom interferirt.

Hier ist nun die Interferenz im Kreise beobachtet, genau wie bei den Newton'schen Ringen, wenn diese zwischen einer Linse und einer Tafel entstehen. Eben so wie bei den letzteren durch Anwendung von homogenem Licht äussere und äussere Ringe in grosser Anzahl sichtbar werden, aber immer feiner und näher an einander liegend, eben so auch bei dem Glimmerblatt. Da sich bei der Krümmung der Linse die Ebene und die Kugelfläche sehr bald so weit von einander entfernen, dass gar keine Interferenz mehr sichtbar wird, so ist man überhaupt nicht im Stande eine so grosse Anzahl der Ringe oder auf einander folgende Maxima und Minima von Interferenzen zu übersehen, als bei den zwischen vollkommen parallelen Flächen erscheinenden Abwechselungen am Glimmer. Um äussere und äussere Ringe zu sehen, muss man bei den Newton'schen Ringen nach allen Azimuthen von der Berührungsstelle fortschreiten; bei den Ringen am Glimmer ist die Richtung die, welche von dem Punkte ausgeht, in welchen ein Loth aus dem Auge die Glimmertafel trifft. Die Axe der Ringe steht dort wie hier senkrecht auf der bei den Versuchen vorhandenen Ebene, aber sie geht dort zugleich durch den Mittelpunkt der Kugel, von welcher die Linse einen Abschnitt vorstellt, und hier durch die Durchkreuzungsstelle der Strahlen im Auge. Allgemeiner ausgedrückt liegt dort die Axe der Ringe in derjenigen geraden Linie, in welcher die Radien der berührenden Kreise zusammenfallen. Hier gibt es keine berührenden Kreise, oder vielmehr die Radien der beiden einander gegenüberstehenden Kugeln sind beide unendlich, und sonach als besonderer Fall in dem früheren enthalten; die Axe der Ringe steht senkrecht auf der Platte; sie muss aber auch durch das Auge gehen, welches die Erscheinung der Ringe wahrnimmt. Man kann die eigentlichen Newton'schen Berührungsringe in ihren glänzenden Farben oder in den

Abwechselungen von hell und dunkel in homogenem Lichte in allen möglichen schiefen Richtungen betrachten, und durch geeignete Apparate projiciren, bei den Plattenringen des Glimmers sieht sie jedes Auge nur von der concaven Seite, eben so wie sie auch nur von dieser Seite ein zur Projection verwendeter Apparat darstellen kann. — Je näher man die Berührungsringe an das Auge bringt, um so mehr verschwimmen sie und werden undeutlich, weil sie wahre Gegenstände für das Auge sind, gänzlich unabhängig von demselben erzeugt; die Plattenringe werden um so schärfer, je mehr man die Platten dem Auge nähert, weil die Maxima und Minima der Interferenz um so bestimmter hervortreten, da man sie näher der Spitze des Kegels, also mehr in sich zusammengezogen sieht, und sie nicht durch äussere Unvollkommenheiten der Glimmerplatten gestört werden. In einzelnen Fällen treffen auch wohl die einen mit den andern zusammen, wenn nämlich sich das Auge selbst in der Axe der Berührungsringe befindet.

Es wird gewiss vortheilhaft sein, in den Nachweisungen der so zahlreichen und mannigfaltigen Interferenz-Erscheinungen diesen Unterschied sorgfältig festzuhalten, wenn auch die mathematische Theorie gänzlich gleich bleibt, und höchstens durch den Einfluss der einen Ringe auf die anderen etwas complicirter werden kann, wie bei den Erscheinungen der den Grenzwinkel der totalen Reflexion begleitenden Säume, welche Methode von Herschel[1]) zur Hervorbringung der Ringe zuerst angegeben worden ist, und später auch von Airy[2]) betrachtet wurde. Auch hier sieht man, wie von dem blauen Saume der totalen Reflexion bei *s* Figur 2, die innere Krümmung und die Ringe um desto lebhafter, je näher man sie dem Auge bringt. Aber man kann leicht auch durch mechanisches Andrücken die dem Beschauen zunächstliegenden Kante bei *q* so stark an die unter dem Prisma liegende Glasplatte nähern, dass in *q* ebenfalls ein Mittelpunkt von Farbenringen entsteht. Diese letzteren aber verschwinden, wenn man sie näher an das Auge bringt.

Figur 2.



[1]) J. F. W. Herschel. Vom Licht. Übersetzt von Schmidt. 1834. S. 430.
[2]) Mathematical tracts. Second edition. 1831. pag. 307.

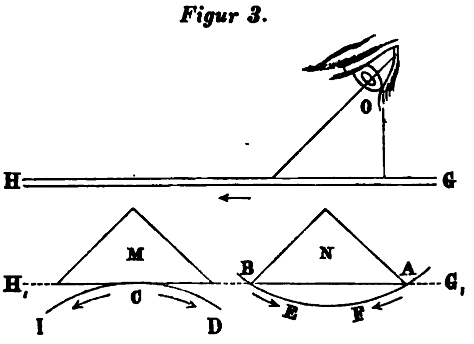
Es ist oft überraschend zu sehen, wie eine in der Quere liegende Ringlinie bei der Entfernung des deutlichsten Sehens den dem bei q liegenden Mittelpunkte angehörigen Charakter, also die Farbe der in der Scala der Ringe höheren Ordnung zunächst dem Beobachter besitzt, einem anderen Platz macht, der gerade den umgekehrten Charakter besitzt, also die Farbe der in der Scala aufsteigenden Ordnung entfernter zeigt, wenn man die Platte mit dem daraufliegenden Prisma dem Auge nähert, oder wenn ein ich möchte sagen farbiges Pfauenauge die Farbe der entfernteren Ringe nach Innen in demselben Falle nach und nach in eine Folge von farbigen Querlinien übergeht, deren in der Scala aufsteigende Ordnungen der Farben der Grenze der totalen Reflexion zugewendet ist. Aber die Veranlassungen zur allmählichen Verminderung des Gangunterschiedes der zur Interferenz kommenden Strahlen sind auch verschieden, bei beiden liegen sie zwar in der Verminderung der Distanz der beiden Ebenen, aber sie schreiten einerseits bei den zunächst an dem Grenzsaume anliegenden gegen diesen, andererseits bei den nächst dem Beobachter liegenden wieder gegen diesen Letzteren, also in entgegengesetzter Richtung vor. Man hat hier nebst Plattenringen auch von beiden Seiten Berührungsringe, und daher verschiedene Erscheinungen von den Plattenringen des Glimmers.

Dieser Unterschied ist bisher noch nicht hinlänglich hervorgehoben worden, wenn auch die eine wie die andere Art dünner Blättchen Gegenstand der Betrachtungen der Physiker war. Seit Boyle, Hooke und Newton sind in dieser Hinsicht zahlreiche wichtige Arbeiten unternommen und Darstellungen gegeben worden von Young und Fresnel, Biot und Arago, Sir David Brewster, Sir William und Sir John Herschel, Poisson, Airy, v. Wrede, Nobili, Radicke, Knochenhauer, Jerichau, von De la Prevostaye und Desains, von Fizeau und Foucault, von Wilde und Anderen wie man dies namentlich in den betreffenden Abschnitten von Moigno's *Répertoire d'optique moderne*, und neuerlich vortrefflich zusammengestellt in Hrn. E. Wilde's schöner Abhandlung über „Die Theorie der Farben dünner Blättchen" [1]) verzeichnet findet. Es würde wohl wenig nützlich sein,

[1]) Poggendorff's Annalen, 1851, Bd. 82, S. 18 und 188.

gerade die Stellen aufzusuchen oder bemerklich zu machen, wo die Verschiedenheit der Berührungsringe und der Plattenringe nicht hinlänglich beachtet wurde, vielmehr möchte ich suchen das wirklich Charakteristische in dem Einflusse dieser beiden Arten von Interferenzringen darzustellen. Es seien *M* und *N* zwei Prismen, auf Unterlagen, von welchen *I C D* ein wenig convex, *B E A* ein wenig concav angenommen werden. Das Auge des Beobachters sei in *O*; *G H* stellt die Lage der Luftplatte G_1H_1 vor, der sich die Räume zwischen den Prismen und den Unterlagen nähern, wenn letztere selbst immer mher den Charakter vollkommen ebener Flächen annehmen.

Figur 3.



Berührungsringe entstehen im Punkte *C* des Prismas *M* mit der Richtung in den Ordnungen der Ringe durch Pfeile angedeutet, von Innen nach Aussen, von *C* nach *D* und von *C* nach *I*. Bei dem Prisma *N* entstehen sie zu beiden Seiten, und zwar mit den Richtungen der Ordnungen der Ringe von Innen nach Aussen, von *B* nach *E* und von *A* nach *F*. Für möglicherweise entstehende Plattenringe ist die Richtung der Ordnungen von Innen nach Aussen von *G* nach *H*.

Die Richtung der Ordnungen der Ringe stimmt überein für die Plattenringe und für die Abschnitte von *C* nach *I* des Prismas *M* und von *A* nach *F* des Prismas *N*. Eine gemeinschaftliche Wirkung der einen auf die anderen kann nur einen schnelleren Eintritt der Vergrösserung des Gangunterschiedes der beiden Strahlen hervorbringen, also den Verlauf der möglichen Interferenzen beschleunigen, die Ringe werden schneller auf einander folgen, und daher bald aufhören unterscheidbar zu sein. Anders ist es bei der Einwirkung der Plattenringe mit der Richtungen der Ordnungen von *G* nach *H* auf die Berührungsringe mit den in entgegengesetzter Richtung liegenden Ordnungen der Ringe von *C* nach *D* oder *B* nach *E*. Jenseits *C* gegen *I* tritt bereits totale Reflexion ein, jenseits *B* ebenfalls. Während aber für Berührungsringe diesseits *C*, von *C* nach *D*, oder

diesseits *B*, von *B* nach *E* bei den auf einander folgenden Ringen der Gangunterschied um eine Wellenlänge wächst, nimmt derselbe für Plattenringe in eben derselben Richtung um die gleiche Grösse von einer Wellenlänge ab, weil er in der entgegengesetzten Richtung um diese Grösse mehr beträgt. Ist also der Gangunterschied der zwei gleichzeitig in das Auge gelangenden Strahlen für einen bestimmten Punkt ausgedrückt durch n (n gleich zwei halben Wellenlängen für reflectirte dunkle Ringe oder Minima), so wird er für die nächst vorhergehenden und nachfolgenden und zwar in der Richtung von *G* nach *H* und von *B* nach *E* oder von *D* nach *C*

für die Plattenringe $= \ldots\ldots n-2,\ n,\ n+2, \ldots$
für die Berührungsringe $= \ldots n+2,\ n,\ n-2, \ldots$

das heisst, es wird im Ganzen die Folge der Gangunterschiede heissen $\ldots n, n, n, \ldots$ oder es werden hinter einander ganz gleiche Erscheinungen anstatt einer Aufeinanderfolgende der Maxima und Minima das Auge treffen.

Es wird also ein Knotenpunkt eintreten, an welchem ein einzelner quer vorliegender Ring oder Interferenzstreifen entsteht, breiter als die diesseits und jenseits auf denselben folgenden, welche entstehen müssen, weil doch zu beiden Seiten der entgegengesetzte Verlauf der Beschleunigungen mehr und mehr ungleich ist, und daher bald die reine Wirkung der einen Richtung vorwaltet, und welche zusammen und mit jenem mittleren Streifen das ganze System regelmässiger Interferenzstreifen darstellt. Sie sind in der That besonders bei der homogenen Beleuchtung durch die sich in der Unterlage spiegelnde Flamme der Spiritusflamme mit gesalzenem Dochte sehr leicht wahrzunehmen, und durch ihre feste Lage parallel der Linie des Grenzwinkels, wenn man das Prisma mit der Unterlage dem Auge nähert, von den Interferenzstreifen der Berührungsringe zu unterscheiden, die oft in allen unregelmässigen Richtungen in der gewöhnlichen Entfernung des deutlichsten Sehens erscheinen, aber bei grösserer Annäherung des Auges verschwinden, gerade wenn die anderen ihre grösste Deutlichkeit und bestimmte Lage erhalten. Die Lage der Interferenzstreifen parallel der Curve des Grenzwinkels totaler Reflexion beweist aber gewiss die Richtigkeit der Deutung, weil auch diese selbst das Loth aus dem Auge auf die reflectirende Fläche zur Axe hat. Die Farben sind nur zunächst der Grenze

überdies durch den Einfluss der noch der Reflexion unterliegenden am stärksten brechbaren Strahlen modificirt.

Den Berührungsringen gehören die von Herrn Talbot beschriebenen Ringe an dünngeblasenen Glaskugeln an. Die Axen der Ringe stehen senkrecht auf den berührenden Kreisen der inneren concaven und äusseren convexen krummen Flächen. Bei den, von mehreren Physikern gegebenen Erklärungen, die in meiner früheren Mittheilung erwähnt sind, wird vorausgesetzt, dass die Ringe überall desto häufiger werden, je schneller sich die Dicke der sie erzeugenden Schicht ändert, während beim Glimmer eben der absolute Krystallisations-Parallelismus es ist, auf dem sie beruhen, und sie entstehen nur darum näher an einander, weil die Platten dicker werden, und weil begreiflich, je dicker die Platte ist, um so kleiner eine Wellenlänge im Vergleiche zu dem ganzen innerhalb derselben zurückzulegenden Wege erscheint. Sir David Brewster hat berechnet, dass bei $^1/_{1000}$ Zoll Dicke im Glase schon der 89. Ring erscheinen würde. Nimmt man der nahe gleichen Brechungs-Exponenten wegen dasselbe Verhältniss für den Glimmer an, so sind alle Ringe, die man noch jenseits oder ausserhalb den Mittelpunkt umgebend sieht, noch entferntere Ordnungen derselben.

Der so vollständigen Übereinstimmung der Ziffer 89 wegen scheint es, dass Sir David Brewster bei dieser Berechnung einfach von der Newton'schen Angabe ausging, dass „die Dicke der Luft an dem dunkelsten Theile des von den lothrechten Strahlen gebildeten ersten dunklen Ringes $^1/_{89000}$ Zoll betrage“ [1]). Allerdings soll auch jene Berechnung nur ein sehr allgemeines Bild der grossen Zahl sein, welche die Ordnung der Ringe in ihrer Folge vom Mittelpunkt an gerechnet anzeigt, indessen gilt sie doch eigentlich für Luft und es liesse sich, durch die Beachtung des Brechungsverhältnisses = 1·5 für Glas angenommen, die einem der Ringe angehörige Zahl selbst auf 133 bis 134 schätzen. Bei Messungen von Parallel-Linien durch Reflexion von Glimmerplatten unter einem Einfallswinkel von ungefähr 45°, wo also die Einfallslinie und die Gesichtslinie ungefähr einen rechten Winkel mit einander einschlossen, fand ich

---

[1]) Populäres vollständiges Handbuch der Optik. Übersetzt von Dr. J. Hartmann. 1, S. 92.

in drei Fällen bei einem Gesichtswinkel von respective 3°, 2° 4′ und 0° 30′, die Anzahl der gleichartigen Maxima oder Minima 5, 8 und 5. Es kommt also je ein Ring auf respective 0° 36′, 0° 16′ und 0° 6′.

Nähme man gleiche Winkeldistanzen von dieser Neigung von 45° bis zur senkrechten an, so folgte die Anzahl der Ringe in derselben Ordnung für die drei Glimmerplatten = 75, 174, 450. Bei der Neigung von 45° verhält sich indessen die Breite der Ringe senkrecht auf die Gesichtslinie zu ihrer Projection auf der reflectirenden Fläche = $1 : \sqrt{2}$. Diese Betrachtung, auf die ganze Fläche ausgedehnt, würde die Anzahl der Ringe auf 53, 119, 318 reduciren. Auch dies gibt eigentlich keine annähernde Genauigkeit, weil bekanntlich die Breite der Ringe gegen den Mittelpunkt derselben zu fortwährend zunimmt, aber es genügt doch um eine Idee von der grossen Anzahl derselben zu geben, welche man übersehen kann. In dem von Hrn. Jerichau beschriebenen Gyreidoskop konnte derselbe im homogenen Lichte zwischen einer Linse und einer Glasplatte mit blossem Auge sehr leicht bis zweihundert auf einander folgende Berührungsringe zählen [1]), von dem wahren ersten Ringe beginnend. Die oben angeführten Zahlen erscheinen bei den Plattenringen noch viel ansehnlicher, wenn man aus der Dicke der Platte berechnet, der wievielte Ring ungefähr der innerste bei den oben angeführten drei Glimmerplatten ist. Sie fand sich durch das Sphärometer in derselben Folge = 0·089, 0·203 und 0·470 Millimeter oder 3·509, 8 und 18·523 Tausendtel Zolle.

Entsprechend der obigen Brewster'schen Schätzung würden die innersten Ringe der 313., der 712. und der 1648. sein;

denn wenn	$^1/_{89000}$ = 0·0000112359	für den	1. Ring,
und	0·001	„ „	89. „
so ist	0·003509	„ „	312. „
	0·008	„ „	712. „
und	0·018523	„ „	1648. „

Man hätte also im Ganzen 365, 831 und 1966 Ringe übersehen, oder wenigstens diejenigen Ringe, welche durch diese Zahlen angezeigt werden, und darüber noch eine grosse Anzahl mehr, welche ausserhalb des Feldes liegen, das in den Bereich der Schätzung kam.

---

[1]) Moigno, *Répertoire d'Optique moderne*, T. IV, p. 1843. — Poggendorff's Annalen, Bd. 54, S, 109 und S. 139.

Wenn dies, wie Herschel bemerkt, einerseits den hohen Grad von Homogeneität des zur Untersuchung angewendeten Lichtes schon bei dem 89. Ringe beweist[1]), so ist andererseits gewiss noch um Vieles mehr die hohe Regelmässigkeit der Bildung in den Glimmerplatten zu bewundern, und der so vollkommene Parallelismus der beiden Flächen, auf welchen diese zarte Erscheinung beruht, und die selbst bei den feinsten Linien doch in allen Azimuthen und Neigungen wahrnehmbar bleibt.

Die oben erwähnten Messungen mit dem Sphärometer verdanke ich Herrn Regierungsrath v. Ettingshausen. Sie wurden mit grosser Sorgfalt angestellt, aber die Glimmerplatten selbst liessen doch in Bezug auf Vollkommenheit Manches zu wünschen übrig. Namentlich die dickste derselben war an den Rändern etwas aufgeblättert; indessen konnte dieser Umstand doch keinen Einfluss auf die Genauigkeit des Ergebnisses haben, weil die Platte selbst etwas Weniges concav-convex war, so dass man die convexe Seite auf die Fläche des Instruments legen und den Stift gegen die obere concave Seite führen konnte.

Bekanntlich zeigen ganz dünne Glimmerblättchen, an den Rändern, wo man sie zerreisst, die glänzenden Farben der in der Scala der Ringe dem Mittelpunkte sehr nahe stehenden Ordnungen. Auch diese beruhen natürlich blos auf der grossen Dünne, bei vollkommenem Parallelismus, und sie besitzen ganz den Charakter der Plattenringe, nicht aber den der Berührungsringe. Wo die Blättchen verschiedene Dicken haben, schneiden sie scharf von einander ab, und gehen niemals in einander über, wie dies geschehen müsste, wenn die beiden Flächen nicht vollständig einander parallel wären. Dagegen steigt die Farbe jedes Blättchens in jedem Azimuth betrachtet in der Scala der Ringe, inneren Ringen angehörig, je kleiner der Einfallswinkel ist, und fällt dagegen in dieser Scala und zeigt die Farben folgender äusseren Ringe, wenn man es unter grossen Einfallswinkeln gegen die sich spiegelnde Lichtquelle hält.

Plattenringe sind es auch, welche man an den dünnen, parallel den Rhomboëderflächen $\frac{1}{2}$ *R'* zwillingsartig im Kalkspath eingewachsenen Krystallplatten sieht, denn auch sie sind von vollkommen parallelen Flächen begrenzt, und von Berührungsringen kann daher

[1]) Vom Licht. Übersetzt von J. C. E. Schmidt. S. 348.

nicht die Rede sein. Wohl aber geben sie selbst Veranlassung zu mannigfaltigen Farbenerscheinungen. Hält man diejenige Endkante, parallel welcher die Zwillingsplatte, wenn sie zu oberst läge, als Abstumpfung erscheinen würde, quer und nahe vor das Auge, so erscheinen deutlich in einem gespiegelten Bilde der Spiritusflamme die zahlreichen Abwechslungen der dunkeln und hellen Ringe, und zwar um so feiner und zahlreicher, in je schieferen Richtungen man sie betrachtet, entfernter von einander, wenn es gelingt, die zurückgeworfenen Bilder unter kleineren Einfallswinkeln zu sehen, oder durch Transmission, wenn man durch eine einzige solche Zwillingsplatte hindurch die Spiritusflamme betrachtet. Sehr deutlich sieht man dann die Abhängigkeit der grösseren oder geringeren Breite der Ringe und Abstände derselben unter einander von der Stellung der Platte in Beziehung auf ein aus dem Auge auf dieselbe gefälltes Perpendikel, vorzüglich in den zwei, das Hauptbilderpaar begleitenden Nebenbildern. Die Farbentöne, mit welchen diese im weissen Lichte erscheinen, hängen ebenfalls je nach der Dicke von Plattenringen ab, während die Anzahl der Bilder unabhängig von der Färbung auf dem Einflusse der doppelten Strahlenbrechung selbst beruht. Wahre Berührungsringe erscheinen übrigens am Kalkspath wie am Glimmer sehr häufig in den bekannten irisirenden Sprüngen, von welchen sie so oft durchsetzt sind.

Noch möge auch hier wieder der schönen Wrede'schen Erfahrungen gedacht werden, die gleichfalls in meiner früheren Mittheilung erwähnt wurden. Hier wie dort stehen die schwarzen Linien senkrecht auf der Einfallsebene, aber die Erscheinung ist bei dem Freiherrn v. Wrede sehr viel complicirter. Das Bild einer Kerzenflamme wird von der äusseren und inneren Fläche eines Glimmerblattes reflectirt und durch ein Prisma vermittelst eines Fernrohrs analysirt. Man hat also hier nicht eine breite gleichförmig beleuchtete Fläche, sondern einen beleuchteten Mittelpunkt, der also zu beiden Seiten, wie bei den Farben dicker Platten, Anlass zu Interferenzen gibt. Ferner ist dieser Mittelpunkt nicht auf einen wirklichen Punkt oder gegenüber dem Cylinder auf eine der Axe des letzteren parallele Linie beschränkt, sondern er hat doch eine gewisse Breite, und es erscheinen auf dem Glimmer-Cylinder eine unendliche Menge von Lichtlinien neben einander, die unter sehr kleinen Winkeln, die sie mit einander einschliessen, von dem Fern-

rohre und der Pupille aufgenommen werden. Jeder derselben ist in der weitern oscillirenden Fortpflanzung ein Interferenzmittelpunkt in Beziehung auf die äussere und innere Fläche des Glimmers. Die von dem Glimmer-Cylinder reflectirte scheinbar einfache weisse Lichtlinie wird durch das Prisma zerlegt, eigentlich sämmtliche neben einander liegende, jedes nach seinem Winkel, also sind für alle diese Lichtlinien gleichzeitig die Wirkungen der Farben von allen Undulationslängen vorhanden, und zwar von einander nach Massgabe der Brechbarkeit gesondert. Ferner wird eben durch die Krümmung die Folge der Interferenzen nach jener Richtung zu beschleuniget, welche mehr der Richtung der Sehe-Axe entlang zu gebogen ist, während sie nach jener Richtung zu zurückgehalten wird, welche sich mehr der Richtung senkrecht auf die Sehe-Linie zuwendet. Man kann sie also nicht zu den oben beschriebenen einfachen Plattenringen rechnen, während sie allerdings aus einem weiteren Gesichtspunkte betrachtet, selbst innerhalb der Interferenzringe, überhaupt dadurch mit denselben übereinstimmen, dass die Interferenz durch zwei parallele Flächen bedingt wird.

Von der Lage der Einfallsebene ganz unabhängig sind endlich die Absorptionsstreifen bei den prismatischen Zerlegungen der Interferenzfarben im durchfallenden Lichte, wie sie die Herren Erman[1]) und Müller[2]) zu dem Gegenstande so wichtiger Forschungen machten, indem sie in allen Azimuthal-Lagen des zerlegenden Prismas sichtbar werden. Diesen Erscheinungen im durchfallenden Lichte analog zeigen sich die schönsten schwarzen Linien in einem prismatischen Spectrum, dessen Lichtquelle von einem dünnen Glimmerblättchen durch Reflexion gewonnen ist. Dies sind eben die Erscheinungen, welche Freiherr v. Wrede, und die, welche die Herren Fizeau und Foucault mit so grossem Erfolge untersucht haben. Je dünner das Blättchen, desto breiter die Streifen; in sehr geringer Anzahl erscheinen sie, wenn das Blättchen schon im gewöhnlichen Lichte die Interferenzfarben zeigt, aber auch, wenn man ganz weisse Blättchen untersucht, sind sie, wenn auch in einer grösserer Anzahl, sehr deutlich zu sehen, auch wenn man ohne

---

1) Poggendorff's Annalen, Bd. 63, S. 534. — Moigno, *Répertoire*, Vol. 2, p. 440.
2) Poggendorff's Annalen, Bd. 69, S. 98 und Bd. 71, S. 91. — Moigno, *Répertoire*, Vol. 2, pag. 1247.

weitere Vorbereitung das Spiegelbild einer Kerzenflamme von einem sehr dünnen Glimmerblättchen reflectirt, einfach durch ein Prisma betrachtet.

Es wäre gewiss jetzt an der Zeit, alle diese mannigfaltigen und noch so viele andere Interferenz-Erscheinungen in Classen geordnet nach ihrer doch wieder so abweichenden Natur in einem grossen Bilde zusammenzufassen.

Bei einer anderen Veranlassung [1]) sagte erst kürzlich ein grosser Physiker, Herr Professor Stokes: „In der That kenne ich kein Interferenz-Phänomen, das auf einer breiten Lichtfläche, wie die des Himmels ist, beruht; es ist immer erforderlich, die einfallenden Strahlen zu begrenzen, indem sie etwa durch ein Loch oder einen Spalt gehen, oder indem man sich des Sonnenbildes einer Linse mit kurzer Brennweite bedient.“ Bei der beschriebenen Erscheinung am Glimmer wird dieser Bedingung allerdings entsprochen und sie verdient daher gewiss die grösste Aufmerksamkeit. Es liegt in der That nichts als eine breite Lichtfläche vor, die ganze Spiritusflamme nebst dem von derselben beleuchteten Blatt Papier. Dennoch ist die Interferenz augenscheinlich und ihr Mittelpunkt ist, wie es Herr Regierungsrath v. Ettingshausen zuerst ausgesprochen, der dem Durchkreuzungspunkt der Lichtstrahlen im Auge nächste Punkt des Glimmerblattes; er ist es unabhängig von der Gestalt oder Lage der Krystall-Linse, unabhängig selbst von einer Begrenzung durch die Pupille, ausser in soferne als überhaupt eine Lichtöffnung zum Sehen nothwendig ist.

Die Plattenringe am Glimmer bilden also eine Classe von Interferenz-Erscheinungen für sich, die einfachste, die es geben kann, wie ich dies in den vorhergehenden Zeilen mit hinreichender Evidenz nachgewiesen zu haben glaube.

---

[1]) Über das optische Schachbrettmuster. Sitzungsberichte d. kais. Akad. d. Wissensch. 1854, Bd. 12, S. 671.

Vorträge.

Kurzer Bericht über die Osteologie des Chlamydophorus truncatus.

Von dem w. M., Prof. Dr. Hyrtl.

(Auszug aus einer für die Denkschriften bestimmten Abhandlung.)

Ich überreiche hiermit den ersten Theil einer vergleichend-anatomischen Abhandlung, betitelt *Chlamydophori truncati cum Dasypode gymnuro comparatum examen anatomicum, cum* VI Tab.

Dieser Theil enthält die Zoologie, Osteologie und Myologie des genannten Thieres. Die übrigen Systeme bilden den Inhalt des zweiten, demnächst vorzulegenden Theiles, dessen Tafeln noch nicht vollendet sind.

Mit Übergehung des zoologischen Details, für welches ich auf die Abhandlung selbst hinweise, fasse ich die osteologischen Eigenthümlichkeiten in Kürze zusammen, durch welche sich *Chlamydophorus* von dem verwandten *Dasypus gymnurus* unterscheidet.

Diese sind folgende:

a. Wirbelsäule.

1. In der ganzen Länge der Wirbelsäule fehlen die *Ligamenta intervertebralia,* und die Wirbel werden durch wahre Gelenke verbunden, indem an der hinteren Fläche jedes vorhergehenden Wirbels eine sphärisch-concave Gelenkfläche zur Aufnahme einer congruenten Convexität an der vorderen Fläche jedes nächst folgenden Wirbels vorkommt.

Am fünften, sechsten und siebenten Halswirbel, welche einfache Ringe (ohne Vorhandensein eines Körpers) darstellen, werden diese Gelenke doppelt.

2. Von den sieben Halswirbeln sind der zweite bis vierte verwachsen (schon an dem jungen Exemplare).

Neue Gelenke an den Halswirbeln sind: *a)* zwischen dem oberen Bogen des Atlas und Epistropheus; *b)* zwischen der Spitze des *Processus odontoideus* und vorderer Peripherie des grossen Hinterhauptloches; *c)* zwischen den einzelnen *Processus transversi,* mit Ausnahme des Atlas.

Der Querfortsatz des Atlas besitzt zwei Canäle. Der eine dient zum Verlauf der *Arteria vertebralis*, der andere stellt das *Foramen intervertebrale primum* dar, welches auch am zweiten und dritten Halswirbel nur den genannten einzelnen Wirbeln angehört, bei den übrigen Halswirbeln aber durch den Zusammentritt je zweier gebildet wird. Übrigens gibt es *Foramina intervertebralia superiora et inferiora,* da jeder der beiden Hauptzweige eines *Nervus cervicalis* durch ein besonderes Loch austritt. Das *Foramen intervertebrale superius* liegt zwischen den *Processus articulares anteriores* und *transversi.*

3. Die Zahl der Brustwirbel beträgt eilf, jene der Lendenwirbel nur drei.

Die Querfortsätze der Brustwirbel sind mit Höckern (*Processus mammillares* Retzius) besetzt, welche vom achten Brustwirbel an sehr an Länge zunehmen, und an den Lendenwirbeln länger als die übrigen Fortsätze dieser Wirbel werden. Sie finden sich auch bei den Gürtelthieren; — sind jedoch nicht als *Processus accessorii* (Stannius), sondern richtiger als *Processus mammillares* zu deuten.

4. An den Lendenwirbeln werden die Querfortsätze sehr kurz, und bilden nur eine unbedeutende Zugabe der mächtigen *Processus accessorii* (Retzius). Letztere gehen vom hinteren Rande der Wirbelbogen (an den Lenden- und hintersten Brustwirbeln) aus, und schieben sich zwischen den *Processus mammillaris* und *transversus* (besser *costarius*) des folgenden Wirbels ein, mit welchen Fortsätzen sie durch wahre Gelenke verbunden werden. Sie kommen auch bei den Gürtelthieren vor.

5. Von den vierzehn Schwanzwirbeln haben nur die vorderen zehn wahre Bogen. Die *Processus articulares* werden schon am vierten Schwanzwirbel so kurz, dass sie die entgegenstehenden nicht mehr erreichen. Die Querfortsätze sind an den drei vorderen Schwanzwirbeln gut entwickelt, vom vierten bis zum achten fehlen sie, und an den folgenden werden sie wieder so stark und breit, dass sie dem Schwanzende die Form einer Spatel verschaffen. Untere Bogenschenkel kommen an allen Schwanzwirbeln, mit Ausnahme des letzten, vor.

b. Kopf.

Der Kopf zeichnet sich vor jenem der Gürtelthiere durch die Dünnheit der Hirnschalknochen, und durch das selbst an einem

jüngeren Exemplare zu beobachtende frühzeitige Verschwinden der Näthe aus. Die keilförmige Form des Kopfes ähnelt mehr jener des *Chrysochloris*, als der Dasypoden.

Die stark hervorragenden *Tubera frontalia* sind hohl, zellig, und mit der Nasenhöhle in offener Verbindung. Stirn-, Scheitel- und Hinterhauptbein besitzen dieselben Löcher und Canäle, welche der Verfasser bei den Gürtelthieren, als zum Verlaufe der *Arteria diploëtica magna* dienend, schon früher beschrieb.

Die Condyli des Hinterhauptbeines sind bedeutend länger als breit, und vermitteln eine sehr umfangreiche Beuge- und Streckbewegung des Kopfes.

In der Mitte der vorderen Peripherie des Hinterhauptloches kommt eine kleine Gelenkfläche vor, die einer entsprechenden am Zahnfortsatze des Epistropheus zugekehrt ist.

Die Schläfebeine sind durch den langen, röhrenförmigen, nach vor- und aufwärts in die Nähe der Augenliedspalte gerichteten *Meatus auditorius externus* ausgezeichnet.

Er besteht aus zwei an einander gestückelten Röhren, an deren zweite sich noch ein kleiner, schmaler, knöcherner Ring anfügt. Das Keilbein ohne Sattel und ohne kleine Flügel, mit den gewöhnlichen Löchern. Das Siebbein bildet mit seiner *Lamina cribrosa* mehr als ein Drittel der Schädelbasis.

Die Knochen des Gesichtes bedeutend stärker als jene der Hirnschale. Die Form derselben und ihre Bezahnung (in beiden Kiefern achtZähne auf jeder Seite) mit *Dasypus gymnurus* übereinstimmend. Die Zähne sind so tief eingekeilt, dass die Aussenseite des Oberkiefers und Unterkiefers, an letzterem selbst der untere Rand, durch die tief herabreichenden Wurzeln der Zähne höckerig vorgetrieben erscheint. Der *Processus condyloideus* etwas länger als der *Processus coronoideus*. Der Gelenkskopf des Unterkiefers von vorn nach hinten (mehr noch von aussen nach innen) concav. Die Gelenkfläche des Schläfebeines in derselben Richtung convex. Der Zwischenknorpel des Kiefergelenkes fehlt.

Das Zungenbein genau wie bei den Gürtelthieren.

c. Brustkorb.

Das Brustbein besteht aus einem sehr breiten Manubrium, einem in vier Stücke getheilten Körper, und einem Schwertfortsatze.

Alle Bestandtheile sind durch Gelenke (nicht durch Symphysen) beweglich verbunden. Der Schwertfortsatz articulirt nicht mit dem letzten Stücke des Körpers, sondern mit den bis zur Berührung zusammenstossenden sechsten Sternalrippen.

Von den eilf Rippenpaaren gehen nur die sechs vorderen eine Gelenkverbindung mit dem Brustbeine ein. *Ossa suprasternalia* fehlen, wenn man nicht zwei kleine Höcker am Manubrium dafür ansehen will.

Jede Rippe (mit Ausnahme der ersten) hat, statt des Knorpels ein knöchernes Ergänzungsstück, wie bei den Vögeln (Sternalrippe). An der eilften bleibt es knorpelig. Beide Rippensegmente articuliren durch Gelenke.

d. Becken.

Das Becken ist am abweichendsten gebildet. Es ist nicht geschlossen. Die Schamfuge klafft fingerbreit, und wird durch einen nach vorne stark convex gebogenen Bandstreifen eingenommen, an welchem die *Recti abdominis* sich befestigen.

Die Synostose der Kreuzwirbel lässt ihre Zahl nur aus der Zahl der *Foramina sacralia inferiora* entnehmen. Sie scheint zehn zu sein. Die drei vorderen verwachsen mit den *Ossibus ilei*, die vier hintersten mit den Sitzbeinen; die mittleren bilden den inneren Rand des Hüftloches, welches, wie bei den Gürtelthieren, ringsum von Knochenmasse umschlossen wird.

Das Interessanteste am Becken ist eine breite, starke, grosse knöcherne Platte, welche mit dem Hintertheile des Beckens durch fünf feste Stützen unbeweglich zusammenhängt, und *Sphaeroma ischii* benannt wurde.

Sie bildet die Grundlage des hinteren abgestutzten Körperendes. Ihre hintere Fläche ist convex, ihre vordere concav; ihr oberer Rand bildet einen Halbkreis, ihr unterer besteht aus zwei nach abwärts convergirenden geraden Segmenten, an deren Begegnungsstelle eine tiefe Incisur den Schweif hervortreten lässt. Sie besteht aus zwei Lamellen. Die vordere ist porös, schwammig; die hintere ist elfenbeinartig derb, spröde wie die *Lamina vitrea* der Schädelknochen, wachsglänzend, und mit einem, dem oberen Rande der Platte parallelen doppelten Kranze zierlicher, wie Schiessscharten aussehender Öffnungen durchbrochen. Ein dritter Kranz besitzt nur

wenige Spaltenöffnungen. Ein vierter nur oberflächliche Furchen, von welchen an, bis zum unteren Rande herab, die hintere Fläche des Sphäroma glatt erscheint. Die Öffnungen führen in eine schwammige Diploë zwischen beiden Lamellen.

Die fünf Stützen dieses sonderbaren Skelettheiles sind:

α. zwei untere, breite, ungemein feste, welche von jener Stelle des Beckens ausgehen, die gewöhnlich von den Sitzknorren eingenommen wird,

β. zwei mittlere, anfangs breite, dann säulenförmig rundliche, die über den früheren von der Gegend der Sitzknorren ausgehen, und endlich

γ. eine obere, unpaare, mediane, plattenförmige Knochenwand, welche als Verlängerung der *Crista sacralis media* anzusehen ist.

An dem in London befindlichen Exemplare des Skeletes von *Chlamydophorus* fehlt das *Sphaeroma ischii* sammt seinen Stützen, welche beim Ausbalgen des Thieres abgekneipt wurden.

Unserer Ansicht nach ist das *Sphaeroma ischii* ein riesiger, durch verwachsene Seitenhälften entstandener, einfacher Sitzknorren. Als solcher hat er auch zu den Muskeln des Unterschenkels die gewöhnliche Beziehung eines *Tuber ischii*.

Indem die zwei mittleren Stützen des Sphäroma durch eine Querwand, welche über das Kreuzbein weglauft, und die bis zum Sphäroma sich erhebende *Crista sacralis media* rechtwinkelig kreuzt, verbunden werden, entstehen vier *Canales suprasacrales*, von welchen die beiden unteren viel geräumiger als die oberen sind. Sie dienen sämmtlich zum Verlauf der Rücken- und Schwanzmuskeln.

e. Vordere Extremität.

1. Das Schlüsselbein schwach, platt, nach unten gebogen, und mit dem Brustbeine nicht durch ein Gelenk, sondern durch ein Band verbunden.

2. Das Schulterblatt gross, dreieckig (wie bei *Dasypus*), an seiner äusseren Fläche mit einer doppelten Spina versehen, von welchen sich die vordere in ein mächtiges, hakenförmiges Akromion verlängert, welches sich nicht blos über den Kopf des Oberarms, sondern auch über das *Tuberculum majus* hinüber krümmt, und mit letzterem sogar durch eine Synovialkapsel verbunden wird.

3. Der Oberarm besitzt, wie bei den Gürtelthieren, einen *Canalis supracondyloideus*. Auch werden *Tuberculum majus et minus* durch eine knöcherne Querbrücke verbunden, wodurch der *Sulcus intertubercularis* zu einem Canal wird, durch welchen der lange Kopf des Biceps verlauft.

4. Von den Vorderarmknochen besitzt die Ulna ein so langes Olekranon, dass das Ellbogengelenk auf die Mitte der Ulna fällt. Der Radius, viel schwächer als die Ulna, besitzt nur sehr wenig Drehbarkeit.

5. Es finden sich acht Handwurzelknochen in zwei Reihen, zu vier, gelagert. In der ersten Reihe ist das Erbsenbein das grösste. Das dreieckige (*triquetrum s. pyramidale*) ist nur vom Rücken der Handwurzel sichtbar. In der zweiten Reihe ist das *Multangulum majus* und *minus* so klein, dass die zweite Reihe nicht für alle fünf Mittelhandknochen Platz gewährt, und der fünfte Metacarpus, welcher jenseits des *Os hamatum* liegt, vom *Os triquetrum* der ersten Reihe (und zum Theil von dem untern Ende der Ulna) getragen wird.

6. Die Metacarpi des Daumens und Zeigefingers ansehnlich schwächer als die übrigen. Ihre Phalangenzahl normal. Der starke Mittelfinger hat nur zwei Phalanges, indem die erste mit dem Metacarpus verschmolzen ist. Der vierte und fünfte Finger (die stärksten von allen) besitzen nur eine Phalanx. Der Daumen besitzt am ersten und zweiten Gelenk, die übrigen Finger nur am Nagelgliedgelenk, eine stattliche knöcherne Trochlea.

7. Aussergewöhnliche Knöchelchen finden sich:

α. zwischen dem dritten und vierten Metacarpus und dem Kopfbein (sehr klein und nur am Rücken der Hand sichtbar), und

β. an der Aussenseite des Nagelgliedgelenkes des kleinen Fingers.

8. Ein ungeheurer Sesamknochen des *Flexor digitorum communis* gleitet auf der Volarseite der Handwurzelknochen.

f. Hintere Extremität.

Der Oberschenkel, wie bei den Gürtlern, mit drei Trochanteren besetzt. Die Unterschenkelknochen verwachsen unterhalb der Mitte ihrer Länge zu einem einfachen Knochen, welcher durch einen Canal von hinten nach vorn und unten durchbohrt wird, durch welchen die *Arteria tibialis postica* geht, um zur *antica* zu werden. Kniescheibe lang und schmal.

Die sieben Fusswurzelknochen zeigen die gewöhnliche Verbindungsweise. Auffallend ist das Fersenbein. Es besitzt am inneren Rande seines flachen Körpers einen weiten Canal, durch welchen höchst merkwürdiger Weise die Achillessehne in den Plattfuss verlauft, um sich in die Beugesehnen der Zehen zu spalten.

Das *Os naviculare* trägt an seinem inneren Rande einen überzähligen, breiten, flachen, dreieckigen Knochen, an dessen scharfen inneren Rand ein Knorpelsaum, wie eine Schneide, angefügt ist. Metatarsus und Digiti ohne Anomalien. — Die *Articulationes metacarpo-phalangeae* und die letzten *Articulationes interphalangeae* besitzen knöcherne Rollen an den Beugeseiten.

Die Darstellung der orographischen Verhältnisse in Übersichtskarten und Reliefs.

Von **Valentin Streffleur,**

k. k. Ministerial-Secretär.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 2. November 1854.)

Am Schlusse einer im Jahre 1853 herausgegebenen Broschüre „Das Landkartenwesen in Österreich" [1]) habe ich das Versprechen gegeben, ein andermal die Art und Weise zu bezeichnen, wie die Gebirgszeichnung bei hinlänglich gekannten Höhenmessungen in den General- und Übersichtskarten einzurichten wäre, um die Ausführung auch jedem Schüler, ohne weitere Vorübung und Zeichnungsfertigkeit, möglich zu machen — was nun hier geschehen soll.

Bevor wir jedoch auf die Darstellungsweise selbst übergehen, muss ich noch zu erörtern suchen, auf was es eigentlich bei der Gebirgszeichnung in Übersichtskarten hauptsächlich ankömmt.

Bei Übersichtskarten, und namentlich die zum Unterricht in Anwendung kommenden, bei welchen es mehr auf das Auffassen der Hauptverhältnisse abgesehen wird, ist der Massſtab so klein, dass von der Darstellung der natürlichen Formen nicht mehr die Rede sein kann. Schon in einem früheren, bei der Wiener kaiserlichen Akademie der Wissenschaften gehaltenen Vortrage glaube ich den Beweis geliefert zu haben, dass das Mass von $^1/_{5000}$ der Natur

---

[1]) Wien bei J. F. Gress.

derjenige Massftab sei, in welchem man noch die wahren Formen mit allen Details ausdrücken kann. Wenn man nun Übersichtskarten in einem Blatte, z. B. von der österreichischen Monarchie und von irgend einem einzelnen kleinen Kronlande entwerfen will, so muss diese Zeichnung (nicht die Natur) dem Flächenraume nach 325000 und bei der Provinzialkarte 45800 Mal verkleinert werden, so dass ein Pünktchen von dem Durchmesser einer Linie in der Monarchiekarte schon einen Flächenraum von mehr als einer halben Quadratmeile, und in der Provinzialkarte von $1/_{20}$ Quadratmeile einnimmt; wonach man also nicht mehr die Bergformen, sondern nur mehr die Orte andeuten kann, wo die Bergketten stehen, und für die Charakteristik der Hoch-, Mittel- und Nieder-Gebirge nur mehr conventionelle Bezeichnungen anzuführen vermag. Wie diese Gebirgsarten sich in verschiedenen Höhen und unter dem Einflusse ihrer materiellen Beschaffenheit namentlich im Profile gestalten, muss schon in die Erklärung der physicalischen Geographie aufgenommen werden, so dass der Schüler bei dem Anblicke der conventionellen Zeichen sich bereits Rechenschaft über die in der Zeichnung nicht mehr ausdrückbare Form geben kann. Da nun die Form der Berge nebst der geognostischen Beschaffenheit hauptsächlich durch ihre Höhe bedingt ist, so wird die genaue Bezeichnung der Rückenhöhen wohl das wesentlichste Merkmal für die verschiedenen Gebirgsgattungen abgeben, und daher auch in der conventionellen Bezeichnung besonders aufzunehmen sein.

Mit den Rückenhöhen allein reicht man aber bei der Beurtheilung der Reliefverhältnisse eines Landes nicht aus. Es kann ein Land *A* Berge von 10000′ und ein anderes Land *B* Berge von 8000′ absoluter Höhe haben, und doch können letztere ein grösseres Hinderniss für die Bewegung bilden, und selbst für die Bewohner in *B* höher erscheinen, wenn nämlich die Basis (die Thalgründe), auf welchen die Berge aufgebaut sind, im Lande *B* nur eine Höhe von 500′ im Lande *A* hingegen von 3000′ haben. Dass diese verschiedenen Höhenlagen der Thäler ausserdem Einfluss auf die klimatischen und Cultur-Verhältnisse des Landes nehmen, und desshalb zu kennen von eben so grosser Wichtigkeit sind als die Kenntniss der Rückenhöhen, versteht sich von selbst.

In allen bis jetzt erschienenen Karten hat sich aber die Bezeichnung der Thalhöhen höchstens auf die Angabe der Höhenlage einiger

Wohnorte beschränkt, was zur Übersicht der relativen Höhen keineswegs genügend ist.

Die Hauptforderung, die wir bei der Gebirgsdarstellung in Übersichtskarten machen, bestehen demnach darin, dass sowohl die absoluten als relativen Höhen aller Rücken-, Sattel- und Thal-Punkte in leichter Übersicht aus der Zeichnung zu entnehmen sein sollen.

Zum Belege, wie wichtig die Erfüllung dieser Forderung für die richtige Beurtheilung der Landesverhältnisse ist, mögen einige Beispiele dienen:

Denken wir uns z. B. auf den europäischen Hauptrücken im südlichen Theile von Böhmen in eine absolute Höhe von ungefähr 2000 Fuss. Die ganze Gegend trägt den Charakter des flachen Hochlandes. Von der Thaja bei Dobersberg bis auf die Wasserscheide sind es sanft ansteigende Flächen, man überschreitet endlich sanfte Hügelreihen, sieht andere etwas höhere vor sich, und ist längst schon im Elbegebiet, ohne die eigentliche Wasserscheide bemerkt zu haben; selbst geübte Mappeurs und sonstige Terrainkenner würden sich zwischen Granitblöcken und Sumpfflächen vergehen, und Mühe haben der Wasserscheidelinie zu folgen; das Klima daselbst ist rauh, die Erträgnisse auch vom bebauten Boden geringe, meist Haferland; Communicationen können allenthalben eröffnet werden, auf allen Rücken ziehen Wege, selbst auf allen Abhängen sind Radschuhe zu entbehren. — Wie anders auf den 2000′ hohen Rückenpunkten der kleinen Karpathen, die beiderseits kurz und steil in das Tiefland abfallen, in welcher Tiefe, bei warmem Klima, Weizen- und Weinbau vorherrscht; — total verschiedene Verhältnisse gegen das südliche Böhmen, welche Verschiedenheit nur dadurch zu erklären ist, dass die relativen Ansteigungen von der Thaja und der March ganz andere sind.

Gehen wir in das Hochgebirge am Arlberg. Welch verschiedene klimatische, landwirthschaftliche und Höhen-Verhältnisse im Westen und Osten desselben. Westlich kommen wir schon nach 3 und 9 Meilen Weges in die Tiefen von 1800 und 1200 Fuss am Ill und an den Gefilden des Bodensees; östlich hingegen müssen wir am Inn 13 und 30 Meilen weit reisen, um in dieselben Thaltiefen zu gelangen. Die hochliegenden Thalgründe an der Ostseite des Arlberges tragen daher ein ganz verschiedenes Gepräge gegen die Westthäler, sowohl die

Culturverhältnisse als die Wegsamkeit und Höhenverhältnisse sind ganz verschieden. Der über 10000 Fuss hohe Albuinkogel am Jamthaler Ferner z. B. steht gerade südlich der Wasserscheide zwischen den in einer Bogenfurche nach Westen und Osten auseinander gehenden Thälern Montafon und Paznau. Die Orte Pattenen im ersteren und Galthur im letzteren Thale sind dem Grundrisse nach vom Albuinkogel gleich weit entfernt, nach der relativen Höhe aber genommen ist dieser Berg für die Bewohner von Pattenen 7200 Fuss, für jene von Galthur hingegen nur 5200 Fuss hoch, weil eben die beiden Thalsohlen eine so sehr verschiedene Höhenlage haben.

Nimmt man die Ostalpen im Allgemeinen, und man liest in Lehrbüchern, oder auch aus Landkarten, auf welchen nur die Bergspitzen und Sattelpunkte mit Höhen-Coten bezeichnet sind, dass vom Grossglockner an nach Osten sowohl die Bergspitzen als auch die Sattelpunkte (Übergänge) allmählich an Höhe abnehmen, so könnte man zu glauben veranlasst werden, dass man im Westen durchgehends höhere Bergmassen als im Osten sieht, und dass man bei den Gebirgsübergängen gegen Westen eben so stärkere Ansteigungen zu überwinden hätte. Berücksichtiget man jedoch auch die Senkungen der Thalsohlen gegen Osten, so gestalten sich die Verhältnisse anders. Der Venediger im Salzburgischen ist z. B. 3678 Fuss höher als der Priel in Oberösterreich; relativ genommen haben sie hingegen fast dieselbe Höhe, wenn man den Priel vom Ennsthale, und den Venediger vom Krimler Achenthal aus berechnet, da das letztere Thal an und für sich schon in der Höhe der Alpenregion liegt. Die Spitzen des Rosengarten bei Botzen stehen höher über das Etschthal als der Grossglockner über das Möllthal.

Welchen imposanten Anblick gewähren die südlichen Siebenbürger Karpathen, die gegen 8000 Fuss fast unmittelbar aus der wallachischen Ebene aufsteigen, während die Radstädter Tauern in den Hochalpen, vom 3000 Fuss hohen Thalboden des Lungau aus gesehen, im Verhältnisse nur unbedeutende Berge vorstellen. Wie verschieden daher auch die Übergänge, die Thalvegetation, u. s. w.

Die Alpenpassagen aus dem Lungau nach Radstadt im Salzburgischen und Gemund in Kärnten haben relativ geringere Ansteigungen über den hohen Lungauer Kessel als der östlichste der Alpenpässe, der Semmering, über die Neustädter Ebene. Hört man, dass zwischen der Mur und Enns (auf dem Wege von Leoben nach Rotten-

mann) ein Alpenpass liegt, auf welchem man den Hauptrücken in einer Höhe von mehr als 3000 Fuss zu überschreiten hat, so könnte man wohl zu glauben versucht sein, einen hohen Berg ersteigen zu müssen; die Natur zeigt jedoch einen tiefen Hohlweg, in welchem man wie zwischen hohen Häusern in einer Gasse fortschreitet, ohne irgend ein Erschwerniss der Bewegung zu erblicken, welches Verhältniss aus der hohen Lage der Hauptthäler der Mur und Enns und der allmählichen Senkung des Liesing- und Paltenbaches hervorgeht.

Wenn man auf einer Karte die Lage von Meran und Klagenfurt nur nach den Breitengraden vergleicht, so liegt das erstere nördlicher. Wie kommt es aber, dass in Meran, das in einem engen Thale unmittelbar unter dem Stocke der Ötzthaler Eisfelder liegt, italienisches Klima herrscht, und Wein und Feigen gedeihen, während in dem weiten Kessel von Klagenfurt ein rauhes Klima zu finden, und Cerealien im Verhältniss nur spärlich fortkommen? Die Erklärung ist ausser dem Einflusse der Bodengattung nur in den orographischen Verhältnissen zu finden. Das Etschthal bei Meran liegt im Durchschnitte bei 1000 Fuss tiefer als der Boden des grossen Klagenfurter Kessels, die im Norden unmittelbar aufsteigenden Bergwände halten die Nordwinde ab, und durch die südliche Richtung des Etschthales hat die italienische Luft freien Eintritt bis Meran; der Kessel von Klagenfurt hingegen wird im Süden durch die nahe und hohe Karawanka-Kette vom Einflusse des wärmeren Klimas gänzlich abgesperrt, indess die Nordweststürme aus Salzburg und Oberkärnten freien Zutritt haben.

In Niederösterreich ist das Viertel unter dem Manhartsberge ein sehr cupirtes, hügeliges Land; viele Reisende haben die Brünner Strasse wegen ihres unaufhörlichen Auf- und Absteigens verwünscht; in dem westlich liegenden Viertel ober dem Manhartsberge hingegen kommen vorherrschend Flächen vor, und doch ist dieses Viertel arm, hat rauhes Klima und wenig erträglichen Getreidebau, während das Viertel unter dem Manhartsberge als die Kornkammer und Niederösterreichs vortrefflichster Weinboden anzusehen ist, was wieder nur aus der Bodenbeschaffenheit und verschiedenen Höhenlage der Thäler hervorgeht, indem der sterile Urgesteinsboden im Viertel ober dem Manhartsberge bei 1000 Fuss höher als der Tertiärboden im anderen Viertel liegt, so dass das Niveau der Bergspitzen im Viertel unter dem Manhartsberge mit den Thalgründen

auf der westlichen Hochfläche in einen und denselben Horizont fallen.

Ebenso verschieden wirkt diese ungleiche Höhenlage auf das Klima; in Kirchschlag z. B. (weiter westlich auf demselben Urgesteins-Plateau) ist die mittlere Temperatur weit geringer und es kommen daselbst weit mehr Regentage vor als im Marchthale, weil dieses bedeutend tiefer liegt. Welchen wichtigen Einfluss nimmt also die verschiedene Höhenlage der Thalgründe durch das mitbedingte Klima auf die Vegetation, überhaupt auf die ganzen Landesverhältnisse.

Vergleicht man endlich auch wirkliche Ebenen unter einander, so zeigt sich auch hier der gewaltige Einfluss der Niveauverhältnisse. Warum ist die obere Theissgegend ganz versumpft? Weil sie zu wenig Gefäll hat, und die austretenden Gewässer nicht abgeleitet werden können. Warum ist die lombardische Ebene so überaus fruchtbar? Weil sie eine starke südliche Neigung hat, und die aus den Alpen tretenden und durch die Seen geklärten Gewässer durch künstliche Anlagen vortheilhaft zur oftmaligen Bewässerung sämmtlicher Gründe benützt werden können. Warum finden sich auf der Wien-Neustädter Ebene so viele Fabriken und Mühlen? Nicht weil die Nähe der Hauptstadt ihnen guten Absatz gewährt, sondern weil diese Ebene von Gloggnitz bis zur Donau ein Gefäll von 840 Fuss hat, und in ihr Gewässer auftauchen, die gleich am Ursprunge Werke treiben und stets gleiche Wassermenge behalten, und somit hier die vortheilhafte Anlage von Industriewerken mit hinreichender Wasserkraft überhaupt ermöglicht ist.

Aus diesen Beispielen dürfte klar genug hervorgehen, dass alle Jene, welche geographische Schilderungen geben, und nicht nur trockene Thatsachen anführen, sondern auch Ursache und Wirkung anführen wollen, die Kenntniss der Thalhöhen als einen wesentlichen Factor in ihre sonstigen Erklärungen mit aufnehmen sollen. Die Frage ist nur, wie bringt man diese Thalhöhen am besten zum übersichtlichen Vergleiche? wie lässt sich überhaupt in Übersichtskarten und Reliefs, die zum Unterrichte dienen sollen, ein möglichst vollständiges plastisches Bild mit allen absoluten und relativen Höhenbestimmungen entwerfen?

Nach dem, was ich hierüber bereits im Jahre 1853 in der Broschüre „Das Landkartenwesen in Österreich“ gesagt habe, ist es

meine innige Überzeugung, dass wahrhaft gute Gebirgskarten überhaupt erst dann angefertigt werden können, wenn einmal von alle Ländern hinlängliche Höhenmessungen gemacht und zusammengestellt sein werden. Alle bisherigen Karten, selbst jene, die unter den gegenwärtigen Verhältnissen mit Recht noch für die vorzüglichsten gehalten werden müssen, werden aber dann ihren Werth verlieren, denn wenn es bei der Darstellung eines Körpers, wie die Berge sind, in der Aufgabe liegt, alle drei Dimensionen, nämlich Länge, Breite und Höhe erkenntlich zu machen, und es erscheinen in der Zeichnung nur die Länge und Breite, während vom Aufrisse wohl die Verschneidungen der Flächen, aber keineswegs die Höhen aller Theile ausgedrückt sind; so kann die Aufgabe doch nicht für gelöst betrachtet werden, es mag die Zeichnung oder der Kartenstich sonst noch so schön ausgeführt sein.

Wir stellen demnach, wiederholt gesagt, die Forderung an gute Landkarten mit Bestimmtheit dahin, dass sie aûch die Verticalverhältnisse zu erkennen geben sollen.

Zerlegt man die Gebirge durch gleich entfernte horizontale Schnitte in Schichten, und projectirt diese Schichtenlinien im Grundrisse, so ist die Höhenlage der Rücken und Thäler, so wie auch aller Abhangspunkte auf das Bestimmteste ausgedrückt. Man hat daher Schichtenkarten manchmal schon in Ausführung gebracht. Da die blossen Schichtenlinien aber zu wenig Körper zeigen, so schlugen die einen vor, die Bergkörper mit ihren Detailformen nebstbei hinein zu schummern, zu schraffiren, zu laviren u. s. w. Ein Vorschlag geht dahin, die Schichten nach ihrer Überhöhung immer dunkler anzulegen, um nebst dem Ausdrucke des Körperlichen auch zugleich eine schnellere Übersicht der in gleichen Höhen stehenden Partien zu erlangen; wieder Andere wünschen grell abstechende Farben für gewisse Schichtenhöhen, um deren Ausgreifen im weiten Umfange mit einemmale übersehen zu können; endlich hatte man auch mehrere Vorschläge vereinigt, indem man für die Schichten zwar verschiedene Farben, aber dieselben doch so wählte, dass sie nach aufwärts gleichzeitig in der Tonstärke zunahmen.

Nachdem ich manche Versuche Anderer gesehen, und deren selbst unzählige gemacht hatte, kam ich endlich an ein Schichten-Colorit, das wenigstens mich am meisten befriedigte, der Art, dass durch die Farben gleichzeitig die Haupt-Culturregionen ausgedrückt

werden. Bei der Darstellung der Alpenländer in Schichten zeigte es sich am vortheilhaftesten, die Schichtenhöhe in den unteren Regionen, nämlich von 0 bis 300 Klaftern zu 100 Klafter, nach aufwärts aber, wo das Terrain steiler wird und die Schichten enger zusammenfallen (von 300 Klaftern bis 2000 Klaftern), zu 200 Klafter anzunehmen. Dieses Schichtenverhältniss konnte in Karten nach $^1/_{288000}$ und kleiner bis zu $^1/_{900000}$ der Natur angewendet werden. Für die verschiedenen Culturregionen wählte ich folgende Höhen und Farben:

Von	0	bis	100°	weiss	Ackerbauregion.
„	100	„	200	gelb	
„	200	„	300	Terrasiena	
„	300	„	500	lichtgrün	Waldregion.
„	500	„	700	dunkelgrün	
„	700	„	900	rosenroth	Niederalpen- Region.
„	900	„	1100	violett	Hochalpen- Region.
„	1100	„	1300	kastanienbraun	— Felsregion.
„	1300	„	1500	weiss mit Schichten-ringen	Schneeregion.
„	1500	„	1700		
„	1700	„	1900		
„	1900	„	2100		

Bei dieser Anordnung bleiben die untern Schichten mit den Ebenen und Thalgründen, wo die Ortschaften, Wege etc. zu bezeichnen sind, in lichten Farben; die gewöhnlich steile Waldregion wird dunkler; die flachere Alpenregion tritt wieder licht hervor, und das stark Braune der Felsregion gibt für das oben aufsitzende Weiss der Schneeregion einen stark markirten Untergrund.

Das von mir in dieser Manier verfertigte Bild der ganzen Ostalpen gibt so eine klare Übersicht, in der die Massen ganz entschieden gruppirt erscheinen, und sowohl die absoluten als relativen Höhen der Rücken, Thäler und Sattelpunkte leicht zu erkennen sind.

Kleines Grundrissmass gibt eine bessere Übersicht der Hauptverhältnisse; je grösser der Massstab wird, desto weniger genügen hohe Schichten, weil zu viel Detail unter das Mass fällt; zu enge Schichten hingegen verwirren das Bild durch die vielen Linien. Bei einer gewissen Höhenlage der Rücken und etwas grossen Schichtendistanzen können aber die Schichtenlinien zu gänzlich falscher Auffassung des Terrains führen. In Niederösterreich z. B. begrenzt die Schichtenlinie von 200 Klaftern Höhe ganz nahe den Rand des tertiären

Wiener Beckens von Neustadt über Wien, Greifenstein, Neulengbach, St. Pölten, Krems, Meissau, Retz, Znaim und dann im Bogen über Austerlitz, Skalitz, längs den kleinen Karparthen bis Pressburg und nach dem Leithagebirge bis wieder nach Neustadt, so dass der ganze Raum von Meissau bis zu den kleinen Karpathen, und von Wien bis gegen Brünn nur als ein einziger grosser Kessel erscheint, in dessen Mitte nur einzelne Punkte, wie die Ernstbrunner- und Nikolsburger Kalkberge, inselartig hervorragen. Rein orographisch genommen, wäre diese Auffassung eine durchaus falsche, denn es zieht von Meissau und Eggenburg aus ein Höhenzug östlich bis Dürnkrut an die March über Hollabrunn, Ernstbrunn, Aspern an der Zaja und Zitzersdorf, dessen Kuppen gerade unter der Cote von 200 Klaftern wegstreichen, und mit den Seehöhen von 190 Klaftern, 192 Klaftern u. s. w. eine entschiedene Dammlinie bilden, die das ganze Wiener Becken in mehrere Becken untertheilt, und namentlich das Tullner Becken vom Laaer Becken an der Thaja trennt, welche beide Becken mit ihrem Grunde im Mittel bei 900 Fuss unter der Rückenlinie des sie trennenden Höhenzuges liegen.

Wir sehen also, dass wir in Mittellandschaften und flacheren Gegenden entweder die Schichtenhöhen geringer nehmen, oder überhaupt — um nicht zu viel Schichten und Farben zu bekommen — wenigstens die zur Charakteristik des Terrains nothwendigen Formendetails, wie Sattelverbindungen, Thalsperren, Engthäler etc. durch fein punktirte Contourstriche besonders andeuten müssen.

Weitere Versuche machte ich, ob es nicht möglich wäre, gar keine Schichtenlinien zu ziehen, die Gebirge wie sonst gewöhnlich körperlich darzustellen, und doch, so als wenn die Schichten gezogen wären, sowohl die absoluten als relativen Höhen mithin nicht nur die Höhenlage der Rücken- und Sattelpunkte, sondern auch der Thallinien erkennbar zu machen.

Zu diesem Ende zeichnete ich

1. das Flussgerippe,
2. das Höhengerippe derart, dass nur die Rückenlinien und die sie verbindenden Sättel durch zwei Linien (die Rückenbreite) ausgedrückt erschienen, doch so, dass zwischen diesen Linien noch colorirt werden konnte.
3. Bezeichnete ich alle Rückenlinien oben, und die dazwischen liegenden Sättel je nach der ihnen zukommenden Höhenlage

mit denselben Farbenstrichen, die ich oben zur Bezeichnung der verschiedenen Culturregionen gewählt hatte.

4. So wie man in gewöhnlichen, stark detaillirten Karten oftmals das Flussgerippe dadurch herauszuheben pflegt, dass man alle Flüsse mittelst des Pinsels mit einem Farbenstriche übergeht, so überzog ich auch alle Gewässerlinien nach je 100 Klafter Höhenunterschied mit den diesen Höhen entsprechenden Farben, wodurch nun schon aus dem Gerippe die Höhen aller Berge und Thäler zu entnehmen waren.

5. Bis jetzt waren nur die eigentlichen Wasserscheidelinien charakterisirt. Um nun die Massen auch nach ihren Höhenverhältnissen zu markiren und richtig zu gruppiren, ging es an die Ausfüllung des Gerippes. Da die relativen Höhen, zwischen Thal und Rücken, ohnedies schon durch die Farben ausgedrückt sind, so konnte die Schattirung der Abhänge zur Ausfüllung des körperlichen Bildes mit Anwendung von Schatten und Licht vorgenommen werden, was jedenfalls, namentlich für Profane, ein effectvolleres Bild gibt. Um die richtigen Schwärzenverhältnisse zu treffen, war die anfängliche Schattirung des körperlichen Bildes nur sehr licht gehalten, dann aber wurde nach den entsprechenden Höhen von oben herab gearbeitet, indem nach dem Colorit erst alle Massen der Schneeregion-Höhe aufgesucht und mit der stärksten Umgrenzung und Schattirung bezeichnet wurden; dann folgte die Massenumgrenzung der unteren Regionen, einer nach der anderen, stets lichter und mit fortwährender Berücksichtigung der relativen Tiefen der Abhänge, wodurch sich die Unterordnung des Tieferliegenden und die naturgemässe Gruppirung der Massen so wie der Zusammenhang der Tiefenlinien über die niedern Sattelpunkte hinweg so richtig gestaltete, dass ein leicht verständliches, und in Bezug der Gebirgszeichnung allen Anforderungen entsprechendes Kartenbild zu Tage kam. Zu bemerken ist jedoch, dass bei solchen Ausarbeitungen weniger Gewicht auf den Effect von Schatten und Licht, als auf das Zusammenfassen der gleich hohen Massen durch gleiche Töne zu legen ist, weil bei der Zeichnung nach Schatten und Licht die Wasserscheiden zu viel herausgehoben werden, die doch mit der Massenstellung im Ganzen selten, man kann sagen nur ausnahmweise, in Übereinstimmung stehen.

Wollte man solche Karten durch den Druck vervielfältigen, so braucht es der vielen Farben nicht, sondern es können die Rückenlinien blos durch Striche angedeutet werden, die nach der Rückenhöhe eine verschiedene Charakteristik erhalten, wobei man mit vier Bezeichnungen auslangt, wenn die Höhe

von 100 Klaftern mit feinen Punkten,
„ 200 „ mit einer gestrichelten Linie,
„ 300 „ wechselweise mit Strich und Punkt,
„ 500 „ mit einer zusammenhängenden Linie ausgedrückt, und für die vier nächsten Schichtenhöhen von 700, 900, 1100 und 1300 Klaftern dieselbe Charakteristik, nur etwas dicker gehalten, wiederholt wird. Statt diesen Umfassungslinien der Rückenflächen könnte auch die ganze Rückenbreite mit einer conventiellen Bezeichnung, z. B. Kreuzstrichen, einfach gestrichelt u. s. w. ausgefüllt werden. Ebenso würde es für ein späteres Colorit genügen, in die mit ganz einfachen Linien skizzirten Rücken die den Höhen entsprechenden Zahlen 7, 9, 13 u. s. w. statt 700, 900, 1300 Klafter einzuschreiben. Auch an den Flüssen dürfte es genügen, den Beginn jeder höheren Schichte durch die beigesetzten Ziffern 1, 2, 3, 5 für 100, 200, 300 und 500 Klafter zu bezeichnen, wornach dann später die einzelnen Flussstrecken mit dem entsprechenden Farbstriche belegt werden können.

Bei solchen Karten-Skizzen trifft es gewiss jeder Schüler, die Abhänge, d. i. den Raum zwischen dem Rücken und dem daneben hinziehenden Fluss, mit dem Bleistift auszuschummern, oder mit Tusch oder Sepia schattirt auszufüllen, und das Aufsuchen der gleich hohen Rücken zwingt ihn von selbst, über die Gruppirung und Unterordnung der Massen, sowie über den Zug der die Massen begleitenden Tiefenlinien, die Höhe der Übergänge an den Sattelpunkten u. s. w. nachzudenken.

Einfacher für den Unterricht, mit Erreichung desselben Zweckes, bleiben aber immer die Schichtenkarten, wenn die Schüler auch uncolorirte Exemplare erhalten, in welchen die Schichten mit feinen Linien angedeutet sind, und dann angewiesen werden, die Schichten von oben herab, eine nach der andern, zu coloriren, wobei ihnen die Massenstellungen der Gebirge und ihre gegenseitige Unterordnung von selbst in die Augen fallen.

Dass bei solchen Karten, wo das Gebirge mit den wenigst möglichen Linien ausgedrückt erscheint, auch alles topographische

Detail, wie Orte, Strassen etc., mit aufgenommen werden kann, versteht sich wohl von selbst.

Andererseits ist es aber eine ausgemachte Sache, dass die Gebirgsdarstellung mit der bestimmten Angabe der absoluten, und den daraus abzunehmenden relativen Höhen im ersten Entwurfe nur für jene möglich wird, die hinreichende Studien über die Configuration des Terrains gemacht und so viel Höhenmessungen gesammelt haben, dass sie auch Zuverlässiges bieten können. Ist aber der Anfang mit solchen Karten einmal gemacht, so sind selbe — selbst wenn der erste Versuch noch hie und da mangelhaft wäre — der steten Berichtigung und Verbesserung zugänglich, weil in ihnen Alles in bestimmten Zahlenwerthen lesbar erscheint, und ebenso örtlich bestimmt berichtiget werden kann, während die bisherigen, wenn auch noch so schön schraffirten Karten durch ihre gefällige nette Darstellung wohl das Auge bestechen, aber den Geist — bei Ermangelung des Zuverlässigen, Bestimmten — unbefriediget lassen, und keinesfalls als genügende Behelfe für einen rationellen Geographie-Unterricht angesehen werden können. Solche Karten, welche wir schon gerne jetzt „Die Karten der alten Schule“ nennen möchten, müssten mit der Zeit ganz verdrängt werden, denn eine körperliche Darstellung ohne präcise Höhenbezeichnung der Theile, wozu insbesondere die Thalhöhen gehören, bleibt doch gewiss unter allen Verhältnissen etwas Mangelhaftes.

In Bezug der richtigen Gebirgsdarstellung sind daher die schlechtesten Übersichtskarten jene, welche die Gebirge blos durch die Schraffirung oder Kreidenzeichnung ausdrücken. Hier sind wohl die Orte angegeben, wo Unebenheiten vorkommen, Niemand aber kann daraus bestimmte Werthe der Rücken- und Thalhöhen erkennen; — besser sind solche, wo den Bergkuppen die Höhen beigeschrieben sind; — noch besser jene, welche auch die Sattelpunkte und Thäler cotirt haben, obschon diese Karten den Ziffer-Tabellen gleichzustellen sind, in welchen man wohl die einzelnen Zahlenwerthe ablesen, aber die entfernteren nicht mit einemmale übersehen und vergleichen kann; — und die Besten die zweckmässig colorirten Horizontal-Schichtenkarten, weil sie die absoluten und relativen Höhen der Rücken, Sattel und Thäler nicht nur an Ort und Stelle ausdrücken, sondern auch deren Vergleich in der allgemeinen Übersicht zulassen.

Will man bereits bestehende Karten zu orographischen Studien benützen, so kann man auch auf diesen die Rücken- und Thallinien mit den entsprechenden Farben bezeichnen, und dann durch das Zusammenfassen der gleichen Farben die Gruppirung der Massen prüfend durchgehen. Die vortreffliche Karte Niederösterreichs von Steinhauser und Becker z. B. würde sich wegen der vielen Höhenangaben ganz besonders dazu eignen.

Auf eine allfällige Bemerkung — wie sie mir selbst schon gemacht wurde — dass es unnöthig sei, eben auf die Orographie so besonderes Gewicht zu legen, lässt sich Folgendes antworten: Es mag Jeder, je nachdem er angehende Militärs, Kaufleute u. s. w. zu unterrichten hat, das für diese Zwecke Wichtige besonders herausheben; die Unebenheiten des Bodens, als etwas Bestehendes, lassen sich aber keinesfalls wegläugnen, und da ihr Einfluss auf Klima, Gangbarkeit, Handel, Kriegführung, ethnographische und geschichtliche Zustände, überhaupt auf alle Lebensverhältnisse von Wesenheit ist, so muss ihrer Erwähnung geschehen, und es kann nicht genug dafür gethan werden, die weitläufigen und wenig verständlichen Beschreibungen, sowie die bis jetzt ebenso unverständlichen Landkarten recht bald durch klare und unzweifelhaft bestimmte Bilder zu ersetzen. Bestehen einmal solche, so ist durch sie auch der Unterricht vereinfacht, denn nicht nur, dass dann die orographischen Verhältnisse an und für sich leichter begriffen werden, sondern man gewinnt auch in der kürzesten Zeit ein sicheres Bild der natürlichen Zustände, und eine feste Grundlage zum leichteren Verständnisse aller durch die Terraingestaltungen mitbedingten anderweitigen Vorkommnisse. Wenn man also überhaupt eine Gebirgsdarstellung geben will und muss, so ist es gewiss besser, gleich ein richtiges und leicht verständliches Bild, als etwas Unvollkommenes und Unlesbares zu geben.

Bei den Landkarten-Reliefs, die man in der Absicht construirt, die sonst für Anfänger schwierige Auffassung der Höhenverhältnisse zu erleichtern, ergibt sich die Schwierigkeit, dass die Höhen bei gleichem Massstabe mit dem Grundrisse fast ganz verschwinden, denn in einer Karte von Tirol in einem Blatte würde die Höhe des Grossglockner den 144. Theil eines Zolles, demnach eine fast unwahrnehmbare Grösse betragen. Macht man hingegen den Höhenmassstab bedeutend grösser, so erscheinen die Hochgebirgsspitzen

bald als unnatürliche Nadeln, während im Berglande immer noch kein Unterschied und Vergleich der Höhen möglich wird. Die Thalhöhen endlich können selbst bei dem übertriebensten Höhenmassftabe nicht mehr unterschieden werden, so dass auch hier von einer Beurtheilung der relativen Höhen gar nicht mehr die Rede sein kann, und Reliefs in dieser Beziehung keinen höheren Werth als gewöhnliche Landkarten haben.

Da aber den Reliefs doch wenigstens der grosse Vorzug eigen ist, durch ihr körperliches Bild die Gruppirung der Gebirgsmassen Jedem verständlich zu machen, so kommt es nur darauf an, sie durch das entsprechende Colorit der Rücken, Sattelpunkte und Thallinien — wie oben bei den Landkarten erklärt — für den bestimmten Ausdruck aller absoluten und relativen Höhen einzurichten.

Sowie man bei hydrographischen, orographischen Strassenkarten u. s. w. gewisse Gegenstände auf Kosten der andern besonders heraushebt, ebenso kann dasselbe auch mit den Reliefs beabsichtiget werden. Handelt es sich dabei nun insbesondere um orographische Studien, und vorzüglich um die Vergleichung der gleich hohen Punkte, so ist es vortheilhaft, wie bei colorirten Horizontalschichten-Karten, auch das Relief in colorirten Schichten herzustellen, und die Schichten, wenn selbe nicht hoch sind, sogar stufenartig zu belassen, wie ich es in einem Schichten-Relief von Tirol auszuführen versucht habe. Die gleich hohen Punkte sind so mit einem Blicke wahrzunehmen, und alle minder hohen Massen unterordnen sich von selbst.

Mit solchen Schichten-Reliefs kann endlich auch das sonst Unerreichbare erzielt werden, Jemanden einen richtigen Begriff von dem wahren Verhältnisse der Berghöhen zu den Horizontalausdehnungen im Grundrisse beizubringen, wenn man nämlich eine colorirte Horizontalschichten-Karte im Farbendrucke ausführt, und selbe dann, auf dünnes Kartenpapier geleimt, über eine Stanze drücken lässt, welche als Mutterform das Relief der Gebirge nach ihrer einfachen verhältnissmäsigen Höhe enthält. Ungeachtet die Höhen hier so klein ausfielen, dass z. B. in einer Karte, welche die Alpen allein auf einem sehr grossen Bogen enthält, einer Schichte von 100 Klaftern nicht mehr als die Dicke eines gewöhnlichen Blattes Schreibpapier zukäme, so würde durch das Schichten-Colorit doch jede absolute und relative Höhe mit Bestimmtheit zu erkennen sein.

Die Dicke von 10 Blatt Schreibpapier, welche Dimension der Mittelhöhe der Alpen bei einer Grundrisslänge von zwei Fuss gleich käme, wäre freilich nicht viel, aber dies Verhältniss entspricht eben der Natur, und hätte man solche Karten-Reliefs, so würden sie gewiss zur Feststellung richtiger Begriffe über die Configuration der Erdoberfläche beitragen.

Schichten-Reliefs eignen sich endlich ganz vorzüglich zur Herstellung photographischer Landkarten. Bei einem vollkommen ausgearbeiteten Relief erscheinen im photographischen Bilde die Höhen und Tiefen nach Schatten und Licht; Niemand aber kann daraus das bestimmte Mass einer Höhe und am wenigsten die Höhenlage der Thäler abnehmen. Nimmt man aber zum Musterbild bei der Photographie ein Schichten-Relief mit unausgefüllten Stufen, so erscheinen im Bilde die Stufenränder als Horizontalschichtenlinien, die hier um so charakteristischer hervortreten, da auch die Höhen im Allgemeinen gleichzeitig ihre Licht- und Schattenseite haben. Ein mit dem von mir erzeugten Schichten-Relief von Tirol in der k. k. Staatsdruckerei gemachter Versuch hat sich als vollkommen befriedigend gezeigt. Werden die Schichtenstufen mit verschiedenen Farben entsprechend colorirt, so zeigt auch das photographische Bild solche Abstufungen der Töne, welche das Abschätzen aller absoluten und relativen Höhen sehr erleichtern.

SITZUNG VOM 30. NOVEMBER 1854.

Eingesendete Abhandlungen.

Annähernde Bestimmung der Brechungs - Exponenten am Glimmer und Pennin.

Von dem w. M. W. Haidinger.

I. Glimmer. Man hat keine directe Messung der Brechungs-Exponenten am Glimmer. Bekanntlich hat Sir John Herschel durch die Annahme, dass ein solcher = 1.500 für rothes Licht ist, bei der Berechnung der isochromatischen Curven im polarisirten Lichte so kleine Differenzen von den Ergebnissen der Messung gefunden, dass man sich seitdem begnügt hat, diesen Werth wenigstens als annähernd genau zu betrachten[1]). Als vor etwa zwei Jahren Herr J. Grailich seine Untersuchungen der verschiedenen Glimmerarten vornahm, konnte auch ich ihm einiges Material dazu liefern. Bei einem der Krystalle aus Nordamerika, der eine rauhe feste Aussenseite, aber einen klaren Kern besass, äusserte er, dass es ihm vielleicht gelingen dürfte aus demselben ein Prisma zur directen Erforschung des Brechungs-Verhältnisses zu erhalten. Die Idee einer directen Messung hat mich seitdem nicht verlassen. In der That musste der Glimmer bei seiner senkrecht auf die Seitenflächen der Prismen doch ziemlich ansehnlichen Härte sich gut zum Schleifen und Poliren eignen, wenn es nur gelänge, die Trennung der Blättchen parallel der Theilbarkeit zu verhindern. Der erste Versuch, den ich anstellte, gelang so gut, dass ich nicht säumen will ihn bekannt zu machen. Ich nahm eine dicke Tafel von brasilianischem

---

[1]) Herschel. Vom Licht. Übersetzt von Schmidt, Seite 494. — Grailich Untersuchungen über den ein- und zweiaxigen Glimmer. Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften 1854, Bd. 12, Seite 80.

Glimmer, Axenwinkel in Luft etwa 98° Grailich, legte auf beide Flächen dreiseitige Platten von Eisenblech, presste sie mit einer Schraubenzwinge zusammen, und sägte ein Stück der Platte ab. So wurde sie dem Steinschneider Herrn Klement übergeben, mit dem Auftrage, so gut es ginge für den ersten Versuch, den Blechplatten entsprechend, ein dreiseitiges Prisma von Glimmer zu schleifen und zu poliren. Herr Klement ersetzte das Blech durch Glas, kittete zwei Spiegelglasplatten von der Dicke von zwei Linien auf die nahe eine Linie dicke Glimmerplatte, legte die Schraubenzwinge wieder an, und lieferte bald das verlangte Glimmerprisma. Ich klebte nun noch, mit Canadabalsam in Äther gelöst, vollkommen schön geschliffene dünne Spiegelglasplatten auf die Seiten, so dass jede Platte zu beiden Seiten über das Mittelstück von Glimmer hinausreichte, und hatte nun ein so klares brechendes Prisma von Glimmer von sieben Linien Seite, als man es nur immer wünschen kann. Bei einer Dicke von einer Linie ist das in der Richtung der Axe polarisirte Bild der dichroskopischen Loupe bereits vollständig absorbirt, das senkrecht auf die Axe polarisirte ist für die ganze Dicke noch klar, wenn auch schon von dunkelleberbrauner Farbe. Ein heller Punkt, die Sonne oder Kerzenlicht, zeigte an der dünnsten Kante deutlich zwei Bilder, wovon das in der Richtung der Axe polarisirte, auch das stärker gebrochene, und zugleich dem Babinet'schen Gesetze entsprechend, das stärker absorbirte war.

Dieser Glimmer ist daher auch nach der Natur der Brechung negativ. Man hatte bei der gleichen Stellung des Glimmerprismas mit dem einschliessenden Spiegelglase auch noch das von dem letztern herrührende noch weniger gebrochene prismatische Bild einer Kerzenflamme.

Ich fand durch Messung an einer der Kanten des Prismas die brechende Kante $\psi = 59° 58'$, den Minimumwinkel der Abweichung φ für:

das Glas	den extraordinären Strahl	den ordinären Strahl
20° 56′	22° 14′	23° 44′

und daraus nach der Formel $\mu = \frac{\sin(\frac{1}{2}\psi + \varphi)}{\sin \frac{1}{2}\psi}$ die drei zugehörigen Brechungs-Exponenten der Reihe nach

= 1·553	1·581	1·613

Beide diese höheren Exponenten geben in Herschel's Tabelle noch genauer übereinstimmende Zahlen als selbst der von ihm versuchte Exponent von 1·500. Es wird indessen genügen, dies für einen der Werthe nachzuweisen, und zwar der Einfachheit wegen für das erste Minimum vom Pole weggerechnet, wo also der Zeiger $n = 1$ ist. Für dieses fand Herschel den Einfallswinkel = 30° 34′ 40″, die Entfernung von den beiden Polen 0 und 0″ = 2° 41′ 30″ und 42° 20′ 30″. Die Tabelle enthält nun eine Grösse $h = \frac{t}{n \,.\, \cos \rho}$ $\sin \Theta .\ \sin \Theta'$ aus den vorigen Daten und dem Brechungswinkel, der aus dem Verhälnisse 1·500 folgt berechnet, und den Überschuss über den mittlern Werth sämmtlicher Werthe für h durch vier Maxima und Minima. Es ist nun für den

Exponenten	der Brechungswinkel ρ	h	Überschuss
1·500	19° 49′ 30	0·033622	+ 0·000475
1·581	18° 46′	0·033405	+ 0·000217
1·613	18° 26′	0·033330	+ 0·000142

Eigentlich hätte wohl auch der Mittelwerth aus allen Phasen bestimmt werden sollen, aber es schien mir hinlänglich hier darauf aufmerksam zu machen, wie klein die Änderungen in den abgeleiteten Erscheinungen des Durchmessers der isochromatischen Curven sind, im Vergleich mit den Ergebnissen der directen Messungen. Es bleibt daher auch immer wünschenswerth sich die letzteren zu verschaffen.

Von den beiden oben gefundenen Exponenten ist indessen nur der kleinere 1·581 ein Grenzwerth, der senkrecht auf die Axe des dreiseitigen Prismas und die Hauptaxe des Glimmers überhaupt polarisirt ist. Es fehlte bei den andern die Orientirung. Allerdings ist das dreiseitige Prisma so geschnitten, dass eine der Seiten der Ebene der Axe parallel ist. War die gemessene die dieser Ebene gegenüber liegende Kante, so ist auch 1·615 ein Grenzwerth, und gehört, da er in der Ebene der Axen polarisirt ist, zu der mittleren Elasticitäts-Axe. Aus der bekannten Formel $\operatorname{tang} A = \pm \sqrt{\frac{b^2 - c^2}{a^2 - b^2}}$, wo A der innere Winkel jeder der optischen Axen mit der Mittellinie, a, b und c aber die Geschwindigkeiten des Lichtes im Krystall nach den drei Elasticitäts-Axen, folgt die umgekehrte, $\alpha = \sqrt{\frac{\beta^2 \gamma^2 \operatorname{tang} A^2}{(1 + \operatorname{tang} A^2)\gamma^2 - \beta^2}}$, wo α, β und γ die den Geschwindig-

keiten entsprechenden Brechungs-Exponenten, also $\alpha = \frac{1}{a}$, $\beta = \frac{1}{b}$, $\gamma = \frac{1}{c}$ sind. Den von Herrn **Grailich** angegebenen Axenwinkel in Luft = 68° zum Grunde gelegt, würde der Exponent der stärksten Brechung = 1·930 folgen. Wenn aber die gemessene Kante eine derjenigen Kanten war, welche an die Ebene der Abweichung anschliessen, so ist 1·613 kein Grenzwerth, sondern der mittlere Werth ist zwar immer grösser als 1·581, doch kleiner als 1·613, und der dritte grösser, aber nicht so hoch, als unter der vorigen Voraussetzung. Doch muss ich die genauere Nachweisung späteren Forschungen überlassen, die indessen nun doch wohl als vorbereitet gelten können. Auch der Exponent des Tafelglases könnte noch genauer bestimmt werden. Jedenfalls gibt die gleichzeitige Erscheinung der drei Spectra, desjenigen durch das Glas, und in ihrer Ordnung des extraordinären und des der Lage der ordinären analogen am Glimmer sehr deutliche und anziehende Vergleichungspunkte.

II. **Pennin.** Auch von diesem, so wie von allen chloritartigen Mineralspecies hat man keine auch nur annähernde Messungen von Brechungs-Exponenten. Ich verdanke Herrn v. **Morlot** einen sehr schönen Krystall von Pennin, Zwilling, etwa einen halben Zoll in der Richtung der Axe gross, an dem die Endflächen zwei zur obern Spitze eines Rhomboeders, und eine zur untern Spitze gehörende Flächen, ziemlich wohlgebildete scharfe vierflächige Ecken hervorbringen. Auf eine derselben klebte ich zwei Glasplättchen, so dass dadurch ein Prisma, der scharfen Rhomboederkante entsprechend, entstand. Die Messung gab den Winkel = 67° 24'. An der schärfsten Kante erschien von der Flamme des Kerzenlichtes ein deutliches gebrochenes Bild, zum Beweise der vollkommenen Homogeneität des Krystalls im Innern, wenn er auch überhaupt sehr stark das Licht absorbirt, und daher wenig durchsichtig erscheint. Das Bild, senkrecht auf die Axe polarisirt, besteht fast blos aus dem Gelb des Spectrums, selbst bei dem intensiven Licht der Sonne ist nur wenig von Roth oder Orange, fast gar kein Grün sichtbar. Dieselben Farben bleiben, wenn man das Bild durch eine Turmalinplatte betrachtet, deren Axe der Axe des Penninkrystalls parallel ist. Man sieht aber nur dieses eine Bild, nicht zwei Bilder neben einander, wie beim Glimmer, oder bei vielen andern stark doppelt brechenden Prismen. Gibt man aber der Turmalinplatte die im Azimuth um 90°

verschiedene Stellung, so dass die Axe des Turmalins senkrecht auf der Axe des Prismas steht, so verschwindet das gelbe Bild, und es zeigt sich ein schönes grün oder mit dem intensiven Lichte der Sonne der Theil des Spectrums von Grün und Blau, nur an der dünnsten Kante noch eine Spur von Gelb und Roth, aber schon bei sehr geringer Dicke auch diese Spur nicht mehr. Der hellste Raum in diesem der Axe parallel polarisirten Spectrum, das Grün, stimmt fast gänzlich überein mit dem Gelb in dem senkrecht auf die Axe polarisirten Spectrum, das Bild des Spaltes vor der Kerzenflamme war wohl etwas weniges stärker abgelenkt, doch betrug der Winkel höchstens 0° 4′.

Zwischen die Glasplättchen hatte sich etwas Canadabalsam als brechendes Prisma hineingelegt, welches also zu gleicher Zeit mit dem Pennin sein Spectrum gab. Sie wurden auch zu gleicher Zeit gemessen.

	Canadabalsam.	Pennin	
		Extraordinär	Ordinär.
Grösste Ablenkung	24° 14′	27° 14′	27° 28′
Brechungs-Exponent	1·527	1·575	1·576

Die Vergleichung mit dem Canadabalsam ist sehr schätzbar für die Beurtheilung der Genauigkeit der Ziffer für den Pennin. Es stimmen nämlich für denselben die Angaben von Wollaston 1·528, und Young nach Brewster's Messungen berechnet 1·532, sehr nahe mit dem obigen überein, während sich doch wieder die von Brewster 1·549 [1]) etwas mehr entfernt.

Gewiss sind die beiden Exponenten des Prismas nur sehr wenig von einander verschieden, und daher decken sich die Spectra für das unbewaffnete Auge. So wie sie hier stehen wäre der ordinäre Strahl etwas stärker abgelenkt, sehr viel stärker ist er absorbirt, daher in so weit auch negativ. Aber die Absorption bezieht sich nicht auf den nämlichen Theil des Spectrums, es wäre sehr leicht möglich, dass ein Grün von derselben Wellenlänge wie das im ordinären Spectrum des Pennins in dem extraordinären stärker abgelenkt erscheinen würde, wenn es nicht bereits vollständig absorbirt wäre.

---

[1]) Beer, Einleitung in die höhere Optik, S. 421.

Man sieht, dass für die Glimmer sowohl, als für den Pennin, so wie für die sämmtlichen denselben zunächst verwandten Krystalle, die genauesten Untersuchungen und Messungen noch zu machen sind, und dass sie gewiss in mancher Hinsicht Fragen darstellen, deren Lösung nicht unwichtig ist. Bis zu diesem Zeitpunkte mögen die vorhergehenden Bemerkungen als vorläufige Andeutungen, so unvollkommen sie auch sind, nachsichtig aufgenommen werden.

Der Pennin ist hier rhomboedrisch angenommen. Ob er es wirklich ist, will ich an dem gegenwärtigen Orte dahin gestellt sein lassen, da eine Verschiedenheit in der Bestimmung von der vollendeten Durchführung der Verhältnisse begleitet sein müsste, um auf weitere Schlüsse Einfluss zu nehmen. Möglich ist dies allerdings, nachem Herr W. P. Blake[1]) in seinem Klinochlor von Westchester zwei optische Axen fand und zwar ungleich geneigt gegen die vollkommene Theilungsrichtung, also mit augitischer Symmetrie, und Herr N. von Kokscharow kürzlich[2]) durch genaue Messungen zu dem Schlusse geleitet wurde, dass auch der Chlorit G. Rose, Ripidolith von Kobell von Achmatowsk in Bezug auf seine Formen dem augitischen (monoklinoedrischen) Krystallsysteme angehört, wenn gleich Herr Blake ihn optisch einaxig gefunden hat.

---

[1]) Silliman's Journal. Nov. 1851. Beer Einleitung in die höhere Optik, S. 392. — Kenngott, Mineralogische Forschungen 1851, S. 67.

[2]) Nach einer freundlichen Mittheilnng an mich, am 20. September 1854 in der Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg gelesen und im „Bull. Phys.-Math. T. XIII" derselben abgedruckt.

Über den Ozongehalt der atmosphärischen Luft.

Von dem c. M. P. Augustin Reslhuber,

Director der Sternwarte in Kremsmünster.

Auf Veranlassung des Herrn Professors Dr. Schönbein, welcher unser Observatorium im August des Jahres 1853 mit einem Besuche beehrte, begann ich am 16. September desselben Jahres die Beobachtungen über den Ozongehalt der atmosphärischen Luft.

Die Beobachtungen wurden gemacht mittels des Schönbein-schen Ozonometers, welches in einem Papierstreifen besteht, der mit Jod-Kalium und Stärkmehl präparirt ist. Ozon verbindet sich leicht mit Kalium, wodurch Jod frei wird, auf welches das Stärkmehl reagirt, sobald der Streifen in Wasser getaucht wird. Nachdem diese Streifen durch zwölf Stunden der Einwirkung der Luft ausgesetzt waren, werden sie in destillirtes Wasser getaucht, und nach der Intensität der Färbung des Streifens der Grad der Einwirkung des Ozon's der Luft auf das Ozonometer, und also die Menge des Ozon's, mittels einer Farben-Scala, die eilf Numern enthält von 0—10, beurtheilt.

Grad 0 = Papierstreifen ganz weiss, unverändert;
„ 10 = tief violettblau.

Das Ozonometer wurde zu diesem Zwecke ausserhalb eines Fensters der Sternwarte auf der Nordseite, wo die Beobachtungs-Thermometer sich befinden, der Einwirkung der Luft ausgesetzt, vor Regen und dem directen Sonnenlichte gut geschützt. In der Nähe befinden sich durchaus keine bisher als Ozon zerstörende bekannten Gegenstände. Die Beobachtungen zerfallen in Tag- und Nacht-Beobtungen,

Tag von 6 Uhr Morgens bis 6 Uhr Abends;
Nacht „ 6 „ Abends „ 6 „ Morgens.

Die nachstehende Tabelle enthält die monatlichen Beobachtungs-Resultate in Graden der Schönbein'schen Scala:

		Tag.	Nacht.	Mittel.	Differenz. (N. — T.)
1853.	September .	2·03	4·67	3·35	2·64
	October . .	3·24	4·13	3·69	0·89
	November . .	4·15	5·57	4·86	1·42
	December . .	6·13	7·18	6·66	1·05
1854.	Jänner . . .	7·85	8·55	8·20	0·70
	Februar . .	7·21	8·25	7·73	1·04
	März . . .	5·84	7·54	6·69	1·70
	April . . .	2·57	4·54	3·56	1·97
	Mai	1·91	5·12	3·52	3·21
	Juni	5·14	6·82	5·98	1·68
	Juli	3·60	4·58	4·09	0·98
	August . . .	3·21	4·48	3·85	1·27
	September .	3·22	4·10	3·66	0·88
	October . .	5·34	5·44	5·39	0·10

Jahresmittel vom October 1853 bis September 1854.

	Tag.	Nacht.	Mittel.	Differenz.
M =	4·51	5·91	5·21	1·40

Da die Beobachtungen erst mit 16. September begannen, so wurde dieser Monat im Jahresmittel nicht berücksichtigt.

Betrachtet man die Änderung des Mittels aus den Tag- und Nacht-Beobachtungen, so zeigen sich

zwei Maxima des Ozongehaltes (im Januar und Junius),
zwei Minima „ „ (im October und Mai).

Der Ozongehalt ist in den kalten Monaten am grössten, in den wärmeren geringer; am Tage kleiner als in der Nacht.

Die Differenz des Gehaltes an Ozon zwischen Tag und Nacht zeigt in dieser Reihe von Beobachtungen keinen gesetzmässigen Gang, ist mit Ausserachtlassung des Septembers vom Jahre 1853 (aus dem oben angeführten Grunde) am grössten in den Monaten März bis Junius. Bei oberflächlicher Betrachtung dieser Beobachtungsdaten lässt sich sonst weiter nicht viel heraus demonstriren.

Da die Entdeckung des Ozon's der neuesten Zeit angehört, und unsere Kenntnisse über dasselbe, besonders über den Gehalt der Luft an Ozon, über die Variationen dieses Gehaltes bei verschiedener Beschaffenheit der Luft und den mannigfaltigen meteorischen Vor-

gängen, über die Ursachen der Änderungen etc. noch so sparsam sind, so stellte ich mir die Aufgabe, aus den Beobachtungen auszumitteln, welche Vorgänge in unserer Atmosphäre sich als einflussreich auf den Gehalt der Luft an Ozon und auf die Änderungen desselben erweisen. Es ist wohl nicht nöthig zu erwähnen, dass das Ozonometer nur Aufschluss über die Verhältnisse der nächsten Umgebung verschaffe.

Ich untersuchte demnach

1. Welch' ein Unterschied im Ozongehalte der Luft bei hohem und niedrigem Luftdrucke sei.

Da der mittlere jährliche Luftdruck unseres Ortes aus vieljährigen Bestimmungen = 323·0 Pariser Linien ist, so stellte ich alle Ozonometer-Beobachtungen zusammen, bei welchen der Luftdruck von dem mittleren um ± 2‴5 oder um mehr verschieden war, und fand

	Ozongehalt			
	Tag	Nacht	Mittel	Zahl der Beobachtungen
bei hohem Luftdrucke	4·72	5·86	5·29	(104)
bei niederem Luftdrucke	4·88	6·18	5·53	(38)
bei einem Luftdrucke = 328‴37 .	4·99	5·53	5·26	(27)
„ „ „ = 315·85 .	6·50	8·36	7·43	(7)

NB. Die mit Klammern eingeschlossenen Zahlen bezeichnen im Nachfolgenden stets die Summe der Beobachtungen.

Es ist demnach die Luft bei niederem Luftdrucke reicher an Ozon als bei hohem.

2. Bei hoher und niederer Temperatur der Luft.

Als eine hohe Temperatur wurde genommen:

im April und Mai . . . T. höher als 16°0 R.
im Junius bis September T. höher als 20°0 R.

Als tiefe Temperatur unter — 6°0 R.

	Tag.	Nacht.	Mittel.	
Bei hoher Temperatur O. Gehalt	2·35	4·77	3·56	(39)
bei niederer Temperatur O. Gehalt	6·63	7·77	7·20	(30)

Ozongehalt der Luft bei tiefen Temperaturen grösser als bei hohen.

3. An den Tagen mit grosser Feuchtigkeit und Trockenheit der Luft.

Als sehr feuchte Tage wurden genommen, an welchen der relative Dunstgehalt der Luft

in den kälteren Monaten über 95 % des Dunstgehaltes im Maximo,
„ „ wärmeren „ „ 85 % „ „ „ „

als trockene, an welchen der relative Dunstgehalt der Luft unter 46 Procente des Dunstgehaltes im Maximo betrug.

Die Beobachtungen geben

	Ozongehalt Tag	Nacht	Mittel	
an den feuchten Tagen der kälteren Monate (November bis März)	8·28	9·58	8·93	(25)
an den feuchten Tagen der wärmeren Monate (April bis October)	6·07	6·41	6·24	(47)
beide nach ihrem Gewichte im Mittel vereiniget	6·83	7·51	7·17	(72)
an den trockenen Tagen (April bis September)	1·72	3·96	2·84	(41)

Ozongehalt der Luft an feuchten Tagen grösser als in den trockenen, besonders in den kälteren Monaten.

4. An heiteren und trüben Tagen ohne Niederschlägen.

	Tag.	Nacht.	Mittel.
An den heiteren Tagen (von October bis März)	4·99 (47)	6·10 (29)	5·55
an den heiteren Tagen (von April bis September)	1·64 (55)	3·35 (62)	2·50
nach ihrem Gewichte im Mittel vereiniget	3·18(102)	4·23 (91)	3·71
an trüben Tagen ohne Niederschlägen	4·61 (70)	5·76 (70)	5·19

Ozongehalt der Luft an trüben Tagen (ohne Niederschlägen) grösser als an den heiteren; an den heiteren Tagen der kälteren Monate grösser als in denen der wärmeren.

5. Ozongehalt der Luft bei den verschiedenen Wolken-Arten.

	Tag.		Nacht.		Mittel.
Bei Cirrocumulus	1·42	(9)	3·21	(7)	2·32
„ Cirrus	2·75	(19)	4·00	(20)	3·38
„ Cumulus	3·45	(160)	5·05	(155)	4·25
„ Cumulostratus	4·73	(70)	6·80	(71)	5·77
„ Cirrostratus	6·13	(68)	7·28	(71)	6·71
„ Nebel	5·77	(35)	5·91	(39)	5·84

Ozongehalt grösser bei den Wolken-Arten, bei welchen die Luft feuchter ist, und gewöhnlich Niederschläge erfolgen, bei Cumulostratus und Cirrostratus, als bei den Wolken-Arten, bei welchen Niederschläge nicht oder sehr selten erfolgen.

6. Ozongehalt der Luft bei den verschiedenen Winden.

	Tag.		Nacht.		Mittel.	Mittel.
Bei N.	6·50	(2)	—		—	
„ NO.	3·80	(20)	5·50	(1)	4·65	
„ O.	3·68	(95)	5·86	(47)	4·77	4·78
„ SO.	5·50	(1)	6·75	(2)	6·13	
„ S.	2·25	(4)	2·00	(1)	2·13	
„ SW.	5·70	(22)	6·14	(30)	5·92	
„ W.	5·27	(81)	6·85	(62)	6·06	6·02
„ NW.	5·11	(43)	6·91	(22)	6·01	

Die Nord- und Südwinde sind bei uns sehr selten, daher berechtigen die wenigen Beobachtungen zu keinem sicheren Schluss. Ich verband die Beobachtungen bei östlichen und westlichen Winden im Mittel, und da ergibt sich das Resultat, dass der Ozongehalt der Luft bei den westlichen Winden grösser sei als bei den östlichen.

	Tag.		Nacht.		Mittel.
Bei den Ostwinden (vom October bis März)	5·45	(49)	6·65	(39)	6·05
„ „ „ (vom April bis September)	1·79	(46)	2·00	(8)	1·90
„ „ Südwestwinden (vom October bis März)	7·70	(10)	9·15	(12)	8·43
„ „ „ (vom April bis September)	4·04	(12)	4·14	(18)	4·09

Ozongehalt bei Ostwinden und Südwestwinden in den kälteren Monaten grösser als in den wärmeren.

7. Ozongehalt bei atmosphärischen Niederschlägen.

	Tag.		Nacht.		Mittel.
Bei Reif Ozongehalt	—		4·63	(16)	4·63
„ Regen (Winter- u. Sommer-Regen)	6·32	(56)	7·40	(69)	6·86
„ Schneeregen	7·50	(4)	8·71	(7)	8·11
„ Schnee	8·14	(18)	9·72	(25)	8·93
„ Eiskrystallbildung	10·00	(1)	11—12	(2)	10·75

(Das Ozonometer war tief schwarzblau gefärbt.)

Diese Resultate sprechen so klar, dass sie keines Commentares bedürfen.

8. Ozongehalt der Luft bei Donnerwettern.

Tag.		Nacht.		Mittel.
2·91	(11)	6·72	(9)	4·82

Am Tage gewöhnlich warme Luft, dem Gewitter folgt eine Abkühlung der Temperatur.

9. Ozongehalt der Luft bei Höhenrauch.

Tag 2·5 (3).

Luft warm, Himmel mit Cirrus leicht umzogen.

Diese Beobachtungen führen zu dem Schluss, dass, je enger die Dunsttheilchen der Luft an einander gebracht werden, der Ozongehalt um so mehr zunehme; oder dass der Ozongehalt der Luft mit den Aggregationsformen des atmosphärischen Wassers im innigsten Zusammenhange stehe,

am kleinsten ist im elastischen Zustande des Wassers,
grösser beim Übergang in den tropfbar-flüssigen,
am grössten beim Übergang in den festen Zustand.

Folgende Zusammenstellung der erlangten Beobachtungs-Resultate gibt hierüber die klarste Einsicht:

	Tag.	Nacht.	Mittel.
Ozongehalt der Luft bei heiterem Himmel	3·18	4·23	3·71
„ „ „ „ trübem Himmel (ohne Niederschlag)	4·61	5·76	5·19
„ „ „ „ Nebel	5·77	5·91	5·84
„ „ „ „ Regen	6·32	7·40	6·86
„ „ „ „ Schneeregen	7·50	8·71	8·11
„ „ „ „ Schnee	8·14	9·72	8·93
„ „ „ „ Eiskrystallbildung	10·00	11—12	11·00

Man hat daher bei Beurtheilung der Beobachtungen über den Ozongehalt der Luft und der Änderungen desselben auf die Zustände des Himmels, die Beschaffenheit der Atmosphäre, Winde, Temperatur, und ganz besonders auf die Feuchtigkeitsverhältnisse der Luft und die Niederschläge zu achten.

Beurtheilt man von diesem Gesichtspunkte aus die Beobachtungs-Resultate über den Ozongehalt der atmosphärischen Luft, so wird klar:

warum bei östlichen Winden der Ozongehalt kleiner ist als bei westlichen; östliche Winde bringen trockene, die westlichen feuchte Luft mit häufigen Niederschlägen;

warum bei östlichen Winden im Winter der Ozongehalt grösser ist als im Sommer; im ersten ist die Temperatur kälter, die Dünste concentrirter als im Sommer. Bei den westlichen Winden im Winter grösser als im Sommer, weil bei der niedrigen Temperatur häufig Niederschläge als Schnee erfolgen;

warum bei hohem Barometerstande der Ozongehalt kleiner ist, als bei tiefem, weil im ersteren Falle östliche Luftströmungen, im zweiten südliche und westliche vorherrschen, denen oftmals Niederschläge folgen;

warum bei hoher Temperatur kleiner als bei tiefer, weil im ersten Falle die Dunsttheilchen weiter aus einander treten, im zweiten in einen engeren Raum zusammengedrängt werden;

warum an feuchten Tagen grösser als an trockenen, an trüben Tagen grösser als an heiteren;

warum bei Regenwolken grösser (Cumulostratus Cirrostratus) als bei Wolken, bei welchen keine Niederschläge stattfinden (Cirrus, Cirrocumulus, Cumulus).

So erklärt sich die Zunahme des Ozongehaltes bei den verschiedenen Arten der Niederschläge; warum der Ozongehalt am Tage kleiner ist bei gleichen Luftverhältnissen als in der Nacht, warum im Winter grösser als im Sommer; warum an Tagen und in Monaten, an welchen stärkere Temperaturschwankungen stattfinden, der Unterschied des Ozongehaltes bei Tag und Nacht grösser ist als gewöhnlich, wie im März, April, Mai, Juni etc.; warum an den Tagen mit Nebel der Unterschied im Ozongehalte zwischen Tag und Nacht so unbedeutend ist, weil die Verhältnisse der Atmosphäre sich fast gleich bleiben.

Berücksichtiget man diese Erfahrungen, so klärt sich auch die Ansicht des zu Anfang gegebenen Schema's mit den monatlichen Beobachtungs-Resultaten auf.

Ich stelle sie hier zur besseren Übersicht in Verbindung mit jenen meteorologischen Beobachtungsdaten, welche auf die Änderung des Ozongehaltes am meisten einwirken.

Monat	Ozongehalt				Mittl. Luftdruck Par. Linien	Mittl. Temp. R. Grade	Luft-Feuchtigkeit Proc.	Höhe der Niederschläge Par. Zolle	Vorherrschende		Tage heiter und fast heiter	ganz trüb	mit Nebel	Regen	Schnee
	Tag	Nacht	M.	Diff. N—T.					Winde	Wolken					
1853. September	2·03	4·67	3·35	2·64	322‴76	11°39	75·09	1″738	östl. u. westl.	Cum.	7	10	2	9	—
October	3·24	4·13	3·69	0·89	322·28	6·76	86·45	1·554	westliche	Cum. Nebel	—	15	17	9	—
November	4·15	5·57	4·86	1·42	324·16	1·27	93·20	2·021	östliche	Nebel	—	26	8	1	4
December	6·13	7·18	6·66	1·05	321·95	— 4·33	89·80	0·850	östliche	Cir. str.	7	17	7	—	6
1854. Jänner	7·85	8·55	8·20	0·70	322·77	— 2·34	93·08	1·244	westliche	Cir. str. Nebel	11	16	9	7	2
Februar	7·21	8·25	7·73	1·04	323·57	— 1·63	89·40	3·236	westliche	Cum. str. und Cir. str.	3	17	—	2	11
März	5·84	7·54	6·69	1·70	325·86	1·78	82·14	1·602	westliche	Cum. und Cum. str.	10	13	1	6	5
April	2·57	4·54	3·56	1·97	323·61	6·61	61·13	2·542	östl. u. westl.	Cum.	17	9	1	5	3
Mai	1·91	5·12	3·52	3·21	321·44	11·22	66·91	1·562	östliche	Cum.	15	8	1	10	—
Juni	5·14	6·82	5·98	1·68	322·07	12·26	77·12	5·946	westliche	Cum str. und Cum.	4	12	—	18	—
Juli	3·60	4·58	4·09	0·98	322·77	15·12	66·33	4·591	östliche	Cum.	16	5	—	15	—
August	3·21	4·48	3·85	1·27	323·62	13·90	74·31	4·979	westliche	Cum. und Cum. str.	8	13	—	15	—
September	3·22	4·10	3·66	0·88	325·07	10·82	68·40	1·375	westliche	Cum.	21	2	—	4	—
October	5·34	5·44	5·39	0·10	323·13	6·98	74·10	1·192	östl. u. westl.	Cum. und Cum. str.	14	8	2	8	—

Nach dem Minimum des Ozongehaltes im September 1853, welcher warm, ziemlich trocken und heiter, bei abwechselnd östlichen und westlichen Winden und vorherrschender Wolken-Art Cumulus, und einer geringen Menge von Niederschlägen, steigt der Ozongehalt regelmässig zum Maximum im Jänner 1854, welcher kalt, sehr feucht war, mit vorherrschend westlichen und südwestlichen Winden; Wolken-Art Cirrostratus, öfterer Nebel und Regen.

Im Februar und März nimmt der Ozongehalt ab, regelmässig, ganz in Übereinstimmung mit den meteorischen Vorgängen.

Im April und Mai tritt ein Minimum ein; der Grund ist die grosse Heiterkeit des Himmels, grosse Trockenheit der Luft bei vorherrschenden Winden aus Ost und der obwaltenden Wolken-Art Cumulus; geringe Menge der Niederschläge.

Im Juni ist der Ozongehalt wieder grösser (zweites Maximum), und ohne Zweifel für diesen Monat ziemlich normal; Himmel wenig heiter, Luft ziemlich feucht, mittlere Temperatur, westliche Winde, Wolken-Art Cumulus und Cumulostratus mit mehreren Donnerwettern und häufigem Regen.

Von da an nimmt der Ozongehalt regelmässig ab zum Minimum im September, welcher ziemlich warm, sehr heiter und trocken war; herrschende Winde aber selten und schwach aus West, Wolken-Art Cumulus, mit sparsamem und wenig ausgiebigem Regen.

Im October nimmt der Ozongehalt wieder zu, in voller Übereinstimmung mit den meteorischen Vorgängen.

Von den zwei Maximis ist das im Jänner das grössere; tiefere Temperatur und ein höherer Grad der Luftfeuchtigkeit tragen hier zur Steigerung des Ozongehaltes besonders bei. Die beiden Minima (April, Mai und September) sind fast gleich, da auch alle Verhältnisse der Atmosphäre in diesen Monaten die grösste Übereinstimmung hatten.

Vorträge.

Physiologische Bemerkungen über die Arteriae coronariae cordis.

Von dem w. M. Prof. E. Brücke.

Bekanntlich entspringen bei den Menschen, Säugethieren und Vögeln die Kranzschlagadern des Herzens im Bereiche der *Sinus Valsalvae.* Der Eingang in dieselben ist desshalb während der Zusammenziehung der Kammern geschlossen und wird erst nach Beendigung derselben eröffnet. Es ist also klar, dass an demselben nicht die ganze Triebkraft des linken Herzens wirksam ist, sondern nur der Theil derselben, welcher während der Kammersystole zur Ausdehnung der Schlagaderstämme verbraucht, das heisst in Spannkraft umgesetzt wird, um während der Diastole durch die Elasticität der Arterienwände wieder zu lebendiger Kraft regenerirt zu werden. Nichts desto weniger wirkt auch während der Systole auf das Blut in den Kranzschlagadern, abgesehen von der Elasticität ihrer Wände, eine Triebkraft, indem der Herzmuskel selbst ihre tiefen Äste sammt den Capillaren zusammendrückt und das Blut in der Richtung gegen die Venen hin fortschiebt und in diesen selbst durch den auf ihre tiefen Äste ausgeübten Druck weiter treibt.

Der Nutzen, den die Verschliessung der Kranzschlagadern während der Systole hat, ist einleuchtend. Würden sie offen stehen, so würde das in sie einströmende Blut durch den Druck, den es auf die Wandungen ausübt, der Herzcontraction einen Widerstand entgegensetzen, der einen unnützen Kraftverbrauch bedingte. Zugleich würde der Druck auf die dünnen Kranzschlagader-Wände sich gegen das Ende der Systole unverhältnissmässig steigern. Er würde dem in der Aortenwurzel nahezu gleich werden, da die Capillaren durch die Contraction des Herzmuskels bis zum Verschwinden ihres Lumens zusammengedrückt werden und so der bei weitem grösste Theil ihres Stromgebietes, nämlich der in den Wänden der Ventrikel und ihrem Septum liegende, temporär verschlossen wird.

Andererseits ist es klar, dass das nach beendigter Systole in die Herzgefässe eintretende Blut dieselben und mit ihnen die Herzwände

auszudehnen strebt. Diese Wirkung wird gering sein in den dünnen, nur von schwachen Ästen versehenen Vorhofswänden, aber beträchtlicher in den Kammerwänden, so dass diese von dem Augenblicke an, wo sie erschlaffen und somit die Semilunarklappen zufallen, durch das einströmende Blut allmählich wieder in die diastolische Gestalt zurückgeführt werden. Da sie hierbei nothwendig Blut aus den Vorhöfen aufnehmen müssen, so mag hier der Ort sein diesen Vorgang in seinen einzelnen Momenten näher zu erörtern.

Stellen wir uns zuerst der Einfachheit wegen den Herzbeutel als starr und unnachgiebig vor, so wird das in ihm eingeschlossene Blutvolum immer eine constante Grösse haben. In demselben Masse also, in welchem bei der Herzsystole das Blut durch Körper- und Lungenschlagadern ausgetrieben wird, in demselben Masse muss Blut aus Hohl- und Lungenvenen in die Vorhöfe nachströmen. Die Triebkraft des Blutes in dem Venensysteme braucht dann nur so gross zu sein, dass sich seine Stämme noch mit der hinreichenden Menge Blut anfüllen; dasselbe wird, sobald sich der Ventrikel zusammenzieht, in den Vorhof einströmen.

Was geschieht nun, nachdem der entleerte Ventrikel wieder erschlafft? Bei den kaltblütigen Wirbelthieren beginnt hier sogleich die Systole der grossen Venenstämme und der Vorhöfe, die Klappen zwischen beiden schliessen sich und der Ventrikel wird durch das einströmende Blut wieder ausgedehnt. Anders verhält es sich bei den warmblütigen Wirbelthieren. Hier liegt ganz entschieden zwischen dem Ende der Kammersystole und dem Beginne der Vorhofsystole eine Pause. Eben so gewiss ist es, dass während dieser Pause der Blutgehalt der Ventrikel fortwährend zunimmt, bis endlich die Zusammenziehung der Vorhöfe ihre Anfüllung vollendet und unmittelbar in die Kammersystole übergeht. Bei der vorhin gemachten und später einzuschränkenden Annahme, dass die Blutmenge des gesammten Herzens sich während der Herzpause nicht ändere, kann man die Anfüllung der Kammern begreiflicher Weise nicht aus der Stromkraft des Venenblutes ableiten. Lassen wir also diese vorläufig unberücksichtiget, welche Kräfte bleiben uns übrig, um den Übertritt des Blutes in die Ventrikel zu vermitteln? Unter solchen ist in erster Reihe die Elasticität des letzteren genannt worden. Man stellt sich vor, dass das Herz, nachdem es sich bis zum Verschwinden seiner Höhlen contrahirt hat, sich vermöge der Elasticität seiner Muskel-

substanz wieder ausdehne, so dass dadurch die Höhlen wieder hergestellt worden. Allerdings finden sich im Herzen des Cadavers in der Regel beträchtliche Höhlen und wenn man die Atrien und die grossen Arterienstämme abschneidet und dann das Herz in der Hand zusammendrückt, so findet man, dass es derselben einen beträchtlichen Widerstand entgegensetzt um die Lumina seiner Höhlen zu bewahren und dieselben, wenn der Druck nachlässt, vermöge seiner Elasticität wieder herstellt. Die elastischen Eigenschaften des todten Muskels sind aber wesentlich verschieden von denen des lebenden erschlafften, da in ihm der Faserstoff geronnen ist [1]).

Es gibt freilich Physiologen, welche heute noch der Meinung sind, dass er auch in den lebenden Muskeln geronnen sei, aber sie haben sich schwerlich klar gemacht, wie ein solcher Muskel es anfangen sollte sich zusammenzuziehen. Der todtenstarre Muskel hat seine bestimmte Gestalt, in der seine Theile gegen einander im Gleichgewicht sind. Dieser seiner Gleichgewichts-Figur strebt er unter allen Umständen zu, welches auch die Richtung sei, in der man seine Theile aus ihrer Lage zu bringen sucht. Die Gleichgewichts-Figur, der der lebende Muskel zustrebt, wechselt aber mit seinem Erregungszustande. Eduard Weber's Ausspruch, dass der lebende Muskel in allen seinen Erregungszuständen sich wie ein elastischer Körper verhalte, ist offenbar missverstanden worden. Wenn man den lebenden erschlafften Muskel in der Richtung seiner Fasern auszudehnen sucht, so stösst man allerdings auf einen mit der erzielten Verlängerung rasch wachsenden Widerstand, derselbe ist aber sehr gering, wenn die auf den Muskel wirkende Kraft nicht auf Verlängerung der Fasern, sondern auf Biegung derselben hinzielt, desshalb stehen in dem lebenden ausgeschnittenen Herzen die Ventrikel nicht in derselben Weise offen wie im todten, sondern namentlich die dünnen Wände des rechten Ventrikels fallen während der Diastole den Gesetzen der Schwere folgend vollständig zusammen, wie dies Jedem bekannt sein muss, der an leeren ausgeschnittenen Herzen experimentirt hat. Da also hier die Kraft, mit der die Wände in die diastolische Lage zurückstreben, schon durch die Schwere der Muskelsubstanz überwunden wird, so ist sie sicher so gering, dass wir ihr in der Ökonomie der

---

[1]) E. Brücke, über die Ursache der Todtenstarre. Müller's Archiv für Anatomie, Physiologie und wissenschaftliche Medicin 1842, S. 990.

Herzthätigkeit nur einen sehr untergeordneten Rang zuweisen können.

Mehr Berücksichtigung verdient die veränderte Spannung der Arterien und Venen, an welchen das Herz aufgehängt ist. Bei den Fluss-Schildkröten, die eine sehr grosse serumreiche Herzbeutelhöhle haben, ist die Herzspitze oder vielmehr der Theil, der der Herzspitze des Menschen entspricht, durch ein eigenes Band am Grunde des Herzbeutels angeheftet; dies ist beim Menschen nicht der Fall, aber man kann doch seine Herzspitze nicht als ganz frei beweglich betrachten. Der engumschliessende, an seine Umgebungen befestigte Herzbeutel muss bei der geringen Menge von *Liquor pericardii*, welche er enthält, die Bewegungen der Herzspitze im hohen Grade beschränken, so dass bei der Verkürzung der Ventrikel durch die Systole die Ostien gegen die Herzspitze herabsteigen [1]), was erleich-

[1]) Ich kenne keinen Weg, um mich mit Sicherheit zu überzeugen, wie sich beim Menschen die einzelnen Theile des Herzens hinter der Brustwand verschieben. Beim Kaninchen aber habe ich durch Versuche an zehn verschiedenen Thieren Folgendes erfahren. Sticht man eine Nähnadel, die man mit einem Siegellackköpfchen versehen hat, durch die Thoraxwand in den oberen Theil des Herzens, so bewegt sich das Knöpfchen bei der Kammersystole, abgesehen von seitlichen Abweichungen, die davon abhängen, ob man den rechten oder linken Ventrikel oder das Septum trifft, gegen den Kopf des Thieres hin, sticht man dagegen die Nadel in die Herzspitze, so bewegt sich das Knöpfchen bei der Kammersystole gegen das Fussende des Thieres hin, aber in viel kleinerer Amplitude, meist mit so kleinen zitternden Bewegungen, dass es schwer ist, die Richtung zu unterscheiden. Steckt man bei einem ausgewachsenen Kaninchen fünf Nadeln in die fünf oberen Zwischenrippenräume hart am linken Rande des Brustbeines und hart über dem Knorpel der den Zwischenrippenraum nach unten begrenzenden Rippe, so bewegt sich das Knöpfchen der untersten Nadel bei der Kammersystole nach abwärts, alle übrigen nach aufwärts, und zwar die untersten von ihnen am schwächsten, diejenige, welche der Wurzel der Lungenschlagader am nächsten ist, am stärksten; gewöhnlich ist dies die zweite von oben, bisweilen aber auch die oberste. Unter dem Knorpel der linken fünften Rippe liegt also das Stück des linken Ventrikels, welches bei den verschiedenen Phasen der Herzcontraction weder nach aufwärts noch nach abwärts bewegt wird. Untersucht man die Stellen, wo die Nadeln eingedrungen sind, so findet man die Spitze der obersten in der *Art. pulmonalis*, die der zweiten meist im oberen Theile des rechten Ventrikels, selten im linken, die dritte und vierte im linken Ventrikel nahe dem Septum oder im Septum selbst, die der fünften in der Herzspitze. Diese letzte Nadel verfehlt aber leicht ihr Ziel und dringt unmittelbar unter der Herzspitze zwischen ihr und dem Diaphragma ein; offenbar geschieht dies, wenn sich im Augenblicke des Einstechens die Kammer in der Systole befindet, und die Herzspitze somit ein wenig gehoben ist. Diese Erscheinungen stimmen durchaus mit dem überein, was man nach den im Text angestellten Betrachtungen erwarten musste. Lässt man das Thier

tert wird dadurch, dass einerseits die Aorta und *Art. pulmonalis* durch das einströmende Blut verlängert werden, andererseits Blut durch die Hohl- und Lungenvenen in die Vorhöfe nachfliesst. Sobald nun aber die Systole beendigt ist, beginnen Aorta und Lungenarterie sich vermöge ihrer Elasticität wieder zu verkürzen und da nichts mehr den Übertritt des Blutes aus den Vorhöfen in die Ventrikel hindert, so ist es natürlich, dass die Ostien wieder gehoben werden. Man kann eigentlich nicht sagen, dass das Blut in die Ventikel ergossen werde, da die Ortsveränderung desselben nur gering ist; man drückt sich richtiger aus, wenn man sagt, die Ventrikel werden über das Blut hinübergezogen. Bei dieser Bewegung nun leistet der Druck des in die Kranzschlagadern einströmenden Blutes eine wesentliche Hülfe, indem er die Herzwände nach allen Seiten hin gleichmässig auszudehnen sucht. Man kann sich die Energie derselben leicht veranschaulichen, wenn man an ein dickes, unten mit einem Hahne, oben mit einem Trichter versehenes Glasrohr von hinreichender Länge ein Herz mit der Aorta anbindet, nachdem man den rechten Vorhof und die Mündung der Kranzvene gespalten hat, damit das Wasser, welches man in die Röhre giesst, durch die Kranzgefässe frei abfliessen kann, ohne den rechten Ventrikel anzufüllen. Befestigt man nun die Röhre in senkrechter Stellung, so dass das Herz frei an derselben hängt, und giesst durch den Trichter Wasser hinein, das die Aortenklappen verschliesst und in die Kranzschlagadern einströmt, so bemerkt man bald, wie die Herzwände sich prall ausspannen, so dass der rechte Ventrikel, dessen Inneres man sich durch Spalten und Umkrämpen seines Vorhofs zugänglich gemacht hat, eine weite, offene leere Höhle darbietet.

Es findet also hier ein harmonisches Zusammenwirken mehrerer Kräfte Statt, um die Anfüllung des Ventrikels während der Herzpause beginnen, wenn auch nicht vollenden zu lassen; will man aber

---

während des Versuchs verbluten, so richten sich die Köpfe aller Nadeln schief nach unten, d. h. wegen der nachlassenden Spannung der grossen Gefässe rücken alle Theile des Herzens nach oben. Bei diesen Versucheu hat man auch oft Gelegenheit den Einfluss stärkerer Athembewegungen auf die Lage des Herzens zu beobachten, indem sich bei einigermassen tiefen Inspirationen durch das Herabtreten des Zwerchfells und des auf demselben ruhenden Herzens die Köpfe der in demselben steckenden Nadeln nach dem Kopfende hin bewegen, so dass ihnen eine doppelte Bewegung zukommt, indem die eine von der Herzcontraction, die andere von den Athembewegungen abhängt.

dieselben vollständig erörtern, so muss man noch einen anderen Punkt berücksichtigen.

Wir haben uns im Eingange der grösseren Einfachheit wegen den Herzbeutel starr und unnachgiebig vorgestellt, er ist aber dies keinesweges, sondern seine Bewegungen sind durch seine Befestigung an die benachbarten Theile nur bis zu einem gewissen Grade beschränkt. Er wird desshalb durch die Ventricularsystole nicht nur aus der Lage gebracht, die er während der Vorhofsystole annahm, sondern auch von der Gleichgewichts-Lage entfernt, welcher es während der Herzpause zustrebt. Sobald also die Ventricularsystole, deren Wirkung man sogar von aussen an dem fünften Intercostalraume und bisweilen selbst an der ganzen linken Seite des Thorax und am *Scrobiculum cordis* wahrnimmt, nachlässt, wird er vermöge seiner Elasticität und der der Theile, an denen er befestigt ist, wiederum gegen jene Gleichgewichts-Lage zurückweichen, so wie früher die Herzwände auf ihn wirkten nun in entgegengesetzter Richtung auf die Herzwände wirken, und so den Übertritt des Blutes aus den Vorhöfen in die Ventrikel erleichtern.

Auf dem Widerstande, welchen der Herzbeutel bei der Kammersystole leistet, beruht auch die sogenannte Herzaspiration, welche neuerlich wieder von Weyrich [1]) unter Bidder's Leitung einer experimentellen Untersuchung unterworfen worden ist, und die man fälschlich einer eigenen Expansion der Vorhöfe zugeschrieben hat, die man theils aus der Contracticität, theils ebenso unrichtig aus der Elasticität ihrer Wände ableitete.

Die vorläufige Annahme, dass der Herzbeutel starr und unnachgiebig sei, schloss ferner die Folgerung ein, dass während der verschiedenen Phasen der Herzcontraction immer gleich viel Blut in Herz und Vorhöfen zusammengenommen enthalten sei. Auch dies ist in Wirklichkeit nicht der Fall, indem bei dem Nachgeben des Herzbeutels das Blut durch Körper- und Lungenvenen nicht so rasch nachfliesst, als es durch die gleichnamigen Arterien ausgetrieben wird.

Am Ende der Kammersystole hat also die Blutmenge des gesammten Herzens ihr Minimum erreicht, und wächst von da ab bis zum Beginn der Vorhofsystole; während derselben ist sie bei den Thieren, welche schliessende Klappen am Eingange der Vorhöfe

---

[1]) De aspiratione cordis experimenta Diss. inaug. Dorp. 1833.

haben [1]), stationär, und auch beim Menschen, wo dergleichen Klappen nicht vorhanden sind, findet im normalen Zustande sicher keine Zurückstauung des Blutes Statt, indem die Contraction an den Venen beginnt und sich in Form einer Welle auf die Vorhöfe fortsetzt, und das Blut bei seinem Übertritte aus dem Vorhofe in den Ventrikel bei dessen erschlafften Wänden und weitem *Ostium venosum* gar keinen Widerstand findet, da das fortdauernd in die Kranzschlagadern einströmende Blut die erschlafften Kammern auf das Maximum ihrer Capacität auszudehnen sucht, während seine Wirkung in den schwächeren Ästen der dünnwandigen Vorhöfe von der Musculatur derselben leicht überwunden wird, wozu offenbar die *Musculi pectinati* eine nicht unwesentliche Einrichtung sind.

Es ist sehr wahrscheinlich, dass das während der Diastole in die Kranzschlagadern einströmende Blut auch auf die Papillarmuskeln wirkt, sie verlängert und aufrichtet und ihnen so die Lage gibt, welche sie haben müssen, damit die Atrioventricularklappen beim Übergang der Vorhofsystole in die Kammersystole pünktlich und sicher schliessen; aber ich habe hierüber keine directen Erfahrungen machen können, da die Papillarmuskeln an todten Herzen zu starr sind.

Bei den Amphibien, die bekanntlich keine Herzpause haben, entsprang die Kranzschlagader, da wo ich sie selbst untersuchte, in einem Falle auch aus einem *Sinus Valsalvae*, nämlich bei *Psammossaurus griseus*, wo sie aus dem rechten *Sinus Valsalvae* der rechten Aorta entspringt und sich gleich darauf in zwei Äste theilt, von denen der eine die Wurzel der grossen Gefässe nach vorne zu umkreist, während der andere sie nach hinten zu so eng umschliesst, dass er fast in ihrer Wand zu verlaufen scheint. In anderen Fällen, nämlich bei *Coluber Aesculapii*, *Tropidonotus natrix* und *Emys Europaea*, entspringt sie oberhalb der *Sinus Valsalvae*, aber sie durchbohrt die Aortenwand in so schiefer Richtung von oben nach unten, dass ihr Eingang ohne Zweifel durch den Beginn der Kammersystole ventilartig verschlossen wird, so dass das erste weniger sauerstoffreiche Blut an ihr vorübergleitet und sie mit dem sauerstoffreicheren gespeist wird, was, wie

---

[1]) Vergl. meine Beiträge zur vergleichenden Anatomie und Physiologie des Gefässsystems in den Denkschriften der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, Band III, Seite 335.

ich in meinen oben citirten Beiträgen zur vergleichenden Anatomie und Physiologie des Gefäss-Systems gezeigt habe, zuletzt ausgetrieben wird. Denn es ist leicht einzusehen, dass das Herz bei der vielen Arbeit, welche es leistet, und wegen des damit verbundenen raschen Stoffwechsels ein sauerstoffreiches Blut nöthig hat, wie denn auch die Kranzschlagader, soviel mir bekannt ist, bei keinem beschuppten Amphibium aus einem andern Gefäss-Stamme, als aus der rechten Aorta hervorgeht.

Über ein neues Vorkommen von Zirkoniumoxyd.

Von dem w. M. Prof. A. Schrötter.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 2. November 1854.)

Das Zirkonium gehört, obwohl man es ausser im *Hyazinthe (Zirkon,* der*)* noch in mehreren anderen Mineralien, wie im *Eudialith*, *Oerstedtit*, *Malakon*, *Zeagonit*, *Ostranit* u. m. a. gefunden hat, immer noch zu den seltenen und wenig untersuchten Stoffen. Ja es ist, den leider noch nicht beendigten Versuchen von Svanberg zufolge, möglich, dass das, was man bisher für Zirkoniumoxyd *(Zirkon,* das*)* hielt, ein Gemenge verschiedener noch nicht vollständig getrennter Oxyde ist. Unter diesen Umständen dürfte die Auffindung von Zirkoniumoxyd in einem längst bekannten und in grosser Menge vorkommenden Minerale, wenigstens für die Wissenschaft nicht ohne Interesse sein.

Bekanntlich findet sich auf der Sau-Alpe in Kärnten in einer Höhe von etwa 6000 Fuss ein Mineral, das nach dem um die Kunde des Vaterlandes verdienten Baron Zois den Namen *Zoisit* erhielt. Nach einer Mittheilung, welche ich der Güte des Herrn Franz von Rosthorn verdanke, kommt der Zoisit in linsenförmigen Ausscheidungen lagerartig in Eklogit vor, der ein von Ost nach West streichendes Lager in Gneus bildet. Die Stelle wo der Zoisit gebrochen wird, liegt an der westlichen Abdachung der Sau-Alpe und in der Nähe einer Quelle, dem Kupplerbrunnen, unweit einer Felsengruppe, der grosse Sau-Ofen genannt.

Im naturhistorischen Mineralsysteme gehört der Zoisit zu der Species *prismatoidischer Augit-Spath* und ist eine der zahlreichen Varietäten derselben, welche unter dem Namen *Epidot*, *Pistazit* etc. bekannt sind.

Der Zoisit erscheint in grünlich-grauen, undurchsichtigen, an der Oberfläche rauhen, langen, oft gebogenen Prismen mit rhombischer Basis, die in einen blaulichen Quarz eingewachsen sind und niemals mit Endspitzen gefunden werden. Auch die best ausgebildeten Krystalle sind in ihrer Masse nicht homogen, indem sie Einschlüsse von Quarz und von Kalkspath enthalten, der durch Eisenoxyd braun gefärbt ist.

Die Aufmerksamkeit der Mineralogen wurde durch die schon von Mohs gemachte Beobachtung auf dieses Mineral gelenkt, das zuweilen scharf ausgebildete Krystalle von Hyazinthen, an denen die Flächen mehrerer stumpfer und spitzerer Pyramiden vorkommen, eingewachsen enthält. Das unerwartete Auftreten eines so seltenen Minerals an einem durch seine herrliche Lage und seine Nachbarschaft so ausgezeichneten Punkte, veranlassten Herrn von Rosthorn und mich schon im Jahre 1829 die Zoisite der Sau-Alpe mineralogisch näher zu untersuchen, wir gewannen aber nur die Überzeugung, dass sich darin sehr selten Hyazinthe finden, ein Resultat, das auch durch alle späteren Erfahrungen bestätigt wurde.

Schon damals vermuthete ich, dass der Zoisit auch noch in seiner Masse Zirkoniumoxyd enthalten dürfte, da kein Fall bekannt ist, wo eine Mutterlauge, aus der eine Substanz herauskrystallisirt, nichts von dieser zurückbehält. Die Versuche in unseren Laboratorien liefern genügende Beweise dafür; in der Natur hat sich diese Thatsache überall, wo man darauf achtete, bestätigt, und so war es auch in diesem Falle. Indem ich durch eine zufällige Veranlassung wieder auf diesen Gegenstand zurückkam, zeigte es sich, dass der Zoisit von der Sau-Alpe neben Kieselsäure, Alumin (Thonerde), Kalk, Eisenoxyd und Spuren von Magnesia und Manganoxydul noch Zirkoniumoxyd enthielt.

Die quantitative Analyse des Zoisit wurde von dem Techniker Herrn Kulesza in meinem Laboratorium mit lobenswerther Sorgfalt in folgender Weise ausgeführt:

Nachdem 4 Grammen des fein geschlemmten Minerals mit kohlensaurem Kali aufgeschlossen waren, wurde die erkaltete

Masse in Wasser gelöst, mit Salzsäure übersättigt, zur Trockenheit abgedampft; nochmals in gleicher Weise mit Salzsäure behandelt und endlich alles durch Digestion in dieser Säure lösliche von der zurückbleibenden Kieselsäure abfiltrirt. Dieselbe wog nach dem Glühen 1·76 Grm., was 44 Pct. Kieselsäure entspricht.

Dem Filtrate wurde nun so viel Ammoniak zugesetzt, dass es nur noch etwas sauer reagirte, dann wurden durch Zusatz von Schwefelammonium alle Stoffe ausser dem Kalke und der Magnesia gefällt. Letztere wurde der geringen Menge wegen, in welcher sie in dem Minerale enthalten ist, nicht weiter beachtet, der Kalk aber in gewöhnlicher Weise mit oxalsaurem Ammoniak bestimmt. Der aus dem oxalsauren Kalke gewonnene kohlensaure Kalk wog 1·269 Grm., was 17·775 Pct. Kalk entspricht.

Der, wie oben angegeben, mit Schwefelammonium erhaltene Niederschlag bestand aus Alumin (Thonerde), Zirkon, Schwefeleisen und Schwefelmangan; derselbe wurde mit Salzsäure behandelt, vollständig oxydirt und durch im Überschusse zugesetztes Ätzkali alles gefällt, das Alumin aber gelöst.

Das aus dem Filtrate durch Chlorammonium gefällte Alumin wog 1·239 Grm., das ist 30·975 Pct.

Um das Eisenoxyd von dem Zirkon (Zirkoniumoxyd) zu trennen, wurden beide in Salzsäure gelöst, Weinsäure zugesetzt und dann mit Schwefelammonium das Eisen als Schwefeleisen gefällt.

Das hieraus erhaltene Eisenoxyd wog 0·197 Grm. oder 4·925 Pct.

Das Zirkon, welches beim Verkohlen und schliesslichen Verbrennen der Kohle zurückblieb, wog 0·08 Grm., beträgt also 2·0 Pct.

Die Zusammensetzung des Zoisits ist demnach folgende:

Kieselsäure	44·000
Alumin	30·975
Kalk	17·775
Eisenoxyd	4·925
Zirkoniumoxyd	2·000
	99.675

Dass der auf die angegebene Weise erhaltene Körper nichts anderes sein konnte als Zirkoniumoxyd, geht aus dem Gange dieser

Analyse selbst hervor. Kalk kann es nicht sein, da es durch Ammoniak und Kali gefällt wird, und Alumin nicht, weil es in letzterem unlöslich ist. Von der Kieselsäure unterscheidet es sich schon dadurch, dass es mit Salzsäure zur Trockenheit abgedampft in Säuren löslich bleibt. Die für das Zirkon so charakteristische Reaction, nämlich mit schwefelsaurem Kali ein fast unlösliches Doppelsalz zu bilden, schliesst die Möglichkeit einer Verwechslung mit Thoriumoxyd aus.

Es ist nicht uninteressant in Erinnerung zu bringen, dass der Zoisit von der Sau-Alpe schon im Jahre 1807 von Klaproth, dem Entdecker des Zirkoniumoxydes analysirt wurde, ohne dass er dieses darin nachwies, obwohl es ihm bereits seit 1789 bekannt war. Da man von dem Vorkommen des Hyazinthes in diesem Minerale damals noch nichts wusste, so war auch gar keine Veranlassung vorhanden nach dem Zirkoniumoxyde zu suchen.

Klaproth gibt für die beiden Varietäten des Zoisites, die er analysirte, folgende Zusammensetzung an [1]:

Kieselsäure	45	47·5
Alumin	29	20·5
Kalk	21	17·5
Eisenoxyd	3	4·5
Wasser	—	0·75.

Die Wasser enthaltende Varietät war etwas verwittert.

Bei einem Minerale, das frei von fremdartigen Beimengungen zu erhalten nicht möglich ist, und bei der Unvollkommenheit der zu jener Zeit bekannten Methoden der Trennung, ist die Übereinstimmung in der Zusammensetzung mit der oben angegebenen immerhin gross genug. Die Kieselsäure ist jedenfalls in allen drei Analysen zu gross gefunden worden, da es unmöglich ist das Mineral ganz von dem mechanisch anhängenden Quarze zu befreien. Das Zirkon ist bei Klaproth sehr wahrscheinlich beim Eisenoxyd geblieben, da nach Abscheidung der Kieselsäure alles mit Ammoniak fällbare durch dasselbe abgeschieden wurde.

Es frägt sich nur noch, in welcher Form das Zirkon im Zoisit der Sau-Alpe enthalten ist, ob nur als Gemengtheil oder etwa als

[1]) Dessen Beiträge etc. Bd. IV, S. 183.

zur chemischen Zusammensetzung desselben gehörend. Für ersteres spricht der Umstand, dass eine Ausscheidung von kieselsaurem Zirkoniumoxyd in Form von Hyazinth bei dem Minerale wirklich stattfindet und daher etwas davon darin fein vertheilt zurückbleiben kann, dagegen scheint aber zu sprechen, dass der fein geschlemmte Zoisit mit concentrirter Schwefelsäure gekocht an diese ausser Kalk und Alumin auch Zirkon abgibt, während Hyazinth bei gleicher Behandlung unverändert bleibt. Da indess die Zoisite *(Kalk-Epidot)* von anderen Fundorten, wie die Analysen von Bucholz, Thomson, Geffken und Besnard zeigen [1]), in ihrer Zusammensetzung ziemlich nahe übereinstimmen, so wäre ein *Zirkon-Zoisit (Zirkon-Kalk-Epidot)*, in welchem der Kalk theilweise durch Zirkon vertreten ist, nicht unmöglich. Nur fortgesetzte Analysen der Epidote und Zoisite verschiedener Fundorte können hierüber Aufklärung verschaffen.

Jedenfalls ist der Zoisit von der Sau-Alpe ein schätzenswerthes Mineral zur Darstellung des Zirkoniumoxydes. Als hierbei einzuschlagendes Verfahren dürfte sich, wenigstens in den ersten Operationen, dasselbe empfehlen, welches oben bei der Analyse des Zoisits befolgt wurde.

Das Mineral wäre durch Schmelzen mit kohlensaurem Kali, welches frei von schwefelsauren Salzen sein muss, aufzuschliessen und dann auf die gewöhnliche Weise die Kieselsäure und der ungelöst gebliebene Theil desselben durch Behandlung mit Salzsäure abzuscheiden. Die von der Kieselsäure abfiltrirte Lösung enthält Kalk, Alumin, Eisenoxyd, Manganoxydul und das Zirkon. Bei Zusatz von Ätzkali oder Natron in Überschuss bleibt ein Niederschlag, der im ungünstigsten Falle $1/4$ seines Gewichtes Zirkoniumoxyd enthält.

Das Übrige ist hauptsächlich Eisenoxyd mit geringen Mengen an Kalk, Manganoxydul und Magnesia. Es dürfte am vortheilhaftesten sein diesen Niederschlag in Salzsäure zu lösen und die Lösung nach dem von Hermann angegebenen Verfahren zuerst verdunsten zu lassen, wodurch das mit acht Äquivalenten Wasser verbundene Oxychlorid Zr_2Cl_2O herauskrystallisirt, während in der darüber stehenden Flüssigkeit fast kein Zirkoniumchlorid zurückbleibt.

---

1) S. Rammelsberg's Handwörterbuch. Art. Epidal.

Wird dieses an der Luft fatiscirende Oxychlorid getrocknet, so scheint es in den Körper Zr_3ClO_2,HCl überzugehen, der bei vorsichtig gesteigerter Temperatur alles Hydrochlor abgibt, so dass eine weisse in Wasser unlösliche Masse, das Oxydchlorid $Zr_3\,ClO_2$ zurückbleibt, welches dann leicht durch Auswaschen von den noch anhängenden fremden Körpern gereinigt werden kann.

Ich habe aus Mangel an Material noch nicht Gelegenheit gehabt, mich zu überzeugen, ob das hier vorgeschlagene Verfahren mit Vortheil praktisch ausgeführt werden kann, glaube aber, dass demselben kein Hinderniss entgegenstehen dürfte.

VERZEICHNISS
DER
EINGEGANGENEN DRUCKSCHRIFTEN.

(NOVEMBER.)

Academy, American of arts and sciences. Proceedings. Vol. III, Nr. 1 — 13.

Academy of natur. sciences of Philadelphia. Journal. Vol. II, Nr. 4.
— Proceedings. Vol. VI, Nr. 8 — 12; VII, 1, 2.

Accademia R. Borbonica delle scienze. Vol. VI.

Akademie, Leopold.-Carolinische, der Naturforscher. Verhandlungen. Bd. 24, Abth. 2.

Akademie, koninklyke, van Wetenschappen. Verhandelingen. Deel I. Amsterdam 1854; 4°.

Akademie, k. preuss., der Wissenschaften. Monatsbericht. September, October 1854.
— Abhandlungen. Jahrgang 1853.

Andrews, Israel D., Report on the trade and commerce of the British North-American Colonies etc. Washington 1853; 8°.

Archiv, friesisches, herausgegeben von H. S. Ehrentraudt. Th. 1, 2. Oldenburg 1849; 8°.

Arcoli, S. J., Studj orientali e linguistici. Fasc. I. Milano 1854; 8°.

Ateneo Veneto, Esercitazioni. Vol. VI, Fasc. 3.

Becker, M. A., österr. Vaterlandskunde. Theil I. Wien 1854; 8°.

Breslau, Universitätsschriften a. d. J. 1853.

Brown, Andrew, The philosophy of physics. New-York 1854; 8°.

Browne, Peter A., Trichologia Mammalium. Philadelphia 1853; 8°.

Bullettino, Archeologico, Napolitano. Anno I, II.

Capone, Giuseppe, Rapido sguardo sul colera morbus. Montefalcione 1854. (21 Ex.)

Daubrée, Mémoire sur le gisement, la constitution et l'origine des amas de minéral d'étain. Paris 1844; 8°.

— Mémoire sur le gisement du bitume etc. dans le terrain tertiaire des environs de Bechelbronn et de Lobsann. Paris 1850; 8°.

— Mémoire sur les dépôts métallifères de la Suède et de la Norvège. Paris 1844; 8°.

— Recherches sur la formation journalière du minéral de fer des marais et des lacs. Paris 1846; 8°.

— Notice sur les filons de fer de la région méridionale des Vosges etc. Strasbourg; 4°.

— Note sur le phénomène erratique du Nord de l'Europe etc. Paris; 8°.

— Observations sur les alluvions anciennes et modernes d'une partie du bassin du Rhin. Strasbourg 1854; 4°.

— Mémoire sur la distribution de l'or dans la pleine du Rhin etc. Paris 1846; 8°.

— Recherches sur la présence de l'arsénic et de l'antimoine dans les combustibles minéraux dans diverses roches et dans l'eau de la mer. Strasbourg 1851; 8°.

— Description géologique et minéralogique du département du Bas-Rhin. Strasbourg 1852; 8°.

Drian, Aimé, Études météorologiques mensuelles. Lyon 1854; 8°.

Du Bois-Reymond, über Ströme, die durch Andrücken feuchter Leiter an metallische Elektroden entstehen. (Berlin 1854); 8°.

Duchenne de Boulogne, Recherches électro-physiologiques et pathologiques sur les muscules de l'épaule. Paris 1854; 8°.

Dümmler, E. Ludw., Pilgrimm von Passau und das Erzbisthum Lorch. Leipzig 1854; 8°.

Egilsson Sveinbörn, Lexicon poëticum antiquae lingue septentrionalis. Edidit societas antiquor. septentr. Fasc. I. Hafniae 1854; 8°.

Förstemann, E., altdeutsches Namenbuch. Lief. 2, 3.

Foetterle, Franz, Die geologische Übersichtskarte des mittleren Theiles von Süd-Amerika. Mit einem Vorworte von W. Haidinger. Wien 1854.

Gesellschaft, k. k. mähr.-schles., des Ackerbaues etc. Historisch-statistische Section derselben: Schriften. Heft 7.

Girard, Charles, Bibliografia americana historico-naturalis or Bibliography of the year 1851. Washington 1852; 8°.

Girard, Charles, Researches upon Nemerteans and Planarians. Philadelphia 1854; 8°.

Gobineau, A. de, Essai sur l'inégalité des races humaines. 2 Tom. Paris 1853; 8°.

Heider, Gustav, Die romanische Kirche zu Schöngrabern in Nieder-Österreich. Ein Beitrag zur christlichen Kunst-Archäologie. Wien 1855; 4°.

History, natural, of the Red-River of Louisiana. Washington 1853; 4°.

Instituut, k. Nederlandsche, Het Instituut, ot Verslagen en Mededeelingen uitgeven door de Vier Klassen. 1846.

Jahresbericht über die Fortschritte der reinen pharmaceutischen und technischen Chemie etc. Herausgegeben von J. Liebig und Herm. Kopp. 1853, Heft 2.

Journal, American, of science and arts. By Prof. B. Silliman. Nr. 46—51.

Keller, Fried. Lud., Semestrium ad M. Tullium Ciceronem libri sex. Vol. I. Turici 1851; 8°. (3 Exempl.)

— der römische Civilprocess und die Actionen in summarischer Darstellung. Leipzig 1852; 12°. (2 Exempl.)

Kürsinger, Ignaz, Lungau, historisch, ethnographisch, statistisch, aus bisher unbenützten urkundlichen Quellen. Mit artistischen Beilagen. Salzburg 1852; 8°.

Lancet nederlandsch, 3. Jahrgang, Nr. 8—12.

Leverson, Montague R., Copyright and patents, or property in thougts etc. London 1854; 12°.

Lotos, Nr. 9—11.

Maatschappij, Hollandsche der Wetenschappen te Haarlem. Natuurkundige Verhandelingen. Deel. 11, 1.

Mahr, C. C., Paragramme und Beiträge zur theoretischen und praktischen Medicin. Ausstellungen und Verhandlungen nach einer 25jährigen Praxis entworfen. Abth. I. Braunschweig 1854; 8°.

Marcy, Raudolph, Exploration of the Red-River of Louisiania in the year 1852. Washington 1853; 8°.

Mayr, A., Vollständige Theorie des Differential-Calculs. Mit Anwendung auf Analysis, Geometrie und Mechanik. Regensburg 1854; 8°.

Minervini, Giulio, Il mite di Ercole che succhia il latte di Giunone etc. Napoli 1854; 4°.

Minervini, Giulio, Monumenti antichi inediti posseduti da Raffaele Barone. Vol. I. Napoli 1852; 8°.

Murchison, R. J., Address to the R. geographical society of London, delivered at the anniversary Meeting. 1854; 8°.

Nowák, A. F., Witterung und Klima in ihrer Abhängigkeit von den Vorgängen der Unterwelt (des Erd-Innern). Leipzig 1854; 8°.

Observations météorologiques faites à 9 heures du matin à l'observat. de Lyon pendent les années 1851—53.

Owen, description of some species of the extinct genus Nesodon etc. s. l. et d.; 8°.

Památky, Archaeologické a. t. d. Heft 3, 4.

Rau, Karl Heinrich, Grundsätze der Volkswirthschaftspolitik. Abtheil. 1. Heidelberg, 4. Aufl. 1854; 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische, Jahrbuch der. Jahrgang V, Nr. 1, 2.

Report annual of the board of agricultur of the state of Ohio. Columbia 1851—52; 8°.

Report annual of the Commissioner of patents 1853, p. 1. Washington; 8°.

Report of the debates in the convention of California on the formation of the state constitution. (By J. Ross Brown.) Washington 1850; 8°.

Resumé des observations recueillies en 1852 et 1853 dans le bassin de la Saône etc. Lyon 1853.

Riedwald, Max., Allgemeine politische Geographie und Statistik. Lieferung 6—8.

Romanin, S., Storia documentata di Venezia. Tom. II, part. 3.

Rusconi, Maur., Histoire naturelle développement et métamorphose de la Salamandre terrestre. Ouvrage posth. inédit, publié par Dr. Jos. Morganti. Pavie 1854; 4°.

Scheerer, Th., Über Pseudomorphosen. 3. und 4. Fortsetzung. s. l. et d.

Schultze, Max. Sigm., Über den Organismus der Polythalamien. Leipzig 1854; Fol.

Sitgreaves, L., Report of an expedition down the Zuni and Colorado rivers. Washington 1853; 8°.

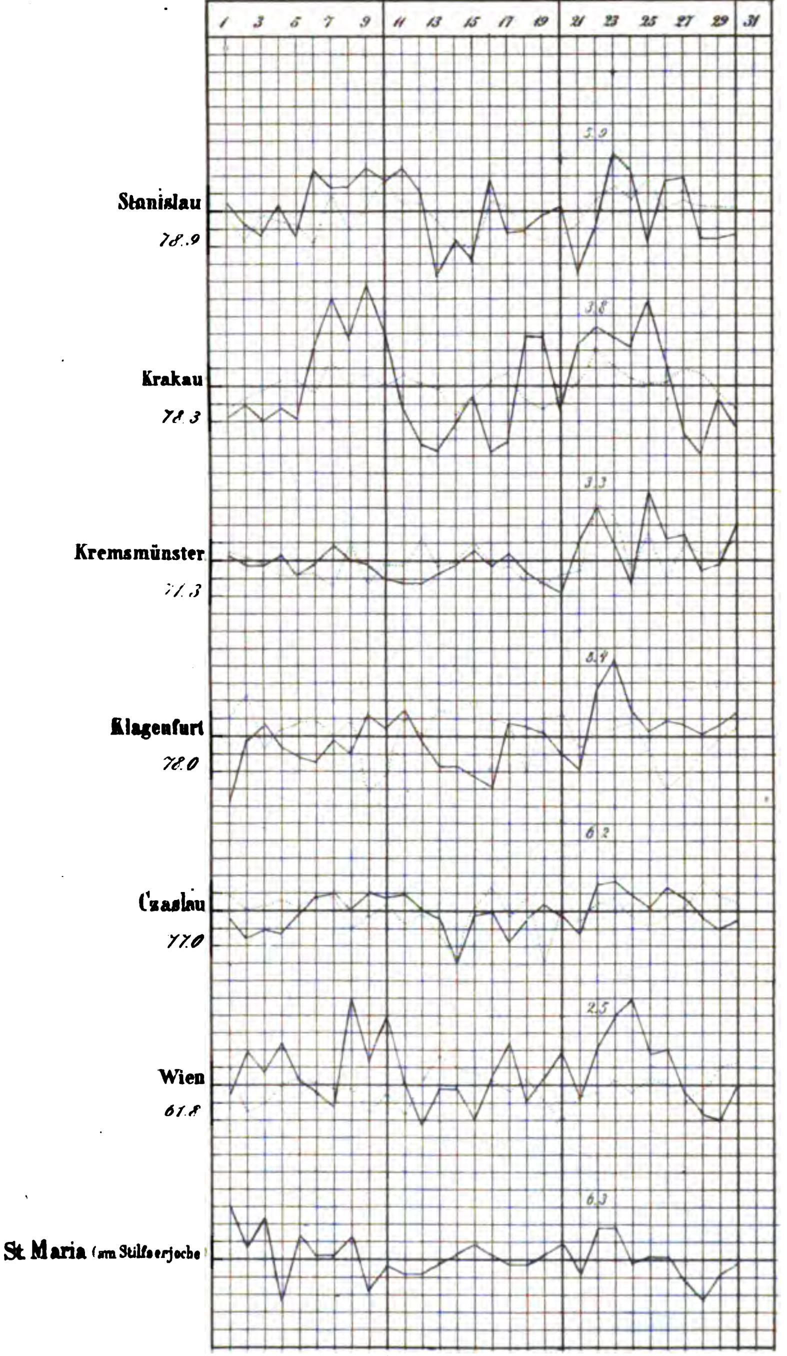
Smithsonian Institution, Annual report of the Board of regents. 1852.
— Contributions to knowledge. Vol. VI.
— The annular eclipse of Mai 26. 1854. Washington 1854; 8°.
— Catalogue of North-American reptiles in the museum. Part. I. (By Baird and Girard.) Washington 1853; 8°.
— Catalogue of the described Coleoptera of the United States. (By Melsheimer.) Washington 1853; 8°.
— Notes on new species anal localities of microscopical organisms, by J. W. Bailey. Washington 1854; 4°.
Società R. Borbonica, Rendiconto 1854. Napoli; 4°.
Société Imp. des Naturalistes de Moscou, Bulletin, 1854, livr. 2.
Society, American, ethnological, Transactions. Vol. III, p. 1. New-York 1853; 8°.
Society, American. philosophical, Proceedings Nro. 48—50.
— Transactions. Vol. X, p. 3.
Society, Boston, of natural History, Journal. Vol. VI, Nr. 3.
— Proceedings. Nro. 15—24.
Society, State agricultural, Michigan, Transactions. 1849—52; 8°.
Society, United States, agricultural, Journal. Nr. 1. Lippincott 1853; 8°.
Society, Wisconsin state, agricultural, Transactions. Vol. 1, 2. Madison 1852; 8°.
Spencer, F. Baird, on the serpents of New-York. Albany 1854; 8°.
Verein der Freunde der Naturgeschichte in Meklenburg, Archiv. Heft 8.
Verein, historischer, von und für Oberbayern. Archiv, oberbayrisches, für vaterländische Geschichte. Bd. 14, Heft 2.
Verein, naturwissenschaftlicher, für Sachsen und Thüringen. Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften. Jahrgang 1854. Halle; 8°.
Verhandelingen, uitgegeven door de commissie belast met het vervaardigen eener geologische Beschrijving en Kaart van Nederland. Deel II. Haarlem 1854; 4°.
Warren, Joh., Address to the Boston society of natural science. Boston 1853; 8°.
Zantedeschi, Delle correnti elettriche simultanee che passano in direzione opposte sul medesimo filo. (Ateneo Ital. 1854, T. III.)

es
tt
ne
31

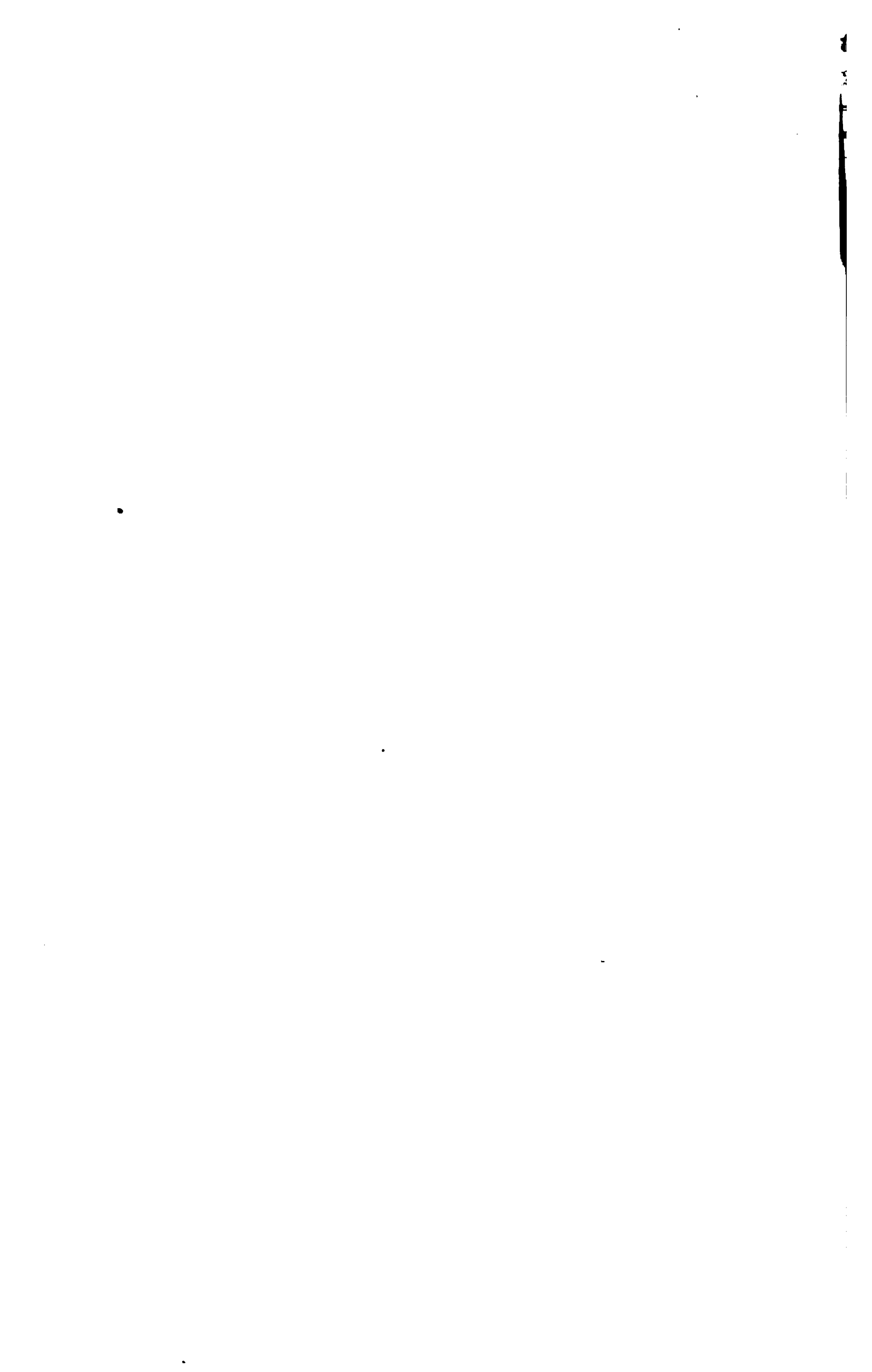


Gang der Feuchtigkeit und des Ozongehaltes der Luft im Septemb. 1854.

Die punktirten Linien stellen die Feuchtigkeit, die ausgezogenen den Ozongehalt dar.
Die am Rande befindlichen Zahlen sind die Monatmittel der Feuchtigkeit, jene zwischen den Curven die Monatmittel des Ozongehaltes.
Den Monatmitteln entsprechen die stärkeren Horizontallinien.
Ein Netztheil beträgt für die Feuchtigkeit 5 Procente, für den Ozongehalt einen Theil der Farbenscala, welche vom völligen Weis bis zum tiefsten Blau zehn Abtheilungen enthält.



Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.



…, sowie die Hitze vom 16. bis 21. bemerkenswerth. …ie niedrige Temperatur vom 8…

…imum Temp.	Dunstdruck Par. Lin.	Niederschlag Par. Lin.	Herrschender Wind	Anmerku…	Minimum Tag	Minimum Temp.	Mittlerer Luftdruck Par. Lin.	Maximum Tag	Maximum Temp…
332‴54	—	7‴00	NO.	Am 19. **Nebel** am Meere, am 2…	8·3	+11°2	336‴74	13·9	338‴8…
333·74	5‴35	3·48	S.	*Am 20.6+20°8; am 22. Ab. **Stu…**	9·3	+ 8·6	339·66	27·9	341·4…
329·00	4·38	0·10	NO.	*Am 20. +22°9.	7·	+ 5·1	333·78	7·5	336·4…
334·41	—	21·00	ONO.	*Am 19.6+19°5; am 22. Ab. **Gew…**	2·3	+ 8·5	338·40	28·3	340·8…
322·42	—	0·40	NW.	*Vom 16. bis 21. tägl. +21°; am…	7·3	+ 4·2	327·26	28·3	329·9…
330·72	—	11·80	N.	[am 22.	8·3	+ 3·8	334·22	28·3	336·9…
329·58	—	5·76	SO.	Am 11. **erster Reif.**	5·3	+ 4·1	333·43	3·6	335·7…
331·65	—	13·56	N.		8·3	+ 4·4	335·96	28·3	337·8…
—	—	0·50	NW.		8·3	+ 1·5	—	—	—
329·19	3·38	6·92	NNW.	Am 16. 2h Morg. häufige **Blitze**	9·	+ 1·5	332·19	3·5	335·2…
321·47	—	22·08	SW.	Am 22. 6h Ab. **Gewitter**, am 23.	7·4	+ 4·4	323·95	5·5	325·7…
329·13	4·10	2·36	NO.	Am 10. **erster Reif**, am 11. gro…	7·4	+ 1·0	332·83	27·9	336·0…
327·93	3·62	6·35	W.	Am 22. **Gewitter** a. W.	7·	+ 2·6	331·21	3·	334·9…
328·50	—	—	—		0·3	+ 2·4	331·03	28·6	334·4…
—	—	25·80	N.	*Am 18.6+23°0; am 10. wenig	1·3	+ 2·8	—	—	—
324·04	3·45	0·10	NW.	Am 1. stürmisch a. N., am 24. a. S…	[illegible]	+ 3·6	327·13	4·3	330·4…
319·70	3·77	6·25	NW. u. WNW.	Am 9. **Graupen**, am 2. 5. u. 6.	7·3	+ 3·5	322·36	3·9	325·2…
325·09	4·60	32·58	NO.	Am 22. 3h Ab. **Sturm**, um 4h **Ge…**	1·3	+ 1·4	328·24	3·9	330·5…
323·61	—	15·82	NW.	Am 9. **erster Reif**, am 18. **Wet…**	8·3	+ 3·2	328·59	28·3	332·6…
328·48	3·18	3·77	NW.		9·	+ 1·0	331·42	28·3	334·5…
309·76	3·07	10·18	NW.	Am 5.u.10. **Reif**, a.1.u.22. **Gew.**, a.2…	8·3	0·0	313·85	28·3	316·5…
327·13	—	11·96	W.	*Am 16.6+19°6, a.1. **Wtrl.**, a.15.	7·3	+ 2·0	329·73	28·3	332·6…
321·96	3·51	16·60	W.	Am 1. **Höhenrauch**, Ab. **Blitze**,	9·3	+ 0·8	325·08	27·5	328·0…
276·94	—	—	—	Am 22. 6h Morg., a. 23. **Schneestu…**	7·3	+ 0·3	279·84	3·3	281·3…
326·34	3·84	4·20	NW.	Am 11. **erster Reif**, am 15. Morg…	8·3	+ 2·0	328·97	3·9	332·4…
324·98	—	3·60	W.	Am 18. u. 24. auf 25. stürmisch,	7·3	+ 1·4	327·82	28·3	330·8…
320·27	3·74	23·03	SO.	Am 1. 7h Ab. **Gewitter** im S., a…	9·	+ 0·4	322·96	27·3	325·5…
—	—	—	—	[**Nebe…**	9·3	— 1·5	—	—	—
326·90	4·73	16·11	SO.	Am 10. **erster Reif**, am 22. 4h A…	9·3	— 0·4	330·54	3·9	333·1…
309·53	3·21	8·75	NO.		3·3	— 1·4	312·42	4·3	314·4…
300·95	3·36	8·54	SO.	Am 18. starkes **Gewitter**, am 1…	7·3	— 0·8	303·85	4·3	305·9…
—	—	—	—		7·3	— 0·8	—	—	—
330·50	—	9·45	NW.	Am 15. Morg. u. 25. Ab. **Gewitt…**	7·3	+ 1·4	334·27	3·3	338·3…
320·30	3·45	21·41	NO.	Am 9. **erster Reif**, am 11. Mitt.	3·9	+ 1·5	324·49	28·3	327·3…
312·67	—	37·82	—	Am 9. **stark. Reif** u. dünn. Eis. a. 7.	3·3	+ 2·3	316·82	28·3	319·4…
318·82	3·47	14·91	SO.	*Am 10. schon **starker Reif** bei —	3·	— 2·3*	322·25	4·7	324·9…
318·79	3·28	24·73	NNW.	Am 9. **ersterReif** u. schwach. **Fros…**	3·3	+ 0·4	322·79	4·3 28·3	325·4…
327·53	3·63	7·17	W.	Am 9. etwas **Hagel**, am 11. gro…	3·	+ 1·2	331·09	28·3	335·0…
304·10	3·11	11·64	NO.	Am 9. u. 10. **Reif.**	[illegible]	+ 2·8	307·14	4·9	309·4…
—	—	6·28	SW.		3·3	— 0·3	—	—	—
311·06	3·27	13·09	NO.		3·3	— 1·8	314·02	4·3	316·5…

…n wahrgenommen; am 20. in Ragusa sehr warmer Wind aus NO. durch 2″ ein kleiner **Erdstoss** mit …

zu das des Jahres (2. August +25°9). Temperatur, das Maximum +25°4…

ost, am 23. **Sturm** im Hochgebirge, am 24. **relative Feuchtigke…** …els, **16 wolkenlose Tage**; am 28…

Vollkommen heitere Tage.

am 28. früh **Stürme** aus NO. … vom 23. auf 24., dann vom 26.

…eichnet, auch wurde noch nie eine so grosse Trockenheit in die… …so geringer Niederschlag im Septe…

…witter. …m 19. aus SW., am 9. u. 23. **Ha…**

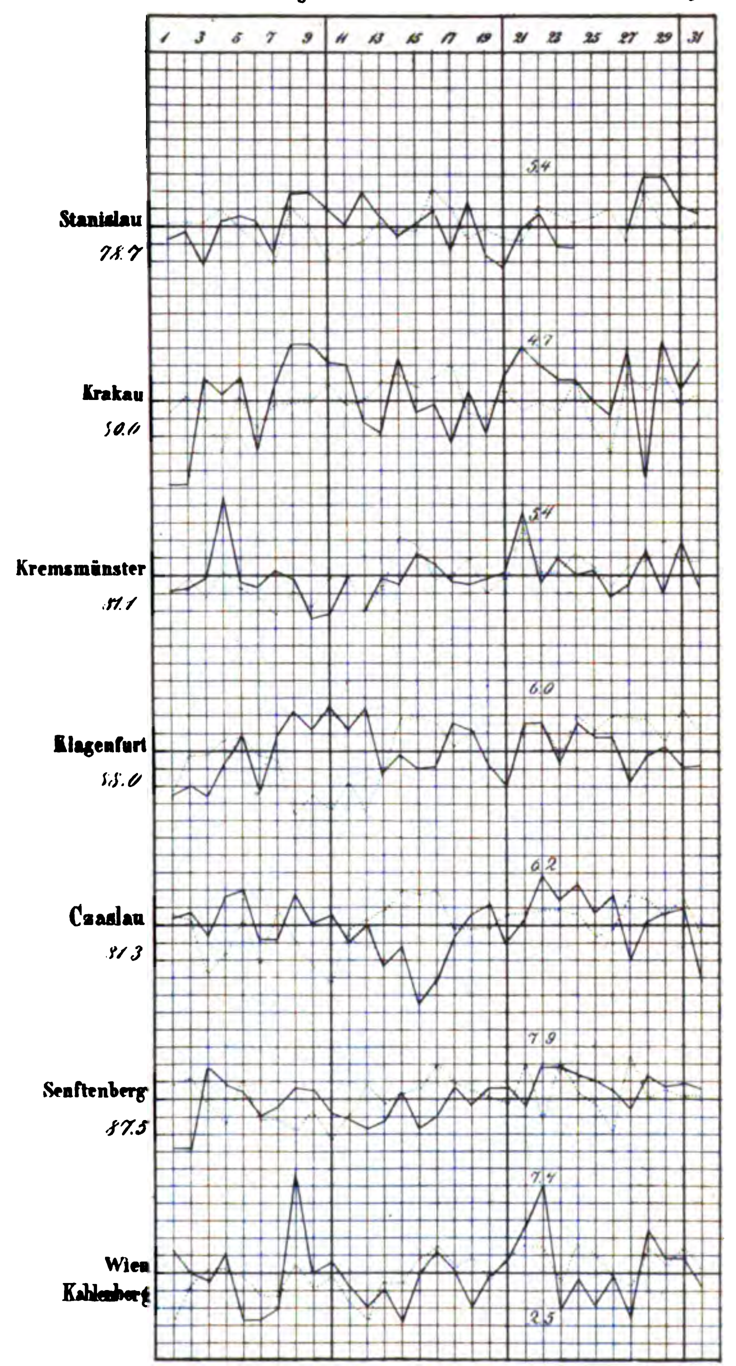
… am 9. aus N.

…ele heitere Tage. **Erdstoss** mit donnerähnlichem Getö…



Gang der Feuchtigkeit und des Ozongehaltes der Luft im October 1854.

Die punktirten Linien stellen die Feuchtigkeit, die ausgezogenen den Ozongehalt dar.
Die am Rande befindlichen Zahlen sind die Monatmittel der Feuchtigkeit, jene zwischen den Curven die Monatmittel des Ozongehaltes.
Den Monatmitteln entsprechen die stärkeren Horizontallinien.
Ein Netztheil beträgt für die Feuchtigkeit 5 Procente, für den Ozongehalt einen Theil der Farbenscala, welche vom völligen Weis bis zum tiefsten Blau zehn Abtheilungen enthält.



In der letzten Zeile wurde der Gang des Ozongehaltes der Luft in Wien durch die ausgezogenen, auf dem Kahlenberge durch punctirte Linien dargestellt.



Beobacht ngen.
Ragusa [1]) b. häufige **Blitze.**
Triest .
Venedig [2])
Mailand .
Meran. . er.
Debreczin ner u. **Blitz**, am 21. **Blitze.**
Pesth . .
Szegedin . nisch a. SO.
Zavalje . türm. a. S., v. 21.-23. a. SW.
Fünfkirche
Gran . . Gewitter.
Pressburg
Czernowitz erleuchten.
Laibach .
Wien . .
Saybusch
Olmütz .
Cilli . .
Prag . .
Hermannst .a.SSO., a.17.* u.21. **Wettrl.**
Brünn. .
Kronstadt l., a.17.Ab.Bl., a.21. **St.** a.S.
Bregenz . a. NW., a. 25. **stürmisch.**
Salzburg leuchten.
Czaslau .
Wallendorf
Lemberg
Lienz . . a. 21. v. 1h—2h Morg. **Gew.**
Linz . . rg. **Sturm**, a. 8. mit **Hagel.**
Oderberg
Kahlenberg b. **Blitze.**
Krakau . u. 8. a. NW., a. 9. erst. Frost.
Pilsen. .
Leutschau
Korneuburg
Bodenbach
Kremsmüns itter.
Schössl . 5.7.19.22.25.26. **stürmisch.**
Stanislau **stürmisch** aus NW.
Weissbriac
S. Paul .
Tröpelach
Althofen
Trautenau a. N. mit **Regen** und **Schnee.**
Klagenfurt 21. um 4h a. NW.
Schemnitz

[1]) Ragu bei heiterem Himmel.

[2]) Vene

[3]) Herm

[4]) Wall rm, am 17. **Gewitter.**

[5]) Tröp 1. Schneefall.

[6]) Klag

aximum		Minimu
Luftdr.	Tag	Lu
318‴30	21·4	307
—	—	—
326·61	25·9	313
332·22	25·6	318
311·36	21·6	299
320·43	21·6	309
320·29	25·9	308
318·24	21·9	307
318·14	21·6	305
303·29	21·6	293
—	—	—
307·61	21·6	296
—	—	—
283·03	21·6	274
307·53	21·4	296
—	—	—
297·03	21·6	285
328·37	21·6	314
—	—	—
—	—	—
—	—	—
—	—	—
—	—	—
251·71	26·3	247

tmeteor mit einem
; ungewöhnlich vi
Ciser. Der October

und Schneefälle, d

Magnetische Störu
rk). 8. 12. (stark)

m 20. October a

linger, Cassier
emberg versetzt
n Krabath. De
e trennt.

dr.	Dunstdruck Par. Lin.	Niederschlag Par. Lin.	Herrschender Wind	**Anmerkungen.**
34	—	33'''21	NW.	
	—	22·75	SO.	Vom 9. 7h Ab. bis 10. 4h Ab. **Sturm** aus SO.
39	2'''72	14·78	W.	**Stürme** a. 3. 5. 19. 22. 23. a. W., a. 25-26. a. SSW.
60	3·31	12·46	W.	Am 26. **stürmisch** a. W.
81	3·08	39·73	NO.	Am 20. **Gewitter** a. NW., am 26. **Sturm** a. W. SW.
55	—	18·28	S.	Am 8. **Schnee.**
60	—	15·87	W.	Am 3. **Blitze**, v. 7. a. 8. **Gewitter**, a. 24. u. 26. **Sturm** a. W.
63	3·17	60·19	NW.	Heftige **Stürme**: am 18. a. S., am 22. a. W., am 25. a. SO.
83	2·92	117·03	NO.	
23	—	—	SO.	Vom 21. auf 22. **Gewitter** und **Schneefall.**
	3·05	141·30	O.	
35	2·84	75·04	SO.	
	—	—	—	
27	—	—	—	Am 24. **Schnee.**
42	2·87	43·06	W.	Am 21. **Schnee.**
	—	—	—	
96	2·61	218·78	SO.	
33	2·88	30·70	SO.	
	—	—	S.	Am 20. **Gewitter** a. SW., am 18. **Sturm** a. NO., am 14. [21. 22. 24. 27. **Schnee** mit **Regen.**
	—	—	—	
	—	—	—	
	—	—	—	
	—	—	—	
19	—	101·73	W.	* Vom 1—8. fehlen die Beobachtungen.

othen Lichtschweif durch längere Zeit gesehen.

l **Regen.**

zeichnete sich in Kärnthen überhaupt in der **ersten Hälfte** durch grosse **Trockenheit**,

benso am 25. und 26.

ngen.

. 25. (stark).

uf; der Beobachter, Herr Dr. Křiž, übersiedelte nach Jaslo und setzt

der Schiffswerfte der k. k. priv. Donaudampfschifffahrt.

und führt die Beobachtungen vom November an daselbst weiter.

er Ort liegt 3306 Pariser Fuss hoch am nördlichen Abhange des Mittel-

SITZUNGSBERICHTE

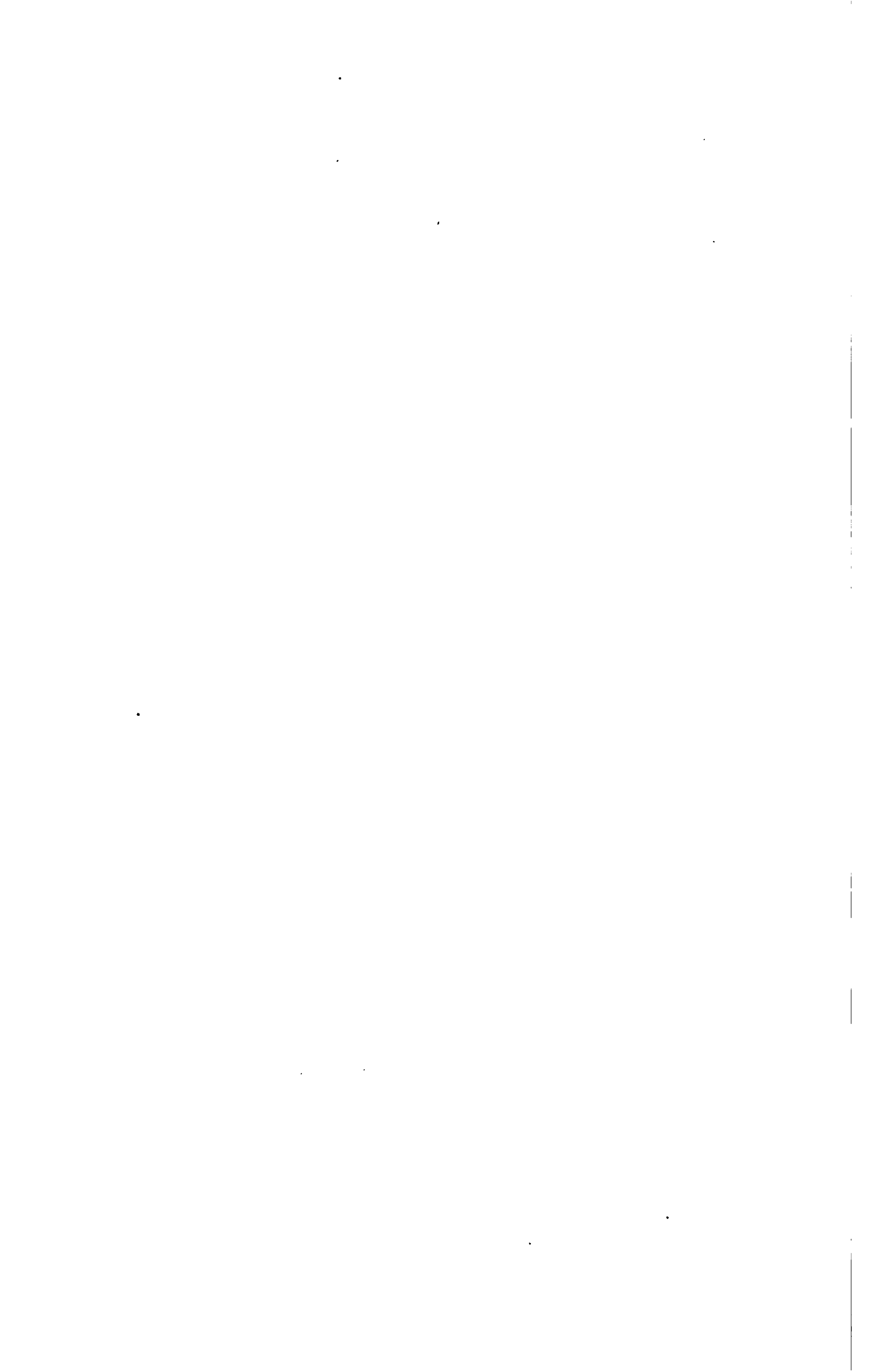
DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

XIV. BAND. III. HEFT.

JAHRGANG 1854. — DECEMBER.



SITZUNG VOM 7. DECEMBER 1854.

Eingesendete Abhandlung.

Beiträge zur Naturgeschichte der Insecten Österreichs.

Von **Ernst Heeger.**

(Vierzehnte Fortsetzung.)

(Mit II Tafeln.)

(Vorgelegt in der Sitzung vom 9. November 1854.)

Naturgeschichte der Heliotrips Dracaenae Heeger.

Flavo-fusca, reticulata, abdomine laevi, elytris fusco-maculatis. Long. $^{7}/_{8}{}'''-1'''$.

Diese bis jetzt noch nicht beschriebene Art fand ich in Wien in Treibhäusern auf mehreren Dracaena-Arten, auf der Unterseite ihrer Blätter, oft zu Hunderten in kleinen Gruppen beisammen sitzend und dadurch für diese Zierpflanzen mehr oder weniger schädlich, indem die von ihnen verletzten Blätter abdorren.

Ich habe sie zu wiederholten Malen im Zimmer gezogen und immer mehr Weibchen als Männchen erhalten. Letztere fliegen nach der Verwandlung herum und suchen sich ein Weibchen, sterben bald nach der Paarung, während das befruchtete Weibchen noch zwölf bis zwanzig Tage am Leben bleibt, um seine Eier abzusetzen. Diese werden mittelst eines sägeförmigen Legestachels, mit welchem das Insect die Unterseite der Blätter anbohrt, in die gemachte Öffnung untergebracht. In Folge der Verletzung schwellen die mit den Eiern belegten Stellen an und bekommen ein bräunliches Ansehen. Nach neun bis zwölf Tagen entwickeln sich die jungen Larven, welche ebenfalls in kleinen Gruppen auf der Unterseite der Blätter gesellig leben und nach jedesmaliger Häutung, deren ich drei beobachtet, und welche nach je acht bis zehn Tagen erfolgen, eine neue noch unberührte Stelle des Blattes aufsuchen. In gleicher Frist, wie zu jeder

neuen Häutung erforderlich, erfolgt nach der letzten der Übergang in den Puppenzustand, welcher zehn bis vierzehn Tage dauert, nach deren Verlauf das vollkommene Insect zum Vorschein kömmt.

Beschreibung.

Die Eierchen sind fast häutig, grünlichweiss, länglich-eiförmig, $^{1}/_{15}'''$ lang, halb so breit.

Die Larven, milchweiss, tragen den Kopf mit dem Schnabel, wie das vollkommene Insect, senkrecht, in der Ruhe aber, wenn sie nicht saugen, legen sie diesen an die Brust; sie sind fast walzenförmig, nur die drei letzten Hinterleibs-Abschnitte allmählich zur stumpfen Spitze verschmälert, sie werden fast $1\,^{1}/_{2}'''$ lang, $^{1}/_{7}$ so dick.

Der Kopf verkehrt kegelförmig, ist wenig schmäler, aber merklich länger als der Leib breit, die Mundtheile dünnhornig, gelblich, spitz, schnabelförmig, ihrer Zartheit wegen konnte ich sie nicht zergliedern; die Augen an den Seiten des Kopfes kreisrund, nicht erhaben, verhältnissmässig gross, hellroth.

Die Fühler vorgestreckt fadenförmig, weiss mit grauer Spitze, fünfgliederig, etwas länger als der Kopf; die ersten drei klein, napfförmig, gleich gross; das vierte spindelförmig, fast eben so lang als die drei ersten zusammen, das fünfte grau, kegelförmig, sehr spitz, etwas länger als das vierte.

Der Brustkasten etwas länger als die Fühler, gewölbt, unten flach; der Vorderbrustkasten abgerundet dreieckig, etwas kürzer als die beiden andern, mit einander verwachsenen Theile, welche länglich viereckig, abgerundet sind.

Die Beine genähert, mit grosser Coxa, fast so lang als die Fühler, die mittleren merklich kürzer, die hinteren etwas länger; die Schenkel länglich eiförmig, kürzer und dicker als die Schienen; diese fast walzenförmig; die Füsse sehr kurz, undeutlich zweigliederig.

Der Hinterleib spindelförmig, fast so breit, etwas mehr als nochmal so lang als der ganze Brustkasten; die neun Abschnitte kaum merklich bezeichnet, gleich lang, an den Seiten mit einzelnen geknopften Härchen besetzt.

Die Nymphen bis die letzten Tage vor der Verwandlung weisslich, spindelförmig, die Augen erhaben, roth, rund; die Fühler undeutlich, achtgliederig, über den Kopf neben einander zurückgelegt, die Flügelscheiden an den Seiten des Leibes anliegend, sind schmal,

schlauchförmig, reichen bis zum Vorderrande des sechsten Abschnittes und sind, so wie der spindelförmige Hinterleib mit einzelnen geknopften, der Hinterrand des vorletzten und das Ende des letzten Abschnittes mit mehreren glasartig weissen Härchen besetzt.

Das vollkommene Insect ist kaum eine Linie lang, gelbbraun; Kopf, Brustkasten, die Fühler und Beine sind fein netzförmig gerifft; der Hinterleib glatt, nur am Hinterrande des vorletzten und letzten Abschnittes mit einigen Borsten besetzt; die Flügel häutig undurchsichtig, netzförmig, getrübt und mit braunen Flecken gezeichnet.

Der Kopf ist oben querlänglich-abgerundet-viereckig, beinahe $1/4$ breiter als lang; netzförmig gerifft und gewölbt.

Die Augen schwarz, an den Seiten des Vorderrandes eingefugt, rund, bedeutend erhaben.

Die drei Nebenaugen, im gleichseitigen Dreieck zwischen den Augen, sind flach und rund.

Die Fühler sind siebengliederig, fadenförmig, fast so lang als Kopf und Brustkasten zusammen; die beiden ersten Glieder gelbbraun, sehr kurz, napfförmig, stark gerifft; die drei folgenden blassgelb, keulenförmig, schwach gerifft, jedes etwas mehr als doppelt so lang als das zweite; das sechste spindelförmig, grau, innen geringelt, merklich dicker und länger als das fünfte; das siebente auch blassgrau, fast borstenförmig, so lang als das sechste.

Die Beine gelbbraun, fein netzförmig gerifft, ungleich lang, am Grunde genähert, die Coxa gross, stumpf-eiförmig; die Schenkel aller gleich gross, länglich eiförmig, etwas länger als der Vorderbrustkasten; die Füsse zweigliederig, halb so lang als die Schenkel der Beine, halb so dick als lang; das erste Glied von mehr als doppelter Länge des zweiten, gelb; das zweite braun.

Der Vorderbrustkasten, querlänglich, fast viereckig, der Vorderrand aber an den Seiten sehr abgerundet, $1/4$ breiter als der Kopf, nicht halb so lang als breit, braun, netzförmig gerifft wie der Kopf.

Mittel- und Hinterbrustkasten, mit einander ungegliedert verwachsen, länglich-viereckig, braun, merklich am Vorderrand breiter als der Vorderbrustkasten, $1/4$ länger als breit, nur bis hinter die Vorderflügel gerifft, der übrige Theil glatt, der Hinterrand in der Mitte tief gekerbt, vor dem Hinterrande an den Seiten mit zwei länglichen Schildchen, welche in diagonaler Richtung gekerbt sind.

Die Flügel (in der Ruhe auf dem Rücken liegend) bedecken den Hinterleib, sind häutig undurchsichtig, schwach netzförmig gegittert, schwertförmig, etwas nach aussen gebogen.

Die Vorderflügel etwas länger als der Brustkasten und Hinterleib zusammen, fast $^1/_{10}$ so breit als lang, mit einer starken Rand-Ader gänzlich umsäumt, und mit einer Längs-Ader, welche am Grunde nächst der Vorderrand-Ader bis zum Buge reicht, und sich von da herab an den Hinterrand neigt und vor der Spitze endet, durchzogen; am Vorderrande sind drei, am Hinterrande, dem mittleren dieser gegenüber ein kleiner, brauner, verwischter Fleck, am Buge des Flügels eine breite braune Querbinde; der Vorderrand ist mit kurzen, bedeutend von einander stehenden Borsten bewimpert, der Hinterrand mit langen gedoppelten Haaren befranset, und mit sehr kurzen schwarzen Borsten besäumt.

Die Hinterflügel, wie die vorderen gebildet, sind etwas kürzer, und zwei Drittheile so breit als diese, haben nur eine Längs-Ader, welche durch die Mitte läuft und vor der Spitze endet; der Vorderrand ist wie bei den Vorderflügeln, aber von der Wurzel an mit kurzen Borsten bewimpert, der Hinterrand mit langen, gedoppelten und wellenförmig gekräuselten Haaren befranset.

Der Hinterleib, beim Männchen bedeutend schmäler als beim Weibchen, ist gelbbraun, dünnhornig, fast nochmal so lang, als der Mittel- und Hinterbrustkasten zusammen, beinahe walzenförmig, mit verschmälertem After, nackt, nur am Hinterrande der drei letzten Leibes-Abschnitte mit einigen langen Borsten besetzt.

Die Weibchen haben keine Röhren, sondern eine hornige Eierlegscheide, welche an der Bauchseite, aus dem Hinterrande des vorletzten Leibes-Abschnittes hervortritt, und in welcher zwei vorschiebbare Gräten verborgen sind.

Diese Eierlegscheide ist gelbbraun, dickhornig, säbelförmig, aufwärts gebogen, am Grunde oben bis vor der Mitte, unten beinahe vom Grunde bis zur Spitze gespalten, und der untere Rand dieser beiden Scheidentheile mit abgerundeten, kurzen Zähnen sägeförmig bewaffnet.

Die beiden Gräten sind dünnhornig, gelb, auch säbelförmig, jedoch vor der Spitze abgesetzt verschmälert, hier ist der Oberrand mit Doppelreihen, rückwärts geneigten, querschneidigen Zähnen gesägt, die Spitze aber mit fünf spitzen einfach hinter einander

stehenden Zähnen bewehrt; der Rücken (Unterseite) der Gräten ist am Grunde sehr verdickt und nach der Seite zurückgebogen; hinter dem Grund-Ende findet sich ein horniger, flacher, grosser, zahnförmiger Auswuchs, welcher das zu weite Verschieben derselben verhindert; den Grund der oberen doppelten Zahnreihen bildet ein dünnhorniger, abgerundeter Lappen.

Erklärung der Abbildungen.

Tafel I.

Fig. 1. Ein Ei.
„ 2. Eine Larve.
„ 3. Eine Nymphe.
„ 4. Eine Eierlegscheide.
„ 5. Eine Gräte. Beide nach einem durch das Compositum, nach Herrn Dr. J. J. Pohl's Angabe photographirten sehr vergrösserten Original.
„ 6. Das vollkommene Insect.

Thrips Sambuci Steph.

Obschon Stephens von den in seinem Kataloge angeführten neuen Thrips-Arten keine Beschreibung veröffentlicht hat, so glaube ich doch die hier zu beschreibende Art für seine *Thrips Sambuci* halten zu dürfen, da ich keine andere Art auf dem *Sambucus nigra* angetroffen habe; ihr Aufenthalt ist übrigens nicht auf den Hollunder allein beschränkt, ich beobachtete sie auch auf mehreren anderen Pflanzen, vorzüglich auf Bohnen-Arten, Linden und Rosen, auf welche sie schädlich einwirkt.

Diese Art hat sehr viele Ähnlichkeit mit *Thr. ulicis* Halid., unterscheidet sich aber besonders durch den viel kleineren Thorax, kleinere Augen, spitzere Flügel, durch den Mangel einer mittleren Längs-Ader der Vorderflügel und andere Befransung aller Flügel; endlich durch die Besäumung des Hinterrandes der Hinterleibs-Abschnitte.

Lebensgeschichte.

Den Winter bringen diese Thiere unter der Rinde der genannten Pflanzen-Arten und unter Laubwerk zu, kommen aber erst gegen Mitte Mai wieder zum Vorschein, wo sie sich an die Unterseite der Blätter begeben, und die Weibchen einige Tage nach der Begattung, die Eierchen einzeln gewöhnlich an die stärkeren Blattnerven legen.

Ein Weibchen legt in vier bis fünf Tagen, zwanzig bis dreissig Eier, aus welchen sich, nach Verhältniss der Temperatur, die Larven nach sechs bis zehn Tagen entwickeln.

Sie häuten sich auch in solchen Zwischenräumen dreimal, und in gleicher Frist erfolgt die Verwandlung zur Nymphe. Als solche bleiben sie, wenn sie nicht besonders gestört werden, ruhig an einem Platze sitzen, und nehmen keine Nahrung zu sich, obwohl erst nach zehn bis zwölf Tagen das vollkommene Insect, durch Abstreifen der Haut zum Vorschein kommt, indem der Brustkasten am Rücken der Länge nach platzt, zuerst der Kopf erscheint und dann erst der Hinterleib nachgezogen wird.

Man findet sie den ganzen Sommer hindurch bis zum Spätherbst, auf einem Blatte in allen Verwandlungs-Zuständen.

Sie haben viele Feinde, die wohl ihrer Schädlichkeit entgegenwirken, sie aber doch nicht auszurotten vermögen, da sich wieder mehrere Feinde dieser ihrer Feinde einfinden.

Als ihre vorzüglichsten Vertilger lernte ich *Scymnus ater*, *Gyrophaena manca* mehrere Arten kleiner Spinnen und selbst einige Fliegen im Larvenzustande kennen; besonders von den beiden erstgenannten leben sowohl die Larven als auch die Käfer von ihren Eiern, Larven und Nymphen.

Beschreibung.

Die Eierchen sind gelblichweiss, häutig, länglich eiförmig, fast walzenförmig, $^1/_{10}'''$ lang, $^2/_3$ so dick als lang.

Die Larven blass lichtgrün, werden jedoch nach der dritten Häutung blassgelb; sie erreichen eine Länge von beinahe $^3/_4$ Linien.

. Der Kopf verkehrt-kegelförmig, hinten gerade abgestutzt, ist halb so breit als der Brustkasten, nochmal so lang als breit; der Rüssel zugespitzt, hornig, bräunlich, in der Ruhe waagrecht an die Brust, zwischen die Vorderbeine angelegt.

Die Augen sind flach, an den Seiten des Kopfes unter der Kopfschale verborgen, verhältnissmässig gross, dreieckig und lichtroth.

Die Fühler, auf kurzen, genäherten Höckern am Vorderrande der Stirne eingefügt, nochmal so lang als der Vorderbrustkasten, kurz und fein behaart, fünfgliederig, fadenförmig; das erste fast nur halb so lang als das zweite, napfförmig; das zweite beinahe walzenförmig, halb so lang als das dritte; dieses fast länglich-eiförmig $^1/_3$ der

ganzen Fühlerlänge, halb so dick als lang; das vierte und fünfte zusammen bilden einen Kegel, beinahe nur halb so lang als das dritte.

Der Vorderbrust-Abschnitt gewölbt, fast nochmal so lang und breit als der Kopf oben; vorn verschmälert; die Seiten bauchig, Vorder- und Hinterrand gerade.

Mittel- und Hinterbrustkasten ungetheilt, so breit, aber um die Hälfte länger, als der vordere, gegen die Mitte eingedrückt, wenig gewölbt.

Die Beine getrennt, beinahe an den Unterseiten des Brustkastens eingefügt, so lang als die Fühler; die Coxa verhältnissmässig gross, fast rund, die der Hinterbeine bedeutend grösser, napfförmig; die Schenkel spindelförmig, an den Vorderbeinen merklich grösser als an den übrigen; die Schienen beinahe walzenförmig, wenig kürzer, aber schmäler als die Schenkel; die Füsse sehr klein, kaum bestimmt erkennbar.

Der Hinterleib spindelförmig, etwas breiter, als der Brustkasten, die neun Leibes-Abschnitte kaum sichtbar gesondert, gleich lang, an den Seiten mit einzelnen, feinen Borsten besetzt.

Die Nymphe (Puppe) beinahe wie die Larve gebildet, die Fühler aber liegen genähert auf den Kopf zurückgebogen, und die sich gebildeten Flügelscheiden, liegen in Form schmaler Schläuche an den Seiten des Hinterleibes und reichen bis zum Hinterrande des fünften Leibes-Abschnittes.

Das vollkommene Insect ist lichtbraun, hornig, glatt, gestreckt; die Flügel bedecken den Leib; sie werden $^{3}/_{4}'''$ lang, $^{1}/_{6}$ so dick als lang.

Der Kopf oben querlänglich, abgerundet - viereckig, nicht halb so lang als breit; der Mund abwärts geneigt, stumpf-schnabelförmig.

Die Augen sind schwarz, rund, bedeutend erhaben an den Seiten des Vorderrandes.

Die drei Nebenaugen stehen im gleichseitigen Dreieck zwischen den Augen, sind klein und rund, bedeutend erhaben, das vordere aber merklich kleiner als die beiden hinteren.

Die Fühler sind fadenförmig, sechsgliederig, mit geringelter Spitze, alle Glieder kurz behaart; das erste und zweite napfförmig, dunkelbraun, fast gleich gross; die drei folgenden gelb, so gross und beinahe so gebildet, wie das zweite; das sechste braun, spindelförmig,

gegen den Grund verdickt, so lang als das vierte und fünfte zusammen mit zweimal geringelter Spitze.

Der Vorderbrustkasten querlänglich, abgerundet-viereckig, wenig breiter als der Kopf, beinahe nur halb so lang als breit, ziemlich gewölbt.

Der Mittel- und Hinterbrustkasten mit einander verwachsen, der letztere nur etwas breiter, als der vordere, $^1/_4$ länger als breit, wenig gewölbt, an den Seiten etwas eingedrückt.

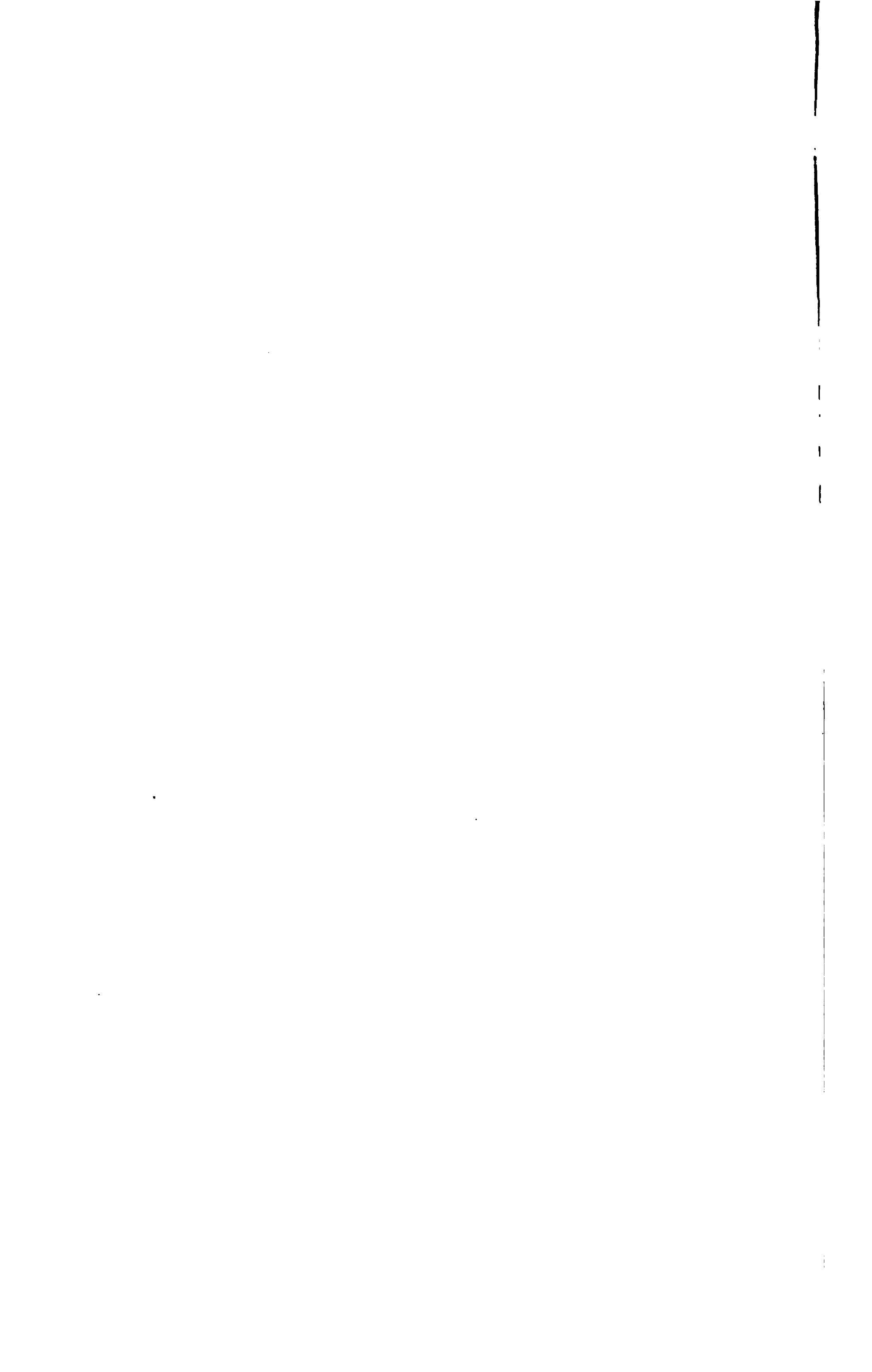
Die Beine beinahe so lang als die Fühler, jedoch die mittleren merklich kleiner, die hinteren bedeutend länger; alle Theile mit einigen Borsten besetzt. Die Schenkel braun, fast spindelförmig, $^2/_5$ der ganzen Beinlänge betragend, die der Männchen an den Vorderbeinen mehr verdickt; die Schienen so lang als die Schenkel, fast bräunlich gelb, am Grunde braun, beinahe verkehrt-kegelförmig; die Füsse nicht halb so lang als die Schenkel, zweigliederig, walzenförmig; das erste Glied nochmal so lang als das zweite, gelb; dieses sehr kurz, braun.

Die Flügel spitz, messerförmig, etwas nach aussen gebogen, getrübt häutig, am Grunde bedeutend breiter.

Die vorderen dreimal so lang als Mittel- und Hinterbrustkasten, mit zwei Längs-Adern, welche vor der Spitze enden und wie der Vorderrand, mit kurzen, schwarzen Borsten besetzt sind, ohne Randader; die Flügelfläche durchaus ziemlich dicht und sehr kurz behaart, am Grunde weiss, und unten mit einem länglichen, abgerundeten Hautlappen, ähnlich wie bei vielen Dipteren, alles Übrige blassbraun; der Vorderrand nebst den kurzen, schwarzen Borsten noch mit braunen längeren Borsten bewimpert; der Hinterrand mit einfachen ziemlich genäherten, langen, wellenförmig gekräuselten Haaren befranset; die Hinterflügel etwas kürzer und nur halb so breit als die vorderen, mit einer vor der Spitze endenden Längs-Ader ohne Auszeichnung; die Haut sehr blass-bräunlich, nackt, der Vorderrand mit einfachen, kurzen, blassgelben Borsten bewimpert, der Hinterrand mit einfachen, langen und wellenförmig gekräuselten, blassgelben Haaren befranset.

Der Hinterleib, bei beiden Geschlechtern länglich eiförmig, $^1/_3$ kürzer als die Vorderflügel, $^2/_5$ so breit als lang, die Leibes-Abschnitte kaum merklich gesondert, gleich lang, und am Hinterrande mit acht bis zehn kurzen Borsten bewimpert, das letzte Segment aber mit vier langen, dicken, und vier feinen kurzen Borsten besetzt.

Heeg



Erklärung der Abbildungen.

Tafel II.

Fig. 1. Ein Ei.
„ 2. Eine Larve von oben.
„ 3. Eine Nymphe von oben.
„ 4. Ein besaugtes Hollunderblatt.
„ 5. Vollkommenes Insect. Männ.

Vortrag.

Beweis, dass die Ursprünge der Coronar-Arterien, während der Systole der Kammer, von den Semilunarklappen nicht bedeckt werden, und dass der Eintritt des Blutes in dieselben nicht während der Diastole stattfindet.

Von dem w. M. Prof. Hyrtl.

(Entgegnung auf einen, vom Professor der Physiologie und „höheren" Anatomie in der Sitzung vom 30. November gehaltenen Vortrag.)

Ich bin dem in der letzten akademischen Sitzung am 30. November von Prof. Brücke gehaltenen freien Vortrag [1]) mit der grössten Aufmerksamkeit gefolgt, da mich schon die ersten Worte desselben in der That überraschten. Der Inhalt des Vortrages ging von anatomischen Prämissen aus. Ich halte mich desshalb für berufen, in die Erörterung einiger Punkte desselben näher einzugehen, da ich den Vorwurf nicht gewärtigen will, dass Behauptungen, welche nicht verfehlen werden eine tiefe Sensation eigener Art unter den Fachmännern hervorzurufen, ihre Entgegnung von anderer Seite her finden sollten, als von der kaiserlichen Akademie, vor deren Richterstuhl sie ausgesprochen wurden. Ich darf dieses um so weniger unterlassen, als aus den aufgestellten Behauptungen Schlüsse und Anwendungen gezogen wurden, welche über die Grenzen der Physiologie hinaus, in das Gebiet der Pathologie reichen, und welche bei Zeiten in ihrem eigentlichen Werth erkannt werden sollen, bevor sie auch dort die Saaten des Irrthums zum Keimen bringen. Ich bitte die geehrte Classe nicht

---

[1]) Nur diesem mündlichen Vortrage, dessen Hauptpunkte notirt wurden, gilt meine Entgegnung. Das der Akademie übergebene Manuscript habe ich nicht gesehen.

den Beginn einer langen Polemik in meinem Vorhaben zu erblicken; — es handelt sich nur um eine anatomische Berichtigung!

Es hiess in jenem Vortrage:

1. **Die Halbmondklappen der Aorta bedecken die Ostien der Kranzarterien während der Systole der linken Kammer.**

Die Geschichte der Anatomie lehrt, dass diese Behauptung lange vor Haller aufgestellt wurde[1]). R. Vieussens, Fantoni, M. Lancisi, H. Boerhave[2]), und vor ihnen einige andere Männer, deren Namen weniger guten Klang haben[3]), waren in diesem Irrthum befangen, welchen Haller[4]) vor hundert Jahren gründlich widerlegte. — In neuerer Zeit tauchte diese Vorstellung hie und da wieder auf, und als mein verehrter Freund, Prof. Retzius, im Jahre 1843 den trefflichen Aufsatz schrieb[5]), welcher uns über den Mechanismus des Klappenschlusses in der Aortenwurzel so vollständig und bündig belehrte, scheint die dem Aufsatze beigegebene Abbildung[6]) dieser Vorstellung ein neues Gewicht verliehen zu haben. Da jedoch in diesem Aufsatze von den Kranzarterien gar nicht gesprochen wird, indem sie nicht zur Sache gehören, kann den Verfasser desshalb kein Tadel treffen, um so weniger, als die Ostien der Kranzarterien wirklich bei grösserer Entwickelung der *Sinus Valsalvae*, noch in das Bereich der letzteren fallen. Ich habe mich durch zahlreiche Autopsie an den Objecten unseres Secirsaales hinlänglich überzeugt, dass die Ursprünge der Kranzarterien in der Regel über den *Sinus Valsalvae* stehen, häufig sogar durch eine noch zu wenig untersuchte Zone, welche die Aorta dicht über den drei Sinus wie ein Band einzuschnüren scheint, von letzteren auf die deutlichste Weise abgemarkt werden, und

---

[1]) Jedoch nicht allgemein. Senac hat, auf der 13. Tafel seines Werkes über die Herzbewegung, das Verhältniss der Klappen zu den Ursprüngen der Coronar-Arterien richtig dargestellt, und Fantonus, welchen Haller und Morgagni citiren, sagt: „omnes velle, non sine ratione videri, ut etiam in Systole cordis, arteriae coronariae sanguinem reciperent".

[2]) Institutiones med. num. 183. Hier wird gesagt: „arterias cordis esse in diastole, dum reliquae corporis arteriae in systole constituuntur".

[3]) J. B. Morgagni liess die Frage unentschieden: „nos quidem rem in medio relinquimus". Adversaria anat. Lugd. Bat. 1723. Adv. V, pag. 38.

[4]) Elementa physiologiae. Tom. I.

[5]) Müller's Archiv, 1843, pag. 14.

[6]) Figur 6, wo die Ursprünge der Coronar-Arterien auf der grössten Wölbung der *Sinus Valsalvae* stehen.

selbst wenn sie noch in das Bereich der Sinus fallen (bei grösserer Entwickelung derselben nach aufwärts) dennoch so hoch angebracht sind, dass sie von den Halbmondklappen nicht verschlossen werden können, ja der Klappenrand selbst mit der Pinzette nicht über das betreffende Ostium hingezogen werden kann. In der neuesten Auflage meines anatomischen Handbuches ist dieses ausdrücklich gesagt. Undeutliche Ausdrücke einiger anatomischer Autoren[1]) können gegen die bestimmten und entschiedenen Aussprüche der bewährtesten Schriftsteller kein Gewicht haben. Die Angabe, dass die Coronargefässe aus den *Sinus Valsalvae* entspringen, ist sehr oft zu finden. Es folgt aber daraus keineswegs, dass ihre Ursprünge von den Halbmondklappen bedeckt werden, da die Höhe der Sinus häufig grösser als die Breite der Klappen gesehen wird. Alle Anatomen, welche ihre Angaben über diesen Punkt auf eigene Anschauung gründeten, äussern sich übereinstimmend für das Nichtbedecktwerden der Kranzschlagader-Ursprünge durch die *Valvulae semilunares.*

Hören wir vorerst die Worte Haller's[2]):

„Ego vero constanter et abunde eam originem arteriarum coro-„nariarum altiorem, sive a corde remotiorem invenio, quam „sinus valvulae anterioris et posterioris, in quo sinu alii eas arte-„rias ajunt oriri," und hierauf: „Plurimis nunc experimentis haec „abunde confirmata habeo, ut eo confidentius, et veram hanc legem, „et perpetuam esse statuam." — Der alte, genaue, und verlässliche Lieutaud[3]) sagt: „Die beiden Kranzschlagadern entspringen aus „dem Stamme der Aorta, in einer Entfernung von ungefähr 6 Linien „von der Grundfläche des Herzens, und über den Blutbehältern „(Sinus) der grossen Schlagader". — A. Lauth[4]) sagt kurz und gut: „Die Kranzschlagadern entspringen gleich vom Anfangstheile „der Aorta, über den halbmondförmigen Klappen". Der ehrwürdige

---

[1]) So Fried. Arnold, im Handbuche der Anatomie des Menschen, Freiburg 1847; 2. Thl., 1. Abthl., pag. 440: „Die Coronargefässe entstehen aus der Aortenzwiebel, über dem Ansatz der Halbmondklappen", und Krause (Handbuch der menschl. Anat. 1838, pag. 650). W. Theile sagt in seiner Bearbeitung der Sömmerring'schen Gefässlehre, pag. 84: „Aus der aufsteigenden Aorta, und zwar im Ganzen über den Halbmondklappen, entspringen die beiden Coronar-Arterien".

[2]) Elementa physiologiae. Tom. I, pag. 367.

[3]) Zergliederungskunst, deutsche Übersetzung. Leipzig 1782, pag. 670.

[4]) Neues Handbuch der praktischen Anatomie. Stuttg. u. Leipz. 2. Bd. 1836, pag. 115.

Sömmerring[1]) äussert sich: „Die Aorta zeigt drei rundliche „Hervorragungen über den drei halbmondförmigen Klappen. Zu „oberst dieser Hervorragungen entspringen die beiden Kranzarterien, „so dass sie von den mondförmigen Klappen nicht „bedeckt werden können.“ F. Meckel sagt[2]): „Die Kranz-„pulsadern entspringen dicht über dem obern Rande der Halb-„mondklappen, so dass ihre Mündungen durch die an die „Aortenwand angedrückten Klappen nicht verschlos-„sen werden“.

Von französischen Autoren citire ich nur den besten und genauesten, Cruveilhier[3]), dessen Worte bei allen übrigen wiederkehren: „Les artères coronaires naissent de la partie antérieure de „la circonférence de l'aorte, immédiatement au-dessus du bord „libre des valvules sigmoides, dans la partie la plus elevée „des deux sinus correspondants“.

Von den Engländern mögen die besten Forscher der Gegenwart, Todd und Bowman[4]), sprechen. Ihre Worte lauten: „The arteries „of the heart, are the first branches, which spring from the aorta. „They leave that vessel, just beyond the margins of the „semilunar valves“.

Solche Stimmen sollen nicht in der Wüste physiologischer Institute verhallen, und an Leichnamen mangelt es bei uns auch nicht, an denen jedes vom Vorurtheil nicht geblendete Auge früher sehen lernen soll, bevor Entdeckungen aus dem Stegreif gemacht werden. „Non fingendum aut excogitandum, sed inveniendum, quid natura faciat atque ferat (Baco).“ Bedenkt man ferner, dass der Aortenbogen, wie jede andere Arterie, während der Systole des Herzens sich verlängert, so müssen die Mündungen der Kranzarterien hierdurch etwas höher rücken, während die dicht an der Grenze des Herzfleisches und an dem Anfang des Aortenrohres sitzenden Klappen nicht höher gerückt werden können, und der behauptete Verschluss der Kranzarterien-Mündungen während der Systole der Kammer um so weniger eintreten kann.

---

[1]) Gefässlehre. Frankf. a. M. 1801, pag. 139.
[2]) Handbuch der menschlichen Anat. 3. Bd. 1817, pag. 74.
[3]) Anatomie descriptive, Tom. II, pag. 50.
[4]) Physiological Anatomy of Man, pag. 342.

Es wurde in dem erwähnten Vortrage ferner gesagt:

Das Blut kann in die Öffnungen der Kranzarterien nur während der Diastole des Ventrikels einströmen, da während der Diastole die Klappen die Lumina dieser Arterien frei machen, und die Elasticität der Aortenwand das Blut in die Kranzschlagadern treibt.

Dass die durch die Systole der linken Kammer gespannte Elasticität des Aortenrohres während der Diastole eine blutbewegende Kraft abgibt, ist eine allgemein anerkannte Thatsache. Sie ersetzt aber bei den Kranzarterien nicht dasjenige, was bei anderen Arterien die Systole der Kammer leistet. Die Kranzarterien erhalten ihr Blut ebenso wie alle übrigen Arterien während der Kammersystole. Es folgt dieses schon aus der Lagerung der Ursprünge dieser Arterien über dem freien Rande der Klappen, und bedarf keines weiteren Beweises. Für Hartgläubige erwähne ich blos, dass die Kranzarterien an einem blossgelegten Thierherzen, welches bei künstlicher Unterhaltung der Respiration längere Zeit pulsirt, synchronisch mit der Kammersystole, nicht mit der Kammerdiastole pulsiren, und dass, wenn man eine Coronar-Arterie ansticht, das Blut, nachdem es eine Weile mit gleichförmiger Geschwindigkeit spritzte, später in genau mit der Kammersystole zusammenfallenden Stössen aus der Gefässwunde ausströmt. Haller hat dieses schon gekannt, indem er sagt: „omnes arteriae, aorta, carotis, et coronariae, temporibus paribus saliunt“ [1]).

Der nutritive Kreislauf des Herzens zeigt somit dasselbe primum movens, wie der Kreislauf in allen übrigen Organen. Eine anatomische Beobachtung kann hier noch erwähnt werden. Die Kranzarterien entspringen in einzelnen Ausnahmsfällen nicht gleich hoch. Die eine kann ihren Ursprung in grösserer oder geringerer Entfernung von dem Ursprunge der anderen nehmen. Man hat die rechte *Coronaria* aus der *Anonyma,* aus dem Querstück des Aortenbogens, ja sogar aus der *Subclavia dextra* entstehen gesehen, während die linke *Coronaria* ihre normale Ursprungsstelle beibehielt. Würde nun die linke durch die entsprechende *Valvula semilunaris* bedeckt, und erhielte sie demnach ihre Blutzufuhr in der Diastole, während die rechte, wie alle übrigen Arterien durch die Systole mit Blut versehen wird, was müsste in den Anastomosen der beiden Gefässe vor sich gehen? Eine

---

1) Elementa physiol. Tom. I, pag. 368.

Arterie würde ihr Blut in die andere treiben, und der Kreislauf in den Kranzgefässen der widersinnigsten Störung preisgegeben sein. Es muss somit auch bei solchen Anomalien der Bluteintritt in beide *Arteriae coronariae* während der Systole gegeben sein. Dasselbe gilt von der Vermehrung der Kranzarterien auf drei und vier [1]). Die überzählige dritte entspringt nicht aus dem dritten Sinus, sondern über dem Ursprunge einer der beiden normalen Kranzarterien. Zwei überzählige entstehen über den gewöhnlichen. Keine überzählige kann sonach von den halbmondförmigen Klappen bedeckt werden.

Ebenso hiess es: Das Erblassen der Kammer während der Systole, und das Rothwerden während der Diastole erklärt sich aus der Verhinderung oder dem Stattfinden des Bluteintrittes in die Coronargefässe in den betreffenden Zeitmomenten.

Sollte es dem Professor der Physiologie und „höheren" Anatomie wirklich unbekannt sein, woher die Farbenveränderung des Herzens während der Systole und Diastole stammt? dann lese er den Artikel „Herzbewegung" in R. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie [2]), oder betrachte aufmerksam das pulsirende Herz eines kaltblütigen Wirbelthieres, und er wird sich überzeugen, dass es die während der Diastole in das Herz (nicht in die Coronargefässe) eintretende, und während der Systole bis auf den letzten Tropfen wieder austretende Blutmasse ist, welche in Folge ihres Durchscheinens durch die Herzwand jene Farbenänderung bedingt. Bei Fischen und Amphibien verzweigt sich nämlich die an und für sich kleine Herzhöhle in ein Labyrinth von kleineren Gängen, welche in der Substanz der Herzwand bis nahe an die äussere Oberfläche derselben vordringen, und den Zellen und Lücken eines Schwammes vergleichbar sind, welche, wenn sie mit Blut vollgesogen sind, den Schwamm roth, wenn er ausgepresst wird, in seiner gewöhnlichen Farbe erscheinen lassen. Bei warmblütigen Thieren gilt dieses (nebst den Herzohren) nur für den rechten Ventrikel, weil er dünnwandiger ist als der linke, dessen dickes Fleisch das Kammerblut nicht durchscheinen lässt. Auch stimmen alle Beobachter dieser Erscheinung darin überein, dass sie besonders gut an jungen Thieren, am besten an Hühner-

---

[1]) F. Meckel, Handbuch der Anat., 3. Bd., pag. 74.

[2]) 2. Bd., pag. 36, über Farbenveränderung des Herzens.

Embryonen zu sehen ist — natürlich wohl nur darum, weil, je jünger das Thier, desto dünner seine Herzwand. Kürschner, der Verfasser obigen Artikels im Handwörterbuche der Physiologie, sagt ganz deutlich: „der linke Ventrikel wird (bei jungen Hunden) nie so blass wie der rechte". Müsste nicht das Gegentheil stattfinden, wenn nach Brücke's Gedanken das in die Coronargefässe und ihre Verästelungen während der Diastole der Kammer einströmende Blut mit der Röthung, und der supponirte Verschluss der Coronar-Ostien während der Systole, mit dem Farbenwechsel des Herzens in irgend einem Zusammenhange stünde. Folgerichtig müsste ja dann der linke Ventrikel, weil seine Wand mehr Masse, und somit auch einen grösseren Antheil an Kranzgefässverästelungen besitzt, während der Diastole viel röther werden, als der rechte. Auch haben es schon ältere Schriftsteller bemerkt, dass der Farbenwechsel an den Herzohren am meisten auffällt, — sicher nur weil sie die dünnwandigsten Theile des Herzens sind, und sich während der Systole fast vollkommen entleeren. An den Atrien hat man der Farbenänderung nicht erwähnt, — weil sie sich nie bis zur völligen Leere zusammenziehen [1]). Man kann auch an einem todten Herzen die Farbenänderung künstlich erzeugen, wenn man defibrinirtes Blut in die Herzhöhlen einspritzt.

Weiters wurde gesagt:

Der Verschluss der Kranzgefässursprünge während der Systole der linken Kammer schont die Arbeitskraft des Herzens, indem, wenn dieser Verschluss nicht stattfände, der Druck des in die Kranzarterien einströmenden Blutes, der Zusammenziehung des Herzens entgegenwirkte. Die Zusammenziehung der Herzwände während der Systole setzt ein Hinderniss für den Eintritt des Blutes in die Kranzgefässe, welches bei der Diastole wegfällt.

Hierauf ist Folgendes zu entgegnen. Wenn es in der wohlwollenden Absicht der Natur liegen würde, die Muskelkraft der Herzventrikel auf die angegebene Weise zu schonen, so hätten gewiss auch die Vorkammern diese haushälterische Rücksicht verdient. Jede der beiden Kranzarterien versorgt Kammern und Vorkammern. Während

[1]) Man bemerkt an ihnen nur eine Zu- und Abnahme ihres Volumens, ein Mehr oder Weniger in der Füllung.

sich die Kammern zusammenziehen, erweitern sich die Vorkammern. Sind während der Kammersystole die Öffnungen der Coronar-Arterien durch die Klappen der Aorta verschlossen, so wäre auch der Zufluss des Blutes zu den Wandungen der Vorkammern gehemmt, welche sich aber gerade in passiver Ausdehnung befinden, und in diesem Zustande keine Kraft entwickeln, an welcher etwas gespart werden soll. Wenn in der Systole der Kammer ein Hinderniss für den freien Bluteintritt in die Herzarterien gesehen wird, so müsste dieses Hinderniss in dem Drucke gegeben sein, welchen die sich zusammenziehenden Herzmuskeln auf die Coronargefässe ausüben. Dieser Druck existirt aber gar nicht, weder für die Hauptstämme, noch für die primitiven Verästelungen der Kranzarterien, und in den Capillargefässen wird er der Blutbewegung eher förderlich als hinderlich sein, da er das Blut in das Venensystem als das *punctum minoris resistentiae* treibt. Stämme und Äste der Kranzarterien liegen oberflächlich zwischen Herzfleisch und visceralem Blatt des Pericardium. Zieht sich das Herz zusammen, so wird es bekanntlich nach allen drei kubischen Dimensionen kleiner. Die Verdickung seiner Wand geschieht auf Kosten seiner Höhlen, und bedingt nicht wie bei anderen Muskeln, ein Dickerwerden seines Umfangs. Gewinnt das Herz während der Systole nicht an Umfang, sondern wird es kleiner, so wird auch sein Pericardialüberzug nicht gespannt, vielmehr abgespannt, und die zwischen Herzfleisch und dessen Überzug verlaufenden Stämme und Äste der Kranzarterien werden nicht nur keinen Druck erleiden, sondern im Gegentheil Gelegenheit finden, der in sie factisch eindringenden Blutwelle nachzugeben, und sich zu erweitern, wie es alle Arterien während eines Pulsschlages thun.

Hätten es nicht auch die übrigen Muskeln des menschlichen Leibes, deren mikroskopische Elemente dieselben sind wie jene des Herzens, wohl verdient, bei den äusserst ungünstigen Verhältnissen, in welchen so viele derselben, namentlich jene der Gliedmassen, auf die kurzen Hebelarme der langen Knochen wirken, einer gleichen oder ähnlichen Ersparniss und Schonung ihrer bewegenden Kraft theilhaftig zu werden, die aber für sie nicht zur Ausführung kam, da sie sammt und sonders ihr Blut durch die Systole des Herzens erhalten.

Es wäre zuletzt noch die Frage zu beantworten, warum denn gerade das Herz der Amphibien allein mit Coronar-Arterien ausge-

stattet wurde, welche so weit von dem *Ostium arteriosum* der Kammer entspringen, dass ihre Ursprungsöffnung nie von den Halbmondklappen bedeckt, und der Eintritt der Blutwelle in dieselbe während der Systole der Kammer selbst von Brücke nicht abgeleugnet werden kann. Das Amphibienherz ist wie das Vogel- und Säugethierherz das Pumpwerk für den Körperkreislauf, und seine Kraft hätte dieselbe haushälterische Verwendung beanspruchen können, welche dem Herzen der warmblütigen Thiere zugesprochen wird. Es wird somit auch für das Herz dasselbe gelten müssen, was für alle übrigen Muskeln gilt.

Dass: der Druck des in die Kranzarterien während der Diastole einströmenden Blutes die Erweiterung der erschlafften Kammer, und hiedurch die Anfüllung derselben mit Blut befördere, wurde ebenfalls behauptet.

Die Erweiterung der Kammer wäre sonach nicht allein durch die von der Vorkammer einströmende Blutmenge, sondern auch durch den Druck des in die Coronar-Arterien einströmenden Blutes bedungen. Heisst dieses nicht der Saugkraft des Herzens das Wort reden, welche bei jeder Gelegenheit als nicht vorhanden bezeichnet wird. Dass der Umfang des Herzens grösser wird, wenn eine klafterlange Röhre in die Aorta (gegen das Herz hin) gebunden, und mit Wasser gefüllt wird, beweist eben gar nichts, als dass das Wasser in jeden Canal einströmt, der mit der Röhre oder mit ihrer Verlängerung (Aorta) in Verbindung steht, und auf den Canal mit einer Druckkraft wirkt, die der Höhe der Flüssigkeitssäule entspricht. Die Kraft aber, mit welcher das durch die Systole der Kammer gespannte Rohr der Aorta, das Blut in die Coronargefässe triebe, ist nur ein Theil der Kraft, die der Ventrikel durch seine Contraction aufbringt (ein anderer Theil wird ja zur Fortbewegung des Blutes in der Aorta verwendet), und jener erste Theil der systolischen Kraft kann doch nicht dem Drucke gleich gehalten werden, welchen der Inhalt des langen Ansatzrohres auf die Coronargefässe ausübt. Doch lassen wir das Theoretisiren, und sehen wir auf die Erfolge jener anatomischen Encheiresen, durch welche wir die Coronargefässe mit flüssigen Massen füllen. Jeder praktische Anatom weiss, dass, um Injectionen von Coronargefässen des Herzens zu erhalten, man von der linken Lungenvene gegen das Herz injicirt. Die Masse füllt den linken Vorhof, die linke Kammer, die Aorta, und die Coronar-Arterien.

Die Injectionsmasse ahmt den Lauf des Blutes nach, und fliesst dorthin, wo dieses hingelangen konnte. Würden die Ostien der Coronargefässe durch die Halbmondklappen im Leben während des Überganges des Blutes aus der Kammer in die Aorta geschlossen, so müssten sie es auch durch die Injectionsmasse werden, welche in derselben Richtung wie das Blut strömt. Die Injectionsmasse geht aber in die Ostien der Coronargefässe hinein, ergo muss auch das Blut im lebenden Herzen diesen Weg gefunden haben. Man wende ja nicht ein, dass die Druckkraft der Injection das Aortenrohr eben so spannt, wie die Blutwelle, welche die Herzsystole in die Aorta treibt, und dass, wenn die Injectionskraft zu wirken aufhört, die Elasticität des Aortenrohres die flüssige Masse eben so gut in die Kranzarterien treiben könnte, wie es nach Brücke's Ansicht mit dem Blute der Fall ist. Dieser Einwurf könnte nur von Jemand gemacht werden, der nie injicirte, oder nie injiciren sah. Man kann den Injectionsdruck ganz nach Belieben beherrschen, man kann ihn so gelinde als möglich anbringen, und sieht schon bei dem ersten Ruck des Stempels (ohne nachfolgender Zurückziehung desselben) die Injectionsmasse durch die Coronar-Arterien laufen. Es ist durchaus unnöthig, um die Kranzarterien zu füllen, die Injection von der Aorta aus gegen das Herz zu machen, wie mehrere Anatomen, z. B. Sappey[1]) angeben. Dieser Autor kommt auch mit sich selbst in Widerspruch, da er Cruveilhier's früher citirte Angabe über die Stellung der Coronar-Ostien zu den freien Rändern der Halbmondklappen wörtlich wiederholt[2]).

Ich lege zugleich eine Reihe von Präparaten vor, welche die eben erörterten anatomischen Verhältnisse anschaulich machen. Sie zeigen theils die Stellung der Klappen in der Aortenwurzel während der Systole und Diastole, und ihr Verhältniss zu den Ursprungsöffnungen der Kranzarterien. Wer sehen kann der sehe. Theils sind es Herzen von Erwachsenen, an denen die Kranzarterien sehr vollständig durch Injection von der Lungenvene aus gefüllt wurden. Da man aber sagen könnte, diese Herzen haben vielleicht insufficiente *Valvulae semilunares* gehabt, und sind somit nicht streng beweiskräftig, so liegt auch ein frisch injicirtes Herz eines neugeborenen Kindes bei, gegen welches

---

[1]) Dieser wählt sogar die *Carotis dextra* als sicherer. Manuel d'anatomie descriptive, Paris 1850, Tom. I.

[2]) Lib. cit. pag. 392.

dieser Zweifel nicht erhoben werden kann, da Klappenfehler bei Neugeborenen etwas Unerhörtes sind. An einem dieser Präparate fällt der Ursprung der *Arteria coronaria sinistra* noch in das Bereich eines weiter als gewöhnlich nach oben ausgedehnten *Sinus Valsalvae*, und an einem zweiten liegen die Ursprünge beider *Arteriae coronariae* noch innerhalb der oberen Grenze der betreffenden *Sinus Valsalvae*. Beide Präparate stammen von Leichen mittleren Alters. In keinem derselben jedoch sind die Lumina der Kranzarterien von den freien Rändern der Halbmondklappen erreichbar. An dem Herzen des neugeborenen Kindes wurde die Injection mit so wenig Druckkraft gemacht, dass die Aorta halbgefüllt, und desshalb eingeschrumpft erscheint, obwohl die *Arteriae coronariae* bis in ihre feinsten Verzweigungen Injectionsmasse enthalten.

Ich will noch ein paar Worte über die Entstehung der *Sinus Valsalvae* hinzufügen. Ich kann die Annahme der Physiologen nicht theilen, dass die *Sinus Valsalvae* durch den Druck der während der Diastole des Ventrikels retrograd gepressten Blutmasse der Aorta entstehen. Wenn das Zurückstauen des Blutes in der Aorta oder Lungenarterie gegen das Herz eine Ausweitung eines entgegenstehenden Gebildes hervorbringen sollte, so müsste diese Ausweitung an den dünnen Semilunarklappen früher als an den dicken und elastischen Wänden des Aortenrohres auftreten. Die Ausweitung der Halbmondklappen gegen den Ventrikel zu müsste um so eher entstehen, als die durch den Druck der Blutsäule in der Aorta getroffenen und geschlossenen Klappen von dem sich während des Klappenschlusses erweiternden Ventrikel keinen Gegendruck aufnehmen, somit ihrer Ausbuchtung in den Ventrikel hinein (von den pathologischen Anatomen *Aneurysma valvularum semilunarium* genannt) gar kein Hinderniss entgegensteht. Diese Aneurysmen kommen aber nur äusserst selten vor. Ich habe sie nie gesehen, und mein geehrter Collega, Prof. Rokitansky, dessen reiche Erfahrung in solchen Fragen von entscheidendem Gewichte ist, rechnet sie zu den seltensten pathologischen Vorkommnissen. Ist also der Druck des Blutes in der Aorta nicht im Stande, die relativ dünnen, und nur mit geringer Elasticität ausgestatteten Halbmondklappen gegen den Ventrikel hin auszubuchten, so wird dieser Druck über die dicke und mit überaus mächtigen elastischen Schichten versehene Aortenwand noch weniger Macht haben, und die *Sinus Valsalvae* werden ihr Dasein einer anderen

Entstehungsweise verdanken. Nach den herrschenden physiologischen Ansichten müssten auch die *Sinus Valsalvae* mit dem fortschreitenden Alter an Tiefe zunehmen, was nicht beobachtet wird, da die Alters-Metamorphose der *Aorta* und *Arteria pulmonalis* nur in einer Ausdehnung des gesammten Arterienrohres, nicht aber in einer partiellen Ausbuchtung ihrer Wand besteht. An Embryonen und Neugeborenen findet man schon die *Sinus Valsalvae* in demselben Grössenverhältniss zum Querschnitte des betreffenden Arterienstammes wie bei Erwachsenen. Ihr Vorkommen kann somit nicht blos durch mechanische Verhältnisse erzwungen worden sein, sondern muss in dem ursprünglichen Plane der Entwickelungsgesetze liegen. Wenn man bedenkt, dass in dem zwischen den Taschen der eingestellten Semilunarklappen und der Wand des betreffenden *Sinus Valsalvae* befindlichen Raume sich während der Diastole der Kammer Blut befindet, welches durch die Bewegung der Klappe gegen die Aortenwand während der Systole, an diese Wand angedrückt werden muss bevor es entweicht, so ist der Vortheil einer an diesen Druckstellen der Wand befindlichen Ausbuchtung nicht zu verkennen. Dieses Andrücken des Blutes an die Aortenwand durch die von der Systole der Kammer aufgestossenen Klappen wird, selbst wenn es wahr wäre, dass die vollkommen geöffnete Klappe das Ostium der Coronar-Arterie schliesst, noch bevor dieser Verschluss eintreten kann, einen Theil jener Blutmasse, welche sich zwischen Klappe und Aortenwand befindet, in die offenen Mündungen der Coronar-Arterien eintreiben, und somit auch, bei Zugebung obiger irriger Annahme, das Blut während der Systole der Kammer in diese Gefässe eindringen.

Es ist somit bewiesen, dass der Kreislauf in den Coronargefässen unter allen Verhältnissen von derselben Stosskraft des Herzventrikels abhängt, von welcher der gesammte Kreislauf unterhalten wird. Es hätte, um dieses zu beweisen, unter anderen Umständen, nicht so vieler Worte bedurft. Ausführlichkeit war hier nothwendig, und ich habe mich gerne in sie eingelassen, weil es mich freut, die Wichtigkeit gründlich anatomischer Studien für den Physiologen auf eine recht eindringliche und fühlbare Weise gezeigt zu haben. Wie viele nutzlose Thierquälereien könnten vermieden werden, wie manche Marterställe ungebaut und wie viel Unrichtiges ungesprochen bleiben, wenn es der Physiologie gefallen würde, aus ihren Nebelhöhen

gnädig herabzusteigen auf den festen, verlässlichen, wenn auch zuweilen etwas schmutzigen Boden der Anatomie, und Einsicht zu nehmen von dem Substrat der Lebensfunctionen, bevor sie es sich beikommen lässt, Thatsachen aufzustellen, die nicht existiren, Behauptungen aufzufrischen, welche ihrer Unhaltbarkeit wegen schon lange aufgegeben und vergessen wurden, und Folgerungen daraus abzuleiten, die eben so nichtig sind wie die Prämissen, aus welchen sie gezogen wurden.

Schliesslich erkläre ich, dass wenn diese meine Worte eine Entgegnung zufolge haben sollten, ich vor dieser Versammlung nicht mehr darauf antworten werde.

SITZUNG VOM 14. DECEMBER 1854.

Eingesendete Abhandlung.

Über die Temperatur der Quellen von Kremsmünster.

Von dem c. M. P. Augustin Reslhuber,
Director der Sternwarte in Kremsmünster.

Die ersten Bestimmungen der Temperatur unserer Quellen machte M. Koller im Mai des Jahres 1834, und setzte dieselben durch ein Jahr bis zum April des Jahres 1835 fort. Allmonatlich wurde einmal eine Messung vorgenommen. M. Koller wählte zur Untersuchung drei Quellen auf dem südöstlichen Abhange des von Südwest nach Nordost am linken Ufer des Kremsflüsschens sich hinziehenden äusserst quellenreichen Hügels, auf welchem nahezu in der Mitte das Stift sammt der Sternwarte sich befindet.

Nach meinen barometrischen Messungen ist

Die Meereshöhe des Niveaus der Krema (zunächst der Sternwarte) . . . . = 168°2 Toisen.
„ „ der Sternwarte (Ort des Barometers im I. Stockwerke) . . . . = 196·8 „
„ „ des höchsten Punktes des Hügels, aus welchem die Quellen entspringen . . . . . = 236·9 „
„ „ der Quelle I . . . . = 176·2 „
„ „ der Quelle II . . . . = 199·1 „
„ „ der Quelle III . . . . = 194·0 „

Die Ausflussstelle der Quelle I ist mit einem Bretterverschlage bedeckt, und kann von der Sonne nicht beschienen werden. Die Quellen II und III ergiessen sich in offene mit Steinen ausgemauerte Bassins. Die Quelle II ist die Mächtigere, und gibt nach den Messungen des Astronomen Bonifacius Schwarzenbrunner täglich 85190 Eimer, also nahe in jeder Secunde einen Eimer; die beiden anderen Quellen liefern eine viel kleinere Quantität Wasser.

Die herrschende Gebirgsformation ist ein ziemlich dichtes Kalk-Conglomerat, bedeckt mit einer dicken Schichte von Thon und Dammerde; der Boden befindet sich durchweg im besten Cultur-Zustande.

Zu den Temperaturmessungen wurde ein nach Bessels Methode rectificirtes Thermometer verwendet, welches noch überdies mit dem Beobachtungs-Thermometer der Sternwarte genau verglichen wurde.

Bei den Messungen wurde auf folgende Weise verfahren: das Thermometer wurde in der Mitte eines prismatischen Gefässes von 16 Quadratzoll Bodenfläche und 12 Zollen Höhe, das oben offen und mit einem Handgriffe versehen ist, eingespannt; zwei sich gegenüberstehende Wände dieses Gefässes sind von Glas, an den beiden anderen aus Blech befinden sich über einander je zwei Löcher, die mit Korkstoppeln verstopft werden können. Das Gefäss mit dem Thermometer wurde an der Ausflussstelle der Quelle in das Wasser versenkt, und mit Wasser bis oben gefüllt, so dass das Thermometer vollkommen unter Wasser kam. Nachdem auf diese Weise das Thermometer längere Zeit der Temperatur des Quellwassers ausgesetzt war, wurden die Löcher an den Seitenwänden des Gefässes verstopft, dieses mit Wasser ganz gefüllt aus dem Bassin herausgenommen, und das Thermometer, da es sich noch im Wasser befand, abgelesen. Die Messungen wurden bei jeder Quelle drei- bis viermal wiederholt.

M. Koller veröffentlichte seine Quellen-Temperaturs-Bestimmungen im Jahre 1840 am Schlusse eines längeren Aufsatzes: „Über den Gang der Wärme in Österreich ob der Enns“, welchen er in der sechsten Generalversammlung der Mitglieder des Museums „Francisco-Carolinum“ in Linz las. (Abgedruckt im fünften Jahresberichte des genannten Museums.)

Da es bei Beurtheilung der Beziehung der Quellentemperatur zur Temperatur der äusseren Luft ganz vorzüglich auf diese und die atmosphärischen Niederschläge ankommt, so führe ich hier die Original-Bestimmungen Koller's auf, und füge denselben die monatlichen

Mittel-Temperaturen der Luft so wie die Summe der gefallenen atmosphärischen Niederschläge in den einzelnen Monaten bei.

Zur Beurtheilung des Witterungs-Charakters des Beobachtungs-Jahres sind auch die aus vieljährigen Beobachtungen abgeleiteten mittleren Temperaturen der Luft und mittleren Quantitäten der atmosphärischen Niederschläge beigegeben.

Die Thermometer-Angaben sind in Graden der Réaumur'schen Scala; bei den Niederschlägen ist die Höhe der gefallenen Wassermenge in Pariser-Zollen und Decimaltheilen des Zolles gegeben.

Jahr	Monat	Temperatur der Quelle			Mittlere Temper. der Luft. R.	Mittlere Temper. der Luft aus 38jähr. Beob.	Atmosphär. Nieder-schläge in Par.-Zollen.	Mittlere Menge der Nieder-schläge aus 33jähr. Messungen.
		I	II	III				
1834	Mai	7°33	7°60	7°65	12°03	10°49	1"533	3"088
„	Juni	7·35	7·60	7·67	13·86	12·89	2·891	4·325
„	Juli	7·37	7·60	7·67	16·07	14·27	2·450	4·695
„	August	7·40	7·70	7·77	14·32	13·62	3·492	4·464
„	Sept.	7·45	7·70	7·80	12·72	10·49	1·083	2·747
„	Oct.	7·49	7·77	7·81	6·60	6·68	2·550	2·326
„	Nov.	7·40	7·67	7·70	1·44	2·18	0·775	2·032
„	Dec.	7·32	7·72	7·73	—0·41	—0·72	2·950	2·005
1835	Jänner	7·32	7·70	7·68	—1·09	—2·76	1·727	1·998
„	Febr.	7·30	7·70	7·70	0·30	—1·15	1·583	1·854
„	März	7·38	7·78	7·80	1·96	2·11	2·133	2·197
„	April	7·33	7·78	7·80	4·86	6·56	2·067	2·200
1835	Mittel	7°37	7°69	7°73	6°89	6°24	S.=25"234	S.=33"931

Im Gange der Temperatur zeigt sich bei der Quelle I eine Anomalie im April 1835, eine Abnahme der Wärme, sie dürfte ihren Grund in der niederen Temperatur der Luft haben;

bei den Quellen II und III eine Anomalie im November 1834, wahrscheinlich veranlasst durch die niedere Temperatur der Luft und die geringe Quantität der Niederschläge.

Das Maximum der Temperatur trat bei allen drei Quellen im October ein; vom Mai bis September war die Luft warm mit einer relativ nicht bedeutenden Menge von Niederschlägen, welche aber

durch ihre höhere Temperatur zur Steigerung der Quellenwärme beitrugen.

Das Minimum der Temperatur trat bei der am tiefsten gelegenen Quelle I im Februar 1835 ein; bei den zwei anderen Quellen fand dasselbe in dieser Reihe von Beobachtungen im Mai 1834 Statt. Verfolgt man die Änderungen der Temperatur dieser zwei Quellen vom Maximum im October angefangen, so findet man ein Minimum im Januar und Februar 1835, welches, obwohl noch höher als der Stand der Temperatur im Mai 1834 als das Minimum des Winters zu nehmen ist.

Die Extreme treten in der Quellentemperatur später ein, als sie in der Temperatur der Luft stattfinden, weil die Einwirkung des die Erde allmählich durchdringenden wärmeren oder kälteren Wassers sich erst nach längerer Zeit äussern kann.

In dieser Reihe von Beobachtungen ist die Differenz zwischen dem Maximum und Minimum der Temperatur:

bei der Quelle	I	= 0°19
„ „ „	II	= 0·18
„ „ „	III	= 0·16
im Mittel	. . . .	= 0·18.

Da die Variation der Temperatur nur nahe = 0°2 beträgt, so sind unsere Quellen zu den Beständigen zu zählen.

Die niederste Temperatur hat die am tiefsten liegende Quelle I; das atmosphärische Wasser hat durch die Erdschichten und Gesteine einen längeren Weg zurückzulegen, wird durch die tiefer liegenden kälteren Gesteine mehr abgekühlt, und kommt daher mit einer niederern Temperatur an der Ausflussstelle hervor.

Bei den Quellen II und III sind die localen Verhältnisse gleich, sie liegen in fast gleicher Höhe und liefern daher Wasser von beinahe derselben Temperatur.

Die Mittel-Temperatur der drei Quellen = 7°60 ist höher als die mittlere Temperatur der Luft = 6°89 um 0°71. Es fiel zwar in den Monaten, in welchen die mittlere Temperatur der Luft höher war als die Quellen-Temperatur, eine geringere Menge Wassers, als in den Monaten, in welchen die Luft-Temperatur tiefer war als die Quellen-Temperatur:

vom Mai bis September Summe der Niederschläge = 11'449
„ October bis April „ „ „ = 13·785;

allein die Sommerregen sind für die Quellen einflussreicher, als die Niederschläge in den kälteren Monaten, durch welche den Quellen, wenn die Erde gefroren, wenig Nahrung zugeführt wird, oder im Frühlinge, wo ein grosser Theil der Niederschläge schnell in Dunst übergeht.

Nach Verlauf von neunzehn Jahren nahm ich im Spätherbste des verflossenen Jahres 1853 die Bestimmung der Quellen-Temperatur wieder auf, da es mich sehr interessirte, zu erfahren, wie die Verhältnisse sich dermalen herausstellen, und wie ein verschiedener Charakter in der Witterung des Jahres ändernd auf die Temperatur der Quellen einwirke. Ich bestimmte monatlich (vom November 1853 bis October 1854) einmal mit *grösster Vorsicht* an einem *trüben Tage* gewöhnlich am Vormittage die Temperatur der drei von *Koller* untersuchten Quellen, und nahm noch zwei andere, Quelle IV und V mit in Beobachtung.

Die Quelle IV entspringt unmittelbar vor dem Hauptthore des Stiftes (auf dem südöstlichen Abhange des Hügels), und liefert das Wasser zu 40 Röhrenbrunnen im Stifte und dessen Gärten und zu vier Brunnen in den Stiftshäusern. Der Ursprung ist mit behauenen Steinen ummauert, und durch ein solides Gewölbe gedeckt, der Zugang durch eine Thür abgeschlossen, so dass der Zutritt der Luft und des Lichtes völlig abgehalten ist. Diese Quelle eignet sich daher ganz vorzüglich zu derartigen Untersuchungen, da sie von den Vorgängen und Veränderungen in der freien atmosphärischen Luft unabhängig ist.

Die Meereshöhe dieser Quelle ist = 194°6 Toisen.

Die Quelle V befindet sich auf dem nördlichen Abhange des Hügels in dem sogenannten Pollmanns-Graben, $^1/_4$ Stunde vom Observatorium entfernt. Die Lage der Quelle ist derart, dass sie im Winter von der Sonne nicht beschienen wird, im Sommer durch zahlreiche Laubholzpflanzen gegen eine stärkere Erwärmung geschützt ist. Die Ausflussstelle der Quelle ist offen, das Bassin durch einen Bretterverschlag umschlossen.

Die Meereshöhe der Quelle ist = 190°4 Toisen.

Die Resultate der Messungen, deren jede das Mittel von 3—4 Beobachtungen ist, so wie die mittlere Temperatur der Luft und die Quantität der atmosphärischen Niederschläge in den einzelnen Beobachtungs-Monaten so wie die aus vieljährigen Beobachtungen

abgeleitete mittlere Monats-Temperatur der Luft und die mittlere monatliche Wassermenge enthält die nachstehende Tabelle:

Jahr	Monat	Temperatur der Quelle					Mittlere Temper. der Luft	Mittlere Temper. der Luft aus vieljährigen Beob.	Menge der atmosphär. Niederschläge.	Mittlere Menge der Niederschläge aus 33jähr. Beob.
		I	II	III	IV	V				
1853	9. Nov.	7°50	7°87	7°87	7°63	7°47	1°27	2°18	2"021	2"032
„	15.Dec.	7·30	7·74	7·79	7·55	7·40	—4·33	—0·72	0·850	2·005
1854	17. Jän.	7·12	7·74	7·65	7·45	7·38	—2·34	—2·76	1·244	1·998
„	27.Feb.	7·11	7·74	7·63	7·50	7·40	—1·63	—1·15	3·236	1·854
„	27. März	7·14	7·82	7·79	7·58	7·55	1·78	2·11	1·602	2·197
„	26. Ap.	7·19	7·89	7·86	7·70	7·61	6·61	6·56	2·542	2·200
„	18. Mai	7·22	7·99	7·97	7·80	7·78	11·22	10·49	1·562	3·088
„	17.Juni	7·34	8·01	7·99	7·83	7·82	12·26	12·89	5·946	4·325
„	13. Juli	7·39	8·04	8·04	7·90	7·92	15·12	14·27	4·591	4·695
„	21.Aug.	7·48	8·04	8·05	7·85	7·86	13·90	13·62	4·979	4·464
„	18.Sep.	7·45	8·01	8·02	7·78	7·79	10·82	10·49	1·375	2·747
„	16.Oct.	7·41	7·92	7·97	7·76	7·73	6·98	6·68	2·192	2·326
1854	Mittel	7°30	7°90	7°89	7°69	7°64	5°97	6°24	S.=32"140	S.=33"931

Folgerungen aus diesen Beobachtungen.

Die Änderungen der Temperatur erfolgen bei allen fünf Quellen regelmässig.

Das Minimum fand Statt längere Zeit nach dem Minimum der mittleren Temperatur der Luft (im Januar und Februar); das Maximum nach der höchsten Luft-Temperatur im Monate August bei den Quellen I, II, III; im Monate der grössten Wärme der Luft (Julius) bei den Quellen IV und V.

Die Änderung der Temperatur der Quellen vom Minimum zum Maximum beträgt in dieser Reihe von Bestimmungen

bei der Quelle I . . . . = 0°37
„ „ „ II . . . . = 0·30
„ „ „ III . . . . = 0·42
„ „ „ IV . . . . = 0·45
„ „ „ V . . . . = 0·52
im Mittel . . . . = 0·41.

Die Temperatur der Quellen steigt nach diesen Bestimmungen eben so lange, als sie sinkt, wie man dieses bei beständigen Quellen bisher beobachtet hat.

Die mittlere Jahres-Temperatur war

bei der Quelle	I . .	= 7°30	Meereshöhe . .	= 176'2 Toisen
„ „ „	V . .	= 7·64	„ . .	= 190·4 „
„ „ „	IV . .	= 7·69	„ . .	= 194·6 „
„ „ „	III . .	= 7·89	„ . .	= 194·0 „
„ „ „	II . .	= 7·90	„ . .	= 199·1 „

Die Quellen-Temperatur wächst mit der Höhe, oder jene Quellen liefern wärmeres Wasser, bei welchen das atmosphärische Wasser weniger tief in die Erde eindringt.

Die Quellen III und IV obwohl von fast gleicher Höhe zeigen eine Differenz in der Mittel-Temperatur von = 0°20, was in dem Umstande begründet ist, dass die Ausflussstelle der Quelle III offen, jene der Quelle IV aber vor dem Einflusse der Luft abgeschlossen ist.

Die Temperatur der am nördlichen Abhange des Hügels gelegenen Quelle V kommt sehr nahe überein mit jener der verschlossenen Quelle IV.

Die Mittel-Temperatur der einzelnen Quellen ist durchgehends grösser, als die der atmosphärischen Luft, weil die Monate, in welchen die mittlere Temperatur der Luft die Quellen-Temperatur übersteigt (Mai bis September) eine grössere Quantität atmosphärischer Niederschläge haben, als die Monate, in welchen die Temperatur der Luft unter der Quellen-Temperatur bleibt. (October bis April.)

Es war vom October 1853	bis April 1854	die Wassermenge	= 13'687
„ „ „ Mai 1854	„ September 1854	„ „	= 18·453

Im Mittel von 33jährigen Messungen ist

vom October bis April	die Wassermenge	= 14'612
„ Mai „ September „	„	= 19·319

somit ist das Beobachtungsjahr 1853/54 in dieser Beziehung nahezu ein mittleres.

In den kältesten Monaten (December, Januar, Februar) ist die Änderung der Quellen-Temperatur sehr unbedeutend; ist nämlich die obere Erdkruste einmal gefroren, dann dringt wenig oder gar kein Wasser in das Innere; dasselbe verdunstet

häufig langsam an der Erdoberfläche; es ändern daher die Niederschläge des Winters die Temperatur der Quellen nur wenig; die Erniedrigung derselben ist vielmehr eine Folge der allmählichen Abkühlung durch die kältere Temperatur der das innere Wasserbehältniss umgebenden Erdschichten.

Die mittlere Jahrestemperatur im Mittel aus allen fünf Quellen ist = 7°68; die mittlere Temperatur der Luft war = 5°97 in diesem Beobachtungsjahre, es war demnach die mittlere Quellen-Temperatur um 1°71 höher als die mittlere Temperatur der Luft.

Vergleichung der von M. Koller im Jahre 1834/35 angestellten Bestimmungen der Quellen-Temperatur mit denen vom Jahre 1853/54.

Da in den zwei Beobachtungsjahren ganz verschiedene Witterungsverhältnisse obwalteten, so ist es nicht uninteressant eine Vergleichung der erlangten Resultate anzustellen.

Zur Beurtheilung des Witterungs-Charakters beider Jahre gebe ich zuerst die mittleren Temperaturen der Luft und die mittleren Mengen der atmosphärischen Niederschläge in den Jahreszeiten und im Jahre, wie sie für unseren Ort aus vieljährigen Beobachtungen abgeleitet sind.

Aus vieljährigen Beobachtungen ist die mittlere Temperatur

des Winters	= — 1°57	mittlere Wassermenge	=	5'857
„ Frühlings	= 6·39	„ „	=	7·485
„ Sommers	= 13·59	„ „	=	13·484
„ Herbstes	= 6·45	„ „	=	7·105
„ Jahres	= 6·24	„ „	=	33·931

Es war der

Winter	v. 1833/34	m. T. = + 1°94	gelinde;	Wasserm.	= 9'025	gross;
Frühling	„ 1834	„ „ 6·63	mittlerer;	„	= 4·183	klein;
Sommer	„ 1834	„ „ 14·75	warm;	„	= 8·833	klein;
Herbst	„ 1834	„ „ 6·92	zieml. warm;	„	= 4·408	klein;
Winter	„ 1834/35	„ „ — 0·40	gelinde;	„	= 6·260	mittlere;
Frühling	„ 1835	„ „ 5·75	kühl;	„	= 7·934	mittlere.

Dem gelinden Winter von 1833/34 mit einer ziemlich grossen Menge von Niederschlägen folgte ein Frühling mit mittlerer Temperatur und kleiner Wassermenge, hierauf ein warmer Sommer mit

geringer Regenmenge; die Temperatur der Quellen änderte sich vom Mai bis October wenig, da sie nicht viele Nahrung erhielten; der Herbst hatte nahe mittlere, fast warme Temperatur und wieder eine kleine Summe von Niederschlägen; der darauf folgende Winter war mit Ausnahme des Januars gelinde mit einer mittleren Menge von Niederschlägen, die Temperatur der Quellen sinkt nur wenig; der Frühling von 1835 war kühl mit einer mittleren Regenmenge, die Quellen-Temperatur wächst nur um ein Kleines. Diese Witterungsverhältnisse bewirkten, dass die Differenz zwischen Maximum und Minimum der Temperatur im Mittel aller drei Quellen nur = 0°18 beträgt, und die mittlere Jahres-Temperatur der Quellen ziemlich niedrig ausfällt.

Sommer von 1853 mittlere Temperatur = 14°49 ziemlich warm;
Wassermenge = 16'817 ziemlich gross;

Herbst von 1853 mittlere Temperatur = 6°47 mittlerer;
Wassermenge = 5'313 klein;

Winter von 1853/54 mittlere Temperatur = — 2°77 kalt;
Wassermenge = 5'330 mittlere;

Frühling von 1854 mittlere Temperatur = 6°54 mittlerer;
Wassermenge = 5'706 klein;

Sommer von 1854 mittlere Temperatur = 13°76 mittlerer;
Wassermenge = 15'516 ziemlich gross;

September und October von 1854 mittlere Temperatur = 8°90 mittlerer;
Wassermenge = 3'567 klein.

Der Sommer 1853, welcher der zweiten Beobachtungs-Periode voranging, war ziemlich warm mit einer bedeutenden Summe von Niederschlägen, darum die Quellen-Temperatur im November 1853 höher als im gleichnamigen Monate des Jahres 1834; der Herbst hatte mittlere Temperatur und eine kleine Regenmenge, der darauf folgende Winter 1853/54 war kalt (besonders im December) und andauernd, die Erde kühlte durch Wärme-Ausstrahlung sehr ab, die Quellen-Temperatur sinkt; der Frühling von 1854 hatte mittlere Temperatur und eine kleine Regenmenge, der Sommer mittlere Temperatur und eine ziemlich grosse Regenmenge, die Quellen erhielten reichliche Nahrung, ihre Temperatur steigt im regenreichen Sommer 1854 mit mittlerer Luft-Temperatur mehr bei den höher gelegenen Quellen II und III, als im warmen aber regenarmen Sommer v. J. 1834, während die tiefer liegende Quelle I mehr constant bleibt. Im September

und October, welche mittlere Temperatur und eine kleine Wassermenge haben, sinkt die Quellen-Temperatur langsam.

Die Differenz zwischen Maximum und Minimum der Quellen-Temperatur ist in diesem Beobachtungsjahre im Mittel der Quellen I, II, III = 0°36, also noch einmal so gross, als im Beobachtungsjahre 1834/35, und ist verursacht durch die stattgehabten Verschiedenheiten der Temperatur und der Quantität der Niederschläge, besonders der Winter- und Sommer-Monate. (Kalter Winter, regenreicher Sommer.)

Die mittlere Jahres-Temperatur der Quellen I, II, III war

	Quelle			m. Temperatur d. Luft	Wassermenge
	I	II	III		
im Jahre 1834/35 =	7°37	7°69	7°73	6°89	25'234
„ „ 1853/54 =	7·30	7·90	7·89	5·97	32·140

Die mittlere Jahres-Temperatur der Quelle I ist im J. 1834/35 grösser als im Jahre 1853/54, während bei den Quellen II und III das Entgegengesetzte stattfindet.

1834/35	warmer Sommer und Herbst, wenig Regen; Quelle I, Temperatur . . Maximum	=7°49	Diff.=0°19.
	gelinder Winter; mittlere Wassermenge; Quelle I, Temperatur . . Minimum	=7·30	
1853/54	kalter Winter; mittlere Wassermenge; Quelle I, Temperatur . . . . . Minimum	=7·11	Diff.=0°37.
	mittlerer Sommer, grössere Regenmenge; Quelle I, Temperatur . . Maximum	=7·48	

Die beiden Maxima sind gleich; die obwohl geringe Menge der Niederschläge in dem warmen Sommer und Herbst des Jahres 1834 wirkte durch die Höhe ihrer Temperatur günstig und anhaltend ein auf die Erwärmung der Quelle (das Maximum trat erst im October ein); in dem gelinden Winter 1834/35 erhielt die Quelle mehr Zufluss, darum das Minimum nicht so tief; die Temperatur der Quelle nahm ab durch vier Monate, vom October bis Februar, worauf sie wieder zunahm.

In dem kalten und andauernden Winter von 1853/54 war der Erdboden durch mehrere Monate fest gefroren, die Quelle konnte keinen Zufluss erhalten, es fand eine länger fortdauernde Abkühlung

im Wasservorrathe der Quelle wegen der tieferen Temperatur der denselben umschliessenden Erdschichten Statt, die Temperatur der Quelle sank bis zu 7°11, und also um 0°19 tiefer als im Winter des Jahres 1834/35; in dem regenreicheren Sommer 1854 mit mittlerer Temperatur der Luft stieg die Wärme der Quelle nicht höher als im Jahre 1834; folglich musste bei so bewandten Verhältnissen die Mittel-Temperatur der Quelle im Jahre 1853/54 tiefer ausfallen, als im Jahre 1834/35.

Bei den Quellen II und III war:

		Quelle			Quelle	
		II	III		II	III
im Jahre 1834/35	T. Minimum =	7°67	7°68	T. Maximum =	7°78	7°81
„ „ 1853/54	„ „ =	7·74	7·63	„ „ =	8·04	8·05

Die Minima in beiden Beobachtungsjahren sind fast gleich, obwohl im ersteren Jahre der Winter gelinde, im zweiten kalt und andauernd war. Das Maximum im Jahre 1834 ist kleiner, als im Jahre 1854, und doch war der Sommer im ersten Jahre warm, im zweiten mit mittlerer Temperatur; es entscheidet hier nur die Quantität der Niederschläge und deren Temperatur in jenen Monaten, in welchen die obere Erdkruste nicht gefroren ist; im Jahre 1834 waren im Sommer und Herbste die Niederschläge sparsam, während der Sommer 1854 ziemlich regenreich war. Zugleich zeigen diese Bestimmungen, dass eine stärkere Abkühlung des Bodens in den Wintermonaten ohne erheblichen Einfluss auf die Temperatur selbst unserer höher liegenden Quellen sei, da die Minima in den beiden Wintern mit so wesentlich verschiedenem Witterungs-Charakter beinahe gleich sind.

Die Differenz der mittleren Jahres-Temperaturen in beiden Beobachtungsjahren ist

bei der Quelle I . . . . = 0°07
„ „ „ II . . . . = 0·21
„ „ „ III . . . . = 0·16;

es ist somit die mittlere Jahres-Temperatur der am tiefsten gelegenen Quelle I geringeren Änderungen ausgesetzt, als die der höher liegenden II und III, wie es wohl die Natur der Sache mit sich bringen muss.

Die mittlere Jahres-Temperatur im Mittel der Quellen I, II, III ist

im Beobachtungsjahre 1834/35 = 7°60; die mittlere Temp. der Luft = 6°89
„ „ 1853/54 = 7·70; „ „ „ „ „ = 5·97

es überstieg demnach die mittlere Jahres-Temperatur der Quellen jene der Luft

im Jahre 1834/35 um 0°71
„ „ 1853/54 „ 1·73

Die mittlere Jahres-Temperatur im Mittel aller fünf im Jahre 1853/54 untersuchten Quellen ist = 7°68; es dürfte daher die Wahrheit ziemlich genau erreicht sein, wenn man mit Rücksicht auf das im Jahre 1834/35 erhaltene Resultat = 7°60 die mittlere Jahres-Temperatur der Quellen unseres Ortes = 7°64 annimmt. Da die mittlere Temperatur der Luft aus vieljährigen Beobachtungen abgeleitet = 6°24 ist, so übersteigt die mittlere Jahres-Temperatur

der Quellen . . . . . = 7°64 R.
jene der Luft . . . . = 6·24 „
um . . . . = 1·40 „

Vorträge.

Über ein neues Reisebarometer.

Von dem w. M. **Director Kreil.**

Wenn eine gegebene Luftmasse sich über einen grösseren Raum ausbreiten kann, so übt sie auf ihre Umgebung einen geringeren Druck aus. Verbreitet sie sich z. B. auf den doppelten Raum, so sinkt der Druck auf die Hälfte herab. Nach diesem Grundsatze ist das in beifolgender Figur dargestellte Barometer ausgeführt, das sich von einem Barometer nach Fortin'scher Art nur durch eine kürzere ungefähr 14 Zoll lange Röhre und durch einige Bestandtheile des Gefässes unterscheidet. Das Gefäss *ABCD* ist ein ausgeschliffener Glascylinder, in welchem sich mittelst der Schraube *E* der Boden *FG* luftdicht bewegt, welcher, wenn er bis nahe an die Mündung *H* der Röhre gehoben wird, die obere Fläche des Quecksilbers *IK* in die Nähe des oberen Bodens *AB* bringt. *L* ist eine abzusperrende Öffnung, durch welche allein der innere Raum des Gefässes mit der äusseren Luft in Verbindung ist. Die Spitzen *M* und *N* sind so gestellt, dass, wenn *IK* eine durch *M*, und *OP* eine durch *N* gelegte Horizontalebene darstellt, der innere Gefässraum *ABIK* gleich ist dem Raume *IKOP*, welcher Bedingung leicht durch Abwägen des eingefüllten Quecksilbers entsprochen werden kann.

Zur Beobachtung hängt man das Barometer senkrecht auf, öffnet bei *L* und schraubt den Boden hinab bis *M* die Oberfläche des Quecksilbers berührt. Hierauf schliesst man *L* und schraubt den Boden hinab bis *N* die Oberfläche des Quecksilbers berührt. Die Höhe des Quecksilbers in der Röhre wird nun die Hälfte der Höhe in einem gewöhnlichen Barometer sein,

und kann auf der Scala als halbe oder, wenn diese darnach getheilt ist, als ganze Höhe abgelesen werden.

Erlaubt das Gefäss den ursprünglichen Luftraum *ABIK* auf das Dreifache zu vergrössern, so genügt eine Röhre, welche nur ein Drittel der Länge einer gewöhnlichen Barometerröhre hat u. s. f. Jedoch steigern natürlich sich dann auch die Beobachtungsfehler in demselben Verhältnisse.

Beitrag zur Kenntniss der Grundlagen des Piazzi'schen Sternkataloges.

Von dem w. M. Karl v. Littrow.

(Anzeige einer für die Denkschriften bestimmten Abhandlung.)

Piazzi glaubte in der umfangreichen Handschrift: *„Storia Celeste del R. Osservatorio di Palermo,“* die vor einigen Jahren durch liberale Unterstützung von Seite der k. österreichischen Regierung in den Annalen der Wiener Sternwarte veröffentlicht wurde, alle Originaldaten gesammelt zu haben, deren künftige Rechner zur Reproduction der mittleren Orte seines Kataloges bedurften. Bei näherer Durchsicht zeigt sich leider, dass die Gehülfen, welche dieses Manuscript zusammenzustellen hatten, keineswegs mit derjenigen Sorgfalt verfuhren, welche man hier zu fordern berechtigt war: Lücken und Incongruenzen mancher Art hindern oft eine völlig sichere Benützung. Vor Allem aber ein wichtiger Theil derjenigen Angaben, die in der *Storia Celeste* enthalten sein sollten, scheint von Piazzi selbst ganz übersehen zu sein: die Verbindung der beiden Uhren, deren er sich bediente, und von denen nur die eine unmittelbar mit dem Himmel hinreichend verglichen war. Als Herausgeber jenes Werkes hielt ich es für meine Pflicht, um möglichste Abhilfe wenigstens dieses Mangels mich zu bemühen, und war nach langjährigem Solicitiren endlich so glücklich, zuerst durch Hrn. G. Cacciatore, dann durch Hrn. D. Ragona-Scinà Materialien aus Palermo zu erhalten, die nicht nur jenem dringendsten Bedürfnisse grossentheils abhelfen, sondern auch manche weitere sehr wünschenswerthe Ergänzung liefern. Es gelang mir so über 2000 Vergleichungen beider Uhren, mehr als 1000 Zeit-

bestimmungen an der Hauptuhr mit dem Detail der Rechnung und gegen 300 bisher nicht publicirte für den Katalog meistens wichtige Sonnenbeobachtungen aufzufinden. Obgleich diese Daten, deren Discussion in der Einleitung und den Noten oft interessante Ergebnisse bietet, ziemlich fragmentarisch vertheilt sind, so thut dies doch ihrem Werthe im Allgemeinen geringen Eintrag, da eine vollständige Wiederberechnung der mittleren Orte des Kataloges wie ich glaube nur in besonderen Fällen angezeigt wäre; denn einerseits war die Art, wie Piazzi seine Beobachtungen anordnete, von der Umsicht etwa der Bradley'schen Beobachtungen weit entfernt, und gibt daher zu umfassenden Nachbesserungen keineswegs in gleicher Weise Raum, andererseits liessen die grosse Anzahl von Beobachtungen eines und desselben Gestirnes und das Princip der Differenz-Beobachtungen, welches Piazzi befolgte, ihn im Ganzen immer noch sehr gute Resultate finden. Was von solchen durchgreifenden Bearbeitungen des Kataloges meiner Meinung nach allein dringend Noth thut, ist die Ermittelung der Epochen, auf welche sich die mittleren Positionen beziehen, und die sich meistens schon aus der Vergleichung der im Kataloge angegebenen und in der *Storia Celeste* wirklich vorhandenen Zahl von Beobachtungen eines Sternes ableiten lassen. Bei Gestirnen, deren sehr zahlreiche Bestimmungen Piazzi blos zum Theile für den Katalog benützte, könnten jene Epochen aus anderen Quellen, etwa aus den Brouillons seiner Reductionen geschöpft werden. Sollten solche Quellen sich nicht mehr vorfinden, dann freilich müsste für diese besonders häufig beobachteten Sterne eine neue auf gehörig gesichtete Beobachtungen basirte Rechnung durchgeführt werden.

Mit vorliegender Arbeit glaube ich übrigens die mir zufällig gewordene Aufgabe, für Veröffentlichung der Grundlagen des Piazzi'schen Sternkataloges, so weit es an mir war, gelöst zu haben, und alle weiteren Completirungen anderen Händen, vor allen den Palermitaner Astronomen überlassen zu können.

Der elektro-chemische Schreib-Telegraph auf die gleichzeitige Gegen-Correspondenz an einer Drathleitung angewendet

von dem c. M., **Dr. Wilhelm Gintl,**
k. k. Telegraphen-Director.

(Mit VI Tafeln.)

(Vorgetragen in der Sitzung vom 30. November 1854.)

Von der Ansicht ausgehend dass wenn dem Wesen der Elektricität, gleich jenem des Schalles, der Wärme und des Lichtes, Vibrationen eigenthümlicher Art zum Grunde liegen, hier der ähnliche Fall wie z. B. bei der Fortpflanzung des Schalles eintreten müsse, von welchem es bekanntlich nachgewiesen ist, dass sich die Wellen desselben durch eine Röhrenleitung gleichzeitig in entgegengesetzter Richtung unbeirrt auf weite Distanzen fortpflanzen; habe ich mehrere darauf bezügliche mit dem von mir construirten elektro-chemischen Schreib-Telegraphen angestellte Versuche in der Sitzung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der k. Akademie der Wissenschaften am 9. Juni 1853 zur Sprache gebracht, die ich für den Telegraphen-Betrieb eben so wichtig als wie in wissenschaftlicher Hinsicht für höchst interessant erachtete.

Ich constatirte nämlich, dass während ein elektrischer Strom in dem Telegraphen-Drathe von einer Station zur anderen übergeht, durch denselben Drath gleichzeitig ein zweiter elektrischer Strom von der letzteren Station zur ersteren geleitet werden kann und dass jeder der beiden sich gleichzeitig durch den Telegraphen-Drath fortpflanzenden Ströme an der entgegengesetzten Station gerade so anlangt, als wenn er für sich allein in dem Drathe dahin geleitet worden wäre.

Hieraus schöpfte ich die Überzeugung, dass man durch Benützung der beiden im Telegraphen-Leitungsdrathe circulirenden Ströme, von zwei verschiedenen Stationen aus gleichzeitig correspondiren und daher einen einfachen Telegraphen-Drath als Doppelleitung gebrauchen könne, was bei den gegenwärtig in Anwendung stehenden Morse'schen Schreib-Apparaten bisher nicht der Fall war.

Ich beschäftigte mich seither auf Grund der von mir in dieser Beziehung angestellten vielfältigen Versuche und der bei dieser

Gelegenheit gemachten Erfahrungen mit der Einrichtung der dazu nöthigen Apparate, deren Beschreibung ich hier liefern und zugleich den von mir zur Erreichung des beabsichtigten Zweckes eingeschlagenen Weg angeben will, wobei jedoch die genaue Kenntniss der Einrichtung und Wirkungsweise des von mir construirten elektrochemischen Schreib-Telegraphen, dessen Darstellung sich im Aprilhefte 1853 des X. Bandes der Sitzungsberichte befindet, bei dem geneigten Leser dieser Abhandlung vorausgesetzt wird.

Es ist von dorther bekannt, dass wenn man den vom positiven Pole einer galvanischen Batterie ausgehenden elektrischen Strom durch den Schreibstift des Apparates in den mit Jodkalium und Stärkekleister imprägnirten gehörig befeuchteten Papierstreifen leitet, ihn dann aus demselben in den metallenen Steg übergehen und von da zum negativen Pole der Batterie zurückkehren lässt, sich die chemische Wirkung des elektrischen Stromes an der Eintrittsstelle in das Papier, also an der nach oben gekehrten Seite desselben durch eine violette Färbung kundgibt. Dieses farbige Zeichen erscheint bei Anwendung eines schwachen Stromes ebenfalls schwach und nur an der äussersten Oberfläche des Papiers ohne in die Masse desselben einzudringen, daher sich auch an der unteren Seite des Papierstreifens keine Spur einer chemischen Wirkung zeigt. Vermindert man die Stärke des Stromes, so verschwindet die Färbung auf der oberen Seite des Papiers, zum Beweise, dass zur Erzeugung einer sichtbaren chemischen Wirkung auf der Oberfläche des Papiers ein elektrischer Strom von bestimmter, wenn gleich sehr geringer Stärke erforderlich ist. Wird dagegen der elektrische Strom verstärkt, so erscheint auch die dadurch bewirkte Färbung des Papiers intensiver und dringt mit der Zunahme der Stromstärke successive in das Innere des Papiers, so dass endlich bei einem sehr starken Strome das Papier von der violetten Farbe ganz durchdrungen wird, und daher auch die untere Seite desselben an der Austrittsstelle des elektrischen Stromes farbig erscheint.

Lässt man den vom positiven Pole der galvanischen Batterie kommenden Strom in der entgegengesetzten Richtung durch den befeuchteten Papierstreifen gehen, so erfolgt dasselbe, aber nur in umgekehrter Ordnung; die Färbung des Papierstreifens kömmt nämlich zuerst an der unteren Seite desselben zum Vorschein, wird mit der Zunahme der Stromstärke intensiver, dringt immer tiefer in das

Innere des Papiers, bis endlich bei hinreichend starkem Strome die Färbung auch auf der oberen Seite des Papierstreifens erscheint.

Offenbar ergibt sich daraus ein aufallender Unterschied zwischen den mit der chemischen Wirkung des elektrischen Stromes verbundenen Erscheinungen und jenen, welche die elektro-magnetische Wirkung desselben begleiten. Denn während sich die durch den elektrischen Strom bewirkte Magnetisirung an jedem kleinsten Theilchen des magnetisch-erregbaren Körpers in einem der Stärke des elektrischen Stromes entsprechenden Grade kundgibt, ist dieses bei der durch die elektro-chemische Wirkung des Stromes hervorgebrachten Färbung der kleinsten Theile des Papiers nicht der Fall, welche wie ich schon früher bemerkte, sich zunächst nur bei den an der obersten Fläche des Papiers liegenden Theilchen zeigt und erst nach und nach mit der zunehmenden Stärke des elektrischen Stromes an den tiefer liegenden Theilchen sichtbar wird.

Bei den von mir angestellten hier näher zu erörternden Versuchen habe ich den elektrischen Strom stets von einer solchen Stärke angewendet, dass die durch ihn bewirkte Färbung auf dem chemisch-imprägnirten Papiere zwar deutlich aber nur an der Oberfläche desselben erschien, ohne tief einzudringen und daher auch auf der unteren Seite des Papiers keine Spur einer Färbung sichtbar wurde, weil ich die Idee hatte, man werde die vom elektrischen Strome nicht veränderte Seite des Papierstreifens dazu benützen können, um auf derselben mittelst eines zweiten gleichzeitigen aber in der entgegengesetzten Richtung hindurch geleiteten elektrischen Stromes farbige Zeichen zu erzeugen.

Ich schritt demnach zur Erforschung des Verhaltens zweier gleichzeitig in entgegengesetzter Richtung durch den Papierstreifen gehenden Ströme.

Zu diesem Behufe verband ich die Polar-Dräthe zweier galvanischer Batterien mit dem Schreibstifte und dem Metallstege des elektro-chemischen Apparates auf die in Fig. 1 dargestellte Weise, wobei *S* den Schreibstift, *M* den Metallsteg, *PP'* den zwischen beiden befindlichen mit Jodkalium und Stärkekleister imprägnirten, gehörig befeuchteten Papierstreifen, *p*, *p'* die positiven und *n*, *n'* die negativen Pole der beiden galvanischen Batterien I und II bedeuten, deren gleichnamigen Pole einerseits mit der Erde andererseits aber mit den vorderen Contactpunkten der Taster T_1 und T_2 in leitender Verbindung stehen,

welche wenn sie gleichzeitig niedergedrückt werden, den beiden vom positiven Pole der zwei galvanischen Batterien herkommenden elektrischen Strömen den Weg zu dem Apparate so öffnen, dass dieselben in entgegengesetzter Richtung durch den Papierstreifen zu gehen genöthigt sind.

Die Richtung des von der Batterie I ausgehenden Stromes bezeichnen die mit 1 bezifferten Pfeile, während die Richtung des gleichnamigen Stromes der Batterie II durch Pfeile angezeigt wird, welchen die Ziffer 2 beigesetzt ist.

Die zu diesem Versuche angewandten Batterien bestanden aus Daniell'schen Elementen, welche von gleicher Beschaffenheit waren, und von denen ich mich vorerst durch ein empfindliches Galvanometer überzeugte, dass sie einen Strom von gleicher Stärke liefern. Sechs solcher Elemente wurden zu einer Batterie zusammengestellt, beide wieder mittelst des Galvanometers auf die Stromstärke geprüft und nahe gleich stark befunden, da die Differenz der von ihnen am Galvanometer bewirkten Ablenkungswinkel nur einen Grad betrug.

Diese zwei Batterien verband ich mit dem Apparate in der vorbezeichneten Weise, und als die beiden Taster T_1 und T_2 zu gleicher Zeit niedergedrückt wurden, zeigte sich weder auf der oberen noch unteren Seite des Papierstreifens eine Spur einer Färbung, obwohl die zwei in entgegengesetzer Richtung durch den Apparat geleiteten Ströme nicht vollkommen gleich intensiv waren.

Dieser Umstand führte mich zu der Vermuthung dass zur Vernichtung der chemischen Wirkung eines elektrischen Stromes, wenigstens in dem hier betrachteten Falle, nicht ein dem ersteren ganz gleicher entgegengesetzter Strom erforderlich sei, wozu schon das vorher erwähnte von der elektro-magnetischen Wirkung des Stromes abweichende Verhalten der elektro-chemischen Wirkung desselben berechtigte.

Um jedoch hierin ganz klar zu sehen, verminderte ich die eine Batterie um ein Element, wodurch die Stärke des von ihr gelieferten elektrischen Stromes, nach vorgenommener galvanometrischen Prüfung, viel geringer ausfiel und der Versuch mit den zwei nun auffallend ungleich starken Batterien auf dieselbe Art wie früher wiederholt, lehrte, dass auch sie sich in ihrer chemischen Wirkung am Papierstreifen noch vollkommen aufheben, da derselbe an beiden Seiten keine Spur einer Färbung zeigte. Erst nachdem die eine Batterie

auf vier Elemente reducirt und dadurch der elektrische Strom derselben noch mehr geschwächt wurde, kam an der Eintrittsstelle des stärkeren Stromes auf dem Papierstreifen die violette Färbung zum Vorschein, und zwar gerade so intensiv, als wenn zu ihrer Erzeugung der elektrische Strom von zwei Elementen verwendet worden wäre. Es ist daher Thatsache, dass sich nicht blos zwei gleich starke aber entgegengesetzte elektrische Ströme in ihrer chemischen Wirkung aufheben, sondern es findet diese Aufhebung auch noch bei ungleich starken Strömen so lange Statt, bis ihre Differenz eine bestimmte Grösse erreicht oder überschritten hat.

Die Grösse des Unterschiedes in der Stärke der zwei elektrischen Ströme ist aber ohne Zweifel durch die Grösse des Widerstandes bedingt, welchen der elektrische Strom auf seinem Wege durch den Papierstreifen überhaupt erfährt, und erst wenn der eine Strom den anderen an Stärke in einem solchen Maasse übertrifft, dass der Überschuss die Grösse dieses Widerstandes zu überwinden vermag, wird derselbe sich wirksam zeigen und die entsprechende Färbung des Papiers hervorbringen können.

Sinkt der Unterschied in der Stärke beider Ströme unter die zur Überwindung des Widerstandes im Papierstreifen nöthige Grösse, so wird die chemische Wirkung und mit ihr auch die Färbung des Papiers unterbleiben und zwar um so mehr, je kleiner der Unterschied in der Stromstärke ausfällt bis endlich der Unterschied gleich Null, also der eine Strom dem anderen an Stärke vollkommen gleich wird. Hier handelt es sich aber um die Frage, ob in diesem Falle überhaupt ein Strom vorhanden ist oder nicht, weil das Unterbleiben der chemischen Wirkung sich eben so gut erklären lässt, wenn man annimmt, es entstehe unter diesen Umständen gar kein Strom, oder es seien zwar beide Ströme vorhanden, welche sich aber an der Stelle, wo sie zusammentreffen, wegen der Gleichheit und Entgegengesetztheit ihrer Wirkung paralysiren und daher keine Wirkung hervorbringen, die aber dessungeachtet noch fortbestehen und wenn man sie nach ihrem Zusammentreffen von einander getrennte Wege einschlagen lässt, sich wieder wirksam zeigen.

Die Entscheidung dieser Frage war für mich desshalb von besonderer Wichtigkeit weil ich für den Fall, dass sich Letzteres bestätigen würde, auf die Möglichkeit der gleichzeitigen Leitung zweier elektrischen Ströme durch einen Drath schliessen zu können

und in Folge dessen auch die Ausführbarkeit der Doppel-Correspondenz nicht mehr bezweifeln zu müssen glaubte.

Um zu constatiren, ob ein elektrischer Strom, welchen man gleichzeitig mit einem ihm entgegengesetzten Strome durch den elektro-chemischen Apparat leitet, nach seinem Zusammentreffen mit demselben wirklich noch vorhanden ist und er daher wenn man ihm den Weg zu einem zweiten Apparate offen hält, an demselben getrennt von dem anderen Strome, wieder sichtbare Wirkungen hervorzubringen vermag; habe ich die Polar-Dräthe zweier galvanischen Batterien mit dem Schreibstifte und dem metallenen Stege eines elektro-chemischen Apparates und diesen mit einem zweiten Apparate so verbunden wie es Fig. 2 zeigt, wobei S, M, PP', p, p', und n, n' dasselbe wie in Fig. 1 bedeuten. Hier wurden die Pole der Batterien I und II mit dem Schreibstifte und dem metallenen Stege des Apparates A so verbunden, dass der vom negativen Pole n der Baterie I ausgehende elektrische Strom beim Niederdrücken des Tasters T_1 zu dem Metallstege, dagegen der gleichnamige Strom der Batterie II beim gleichzeitigen Niederdrücken des Tasters T_2 zum Schreibstifte gelangen konnte, während der positive Pol p der Batterie I mit der Erde, und der gleichnamige Pol der Batterie II mit dem Metallstege in leitender Verbindung stand. Der Schreibstift dieses Apparates war aber durch den Leitungsdrath L mit dem Metallstege eines zweiten elektro-chemischen Apparates B verbunden und von dem Schreibstifte desselben führte eine Leitung zur Erde. Damit aber beim gleichzeitigen Niederdrücken der Taster T_1 und T_2 der von der Batterie I ausgehende Strom nicht etwa den Apparat A umgehen könne, sondern genöthigt sei, seinen Weg durch den Papierstreifen PP' dieses Apparates zu nehmen, wurde zwischen dem Pole p^1 der Batterie II und dem Metallstege ein Widerstand W eingeschaltet, welcher viel grösser war als der dem Strome von dem Papierstreifen des Apparates A geleistete Widerstand. Wurde nun der Taster T_1 für sich allein niedergedrückt, so erhielt man am Apparate A das farbige Zeichen auf der oberen Seite des Papierstreifens und ebenso auf dem Papierstreifen des Apparates B. Durch das Niederdrücken des Tasters T_2 für sich allein, erschien das farbige Zeichen dagegen nur auf der unteren Seite des Papierstreifens am Apparate A, weil der elektrische Strom in diesem Falle zum Apparate B nicht gelangen konnte. Bei dem auf solche Weise

angeordneten Versuche liess ich die Batterien I und II anfänglich aus einer gleichen Anzahl von Elementen bestehen und erst im weiteren Verlaufe des Versuches, wurde bei der Batterie II die Anzahl der Elemente nach und nach auf die Hälfte, ein Drittel und auf ein Sechstel reducirt, um zu erfahren, welches das Minimum der Elemente sei, die zur Aufhebung der chemischen Wirkung des elektrischen Stromes der Batterie I auf dem Papierstreifen des Apparates *A* noch hinreichen.

Beim gleichzeitigen Niederdrücken des Tasters T_1 und T_2 und Anwendung einer gleichen Anzahl von Elementen bei den Batterien I und II, erschien auf dem Papierstreifen des Apparates *A* weder oben noch unten ein farbiges Zeichen, während auf der oberen Seite des Papierstreifens am Apparate *B* ein farbiges Zeichen zum Vorschein kam, das aber viel stärker war als dasjenige, welches auf dem Papierstreifen des Apparates *B* erzeugt wurde, wenn man den Taster T_1 allein niederdrückte. Dieses Zeichen wurde auch desto intensiver, je grösser die Gesammtzahl der Elemente beider Batterien war. Aus dem Ergebnisse dieses Versuches folgt nun offenbar, dass zwar die chemische Wirkung des elektrischen Stromes der Batterie I am Papierstreifen des Apparates *A* durch den gleichzeitigen aber auf denselben Apparat beschränkten Gegenstrom der Batterie II aufgehoben, der Strom der Batterie I selbst aber dadurch in seiner Existenz keineswegs vernichtet wird, weil sonst kein Zeichen auf dem Papierstreifen des Apparates *B* entstehen könnte. Dasselbe geschieht auch, wenn man die Anzahl der Elemente bei der Batterie II successive auf die Hälfte, ein Drittel, ein Viertel ja sogar auf ein Sechstel von der Elementenzahl der Batterie I reducirt. Immer wird man beim gleichzeitigen Niederdrücken der Taster T_1 und T_2 auf dem Papierstreifen des Apparates *A* gar kein, und auf dem Papierstreifen des Apparates *B* das farbige Zeichen erhalten, wobei sich nur der einzige Unterschied zeigt, dass die Intensität dieses Zeichens etwas abnimmt, wenn man die Stärke des Stromes der Batterie II durch Verminderung der Elemente herabsetzt.

Um der veranlassenden Ursache dieser auffallenden Erscheinung auf die Spur zu kommen, habe ich den Versuch auf die mannigfaltigste Weise abgeändert und bei dieser Gelegenheit gefunden, dass der Grund davon in einer Art Passivität des Schreibstiftes liegt, die durch den von der Batterie II gelieferten Gegenstrom herbeigeführt

wird, und der von Schönbein zuerst beobachteten Passivität des Eisens analog ist. Ich überzeugte mich von diesem eigenthümlichen Zustande, in welchen das Platin aus dem der Schreibstift des elektrochemischen Apparates besteht, durch den Strom der Batterie II versetzt wird, auf folgende Weise: Ich liess den Strom der Batterie I durch Niederdrücken des Tasters T_1 allein, in den Apparaten A und B circuliren und erhielt an beiden immer in demselben Momente, wo der Taster niedergedrückt wurde, auch das farbige Zeichen auf der oberen Seite der Papierstreifen. Hierauf drückte ich den Taster T_2 für sich allein nieder, so dass der elektrische Strom der Batterie II seinen Kreislauf nur durch den Apparat A in entgegengesetzter Richtung machte und das farbige Zeichen an diesem Apparate auf der unteren Seite des Papierstreifens hervorbrachte. Beim darauffolgenden Niederdrücken des Tasters T_1 zeigte sich nun, dass, während am Apparate B das farbige Zeichen auf der oberen Seite des Papierstreifens im Momente des Niederdrückens des Tasters T_1 erschien, dieses bei dem Apparate A nicht der Fall war, indem hier das farbige Zeichen auf dem Papierstreifen erst einige Secunden später zum Vorschein kam. Die Zeit, um welche das farbige Zeichen am Papierstreifen des Apparates A später auftrat als am Apparate B, fand ich desto grösser, je länger der vorher durch den Apparat A geleitete Gegenstrom der Batterie II dauerte und je stärker derselbe war. Wurde am Taster T_1 der Contact, welcher dem Strome der Batterie I den Weg zum Apparate A und von da zum Apparate B öffnet, noch vor Verlauf der Zeit, nach der erst das farbige Zeichen auf dem Papierstreifen des Apparates A erscheint, aufgehoben; so erhielt man blos am Apparate B das farbige Zeichen, während am Apparate A keines zum Vorschein kam, und vielfache Versuche dieser Art mit verschiedenen Stromkräften angestellt, belehrten mich, dass sogar der Strom eines einzigen Elementes durch den Schreibstift geleitet, hinreicht, denselben für die elektro-chemische Wirkung des darauf folgenden, in entgegengesetzter Richtung hindurch geleiteten Stromes einer Batterie von mehr als 12 Elementen passiv zu machen, so dass er auf dem Papierstreifen kein farbiges Zeichen zu erzeugen vermag, wenn man nur den Contact am Taster früher aufhebt, bevor die Zeit verstreicht, nach deren Verlauf der passive Zustand des Schreibstiftes aufhört. Aus dem schon früher erörterten Verhalten zweier gleichzeitig in entgegen-

gesetzter Richtung durch den Papierstreifen geleiteter Ströme rücksichtlich ihrer elektro-chemischen Wirkung verbunden mit der im Schreibstifte hervorgerufenen Passivität, lässt sich das merkwürdige Factum erklären, dass man die elektro-chemische Wirkung des Stromes einer Batterie von 12 bis 24 Elementen durch den gleichzeitigen Gegenstrom von 1 oder 2 Elementen aufzuheben vermag, wenn man nur beim Zeichengeben mittelst des Tasters eben so schnell verfährt, als es die Dauer der im Schreibstifte erregten Passivität erfordert. Auf diese Art kann man es dahin bringen, dass, wenn der Taster T_1 und T_2 gleichzeitig niedergedrückt und der dadurch bewirkte Contact an beiden hinreichend schnell wieder aufgehoben wird, auf dem Papierstreifen des Apparates A gar kein Zeichen zum Vorschein kömmt und die dem Niederdrücken des Tasters T_1 entsprechenden Zeichen nur auf dem Papierstreifen des Apparates B erscheinen. Dadurch ist also die Möglichkeit vorhanden, mittelst des elektro-chemischen Apparates von einem Orte A nach einen anderen Ort B, wo man einen gleichen Apparat aufgestellt hat, Zeichen zu geben, ohne dass der Papierstreifen des ersteren Apparates durch den von A ausgehenden Strom im Geringsten afficirt wird, ungeachtet der Strom durch den Apparat daselbst in die Leitung und längs ihr nach B geht und an dem dort aufgestellten Apparate das entsprechende Zeichen hervorbringt. Es ist aber auch leicht einzusehen, dass, wenn man den Apparat in B auf dieselbe Art einrichtet, wie jenen in A, das von B aus gegebene Zeichen nicht auf dem Papierstreifen des Apparates B, sondern auf jenem in A erscheinen wird und man daher von A und B gleichzeitig Zeichen geben kann, so dass die Zeichen von A in B und umgekehrt zu gleicher Zeit erscheinen, vorausgesetzt, dass der in dem Leitungsdrathe von A nach B gehende elektrische Strom dem gleichzeitig von B nach A sich fortpflanzenden Strome kein Hinderniss in den Weg legt, sich also beide in ihrer Fortpflanzung nicht stören.

Obwohl ich aus theoretischen Gründen keinen Augenblick daran zweifelte, dass dem wirklich so sei, schritt ich dennoch zu folgenden Versuchen, wodurch meine Voraussetzung vollkommen bestätigt wurde. Zuerst habe ich die zwei Apparate A und B nach der in Fig. 3 dargestellten Art sowohl unter einander als auch mit den Tastern T_1, T_2 und den beiden Batterien I und II verbunden, wobei der vom positiven Pole der Batterie I ausgehende elektrische Strom

beim Niederdrücken des Tasters T_1 die Richtung der mit Ziffer 1 bezeichneten Pfeile nehmen und bei seinem Übergange vom Schreibstifte S' zum Stege M' auf der oberen Seite des Papierstreifens p', p' blos am Apparate B, farbige Zeichen hervorbringen musste. Der vom positiven Pole der Batterie II kommende Strom nahm dagegen beim Niederdrücken des Tasters T_2 die Richtung der mit 2 bezifferten Pfeile und erzeugte beim Übergange vom Schreibstifte S zum Stege M auf der oberen Seite des Papierstreifens das farbige Zeichen nur am Apparate A. Wurden nun beide Taster zugleich niedergedrückt, so erschienen auf den Papierstreifen der Apparate A und B gleichzeitig farbige Zeichen und zwar die am Taster T_1 gegebenen Zeichen auf dem Papierstreifen des Apparates B und die am Taster T_2 gemachten Zeichen auf jenem des Apparates A; wovon man sich dadurch überzeugen konnte, dass man z. B. mit dem Taster T_1 lange und mittelst des Tasters T_2 gleichzeitig kurze Zeichen gab. Denn in diesem Falle erschienen am Apparate B farbige Striche, welche den mit dem Taster T_1 gegebenen langen Zeichen entsprachen und am Apparate B kamen farbige Punkte zum Vorschein, welche von den mit dem Taster T_2 gegebenen kurzen Zeichen herrührten. Es mussten sich also die zwei von den Batterien I und II ausgegangenen elektrischen Ströme durch die Drathleitung SS' in der Richtung der beigesetzten Pfeile gleichzeitig und ungehindert fortgepflanzt haben; denn es ist auch in der Stärke und übrigen Beschaffenheit der Zeichen kein Unterschied wahrzunehmen, sie mögen durch abwechselndes oder gleichzeitig erfolgendes Niederdrücken der Taster T_1 und T_2 hervorgebracht worden sein. Um jedoch die beiden Dräthe, welche die Metallstege M und M' mit den negativen Polen n , n' der Batterien I und II leitend verbinden, durch Erdleitungen zu ersetzen und demnach den Versuch auf eine Drathleitung zu reduciren, also um gerade so wie an einer Telegraphen-Linie zu experimentiren, setzte ich zu diesem Behufe den Steg des Apparates B mittelst des Tasters T_2 (Fig. 4) mit dem positiven Pole der Batterie III und den negativen Pol derselben mit der Erde in Verbindung, während der Apparat A die Einrichtung wie früher in Fig. 2 behielt. Wenn nun der Taster T_1 und T_2 gleichzeitig niedergedrückt wird, während der Schreibstift des Apparates B mit der Erde in leitender Verbindung steht (siehe Fig. 2), so erhält man nur auf dem Papierstreifen des Apparates B das farbige Zeichen. Hebt man hierauf die Verbindung des Schreib-

stiftes am Apparate *B* mit der Erde auf und drückt die Taster T_1, T_2 und T_3 gleichzeitig nieder, so erscheint nicht allein auf dem Papierstreifen des Apparates *B* das farbige Zeichen genau so wie zuvor, sondern auch auf dem Papierstreifen des Apparates *A*, zum Beweise, dass der von der Batterie III in den Leitungsdrath eingeführte elektrische Strom, sich in demselben von *B* nach *A* gleichzeitig mit dem von der Batterie I gelieferten und von *A* nach *B* gerichteten Strome ungestört fortgepflanzt und das farbige Zeichen auf dem Papierstreifen des Apparates *A* hervorgebracht habe, während das Zeichen auf dem Papierstreifen des Apparates *B* durch den gleichzeitig von *A* nach *B* gegangenen Strom erzeugt wurde.

Hiernach konnte ich mit Zuversicht auf das Gelingen der gleichzeitigen Gegen-Correspondenz zweier Stationen mittelst desselben Leitungsdrathes rechnen und überging demnächst zur zweckmässigen Einrichtung des dazu dienlichen Apparates, welchen ich schliesslich hier noch im Wesentlichen beschreiben will.

Er besteht für jede der zwei Stationen, zwischen welchen die gleichzeitige Doppel-Correspondenz geführt werden soll, aus einem elektro-chemischen Schreib-Apparate, einem eigens hiezu eingerichteten Doppeltaster, einem Rheostaten, einer Wecker-Boussole und einem Polwechsel.

Der elektro-chemische Schreib-Apparat hat dieselbe Einrichtung, wie sie im Aprilhefte 1853 des X. Bandes der Sitzungs-Berichte angegeben ist, nur befinden sich daran zwei Doppelklemmen, wovon eine mit dem Schreibstifte und die andere mit dem Metallstege in Verbindung steht, um mittelst derselben je zwei Leitungsdräthe an dem Schreibstifte und dem metallenen Stege befestigen zu können. Der Doppeltaster ist eine compendiose Vereinigung der schon früher besprochenen zwei Taster T_1 und T_2 (Fig. 2), um den gleichzeitigen Schluss der Kette für den elektrischen Strom der Linien- und Local-Batterie auf eine bequeme und sichere Weise zu bewerkstelligen. Zu diesem Behufe besteht der Tasterhebel (Fig. 5, *c*) der Länge nach aus zwei durch eine dazwischen befindliche Elfenbeinplatte von einander isolirten Seitentheilen, welche eine gemeinschaftliche Drehungs-Achse *d d* haben und im Ruhestande mit den Contactpunkten k, k^1 (Fig. 5, *a*) in leitender Verbindung stehen, von den Contactpunkten l, l^1 (Fig. 5, *b*) aber durch einen kleinen Zwischenraum getrennt sind. Über den sehr nahe an einander liegenden

Contactpunkten *l*, *l*¹ befinden sich an den beiden Seitentheilen des Tasterhebels kurze Platinzapfen *p*, *p*¹ (Fig. 5, *c*) wovon der eine mittelst der Stellschraube *s* (Fig. 5, *a* und *c*) vor- oder zurückgeschraubt und daher so gestellt werden kann, dass beim Niederdrücken des Tasterhebels beide Platinzapfen *p*, *p*¹ mit den gegenüberliegenden Punkten *l*, *l*¹ gleichzeitig in Contact treten. Der so eingerichtete Taster steht rechts mit der Linien-Batterie und mit dem Schreib-Apparate, durch diesen aber mit der Leitung und mit der Erde in Verbindung. Nämlich der Contactpunkt *l* (Fig 5, *b*) mittelst der Klemme *g* mit einem Pole der Linien-Batterie, deren anderer Pol mit der Erde leitend verbunden wird, ferner die Drehungs-Achse *d d* des Tasterhebels mittelst der Klemme *h* mit dem Schreib-Apparate und durch denselben mit der Leitung, und der Contactpunkt *k* durch die Klemme *m* mit der Erde. Links am Taster befindet sich der Contactpunkt *l*¹ durch die Klemme *o* mit einem Pole der Local-Batterie und der Contactpunkt *k*¹ mittelst der Klemme *r* mit dem Schreib-Apparate in Verbindung.

Hierbei ist zu bemerken, dass, wenn man an einer der beiden Stationen den positiven Pol der Linien-Batterie mit dem Contactpunkte *l* und den negativen Pol derselben mit der Erde in Verbindung setzt, die Drehungs-Achse *d d* des Tasterhebels durch die entsprechende Klemme *h* mit dem Schreibstifte des Apparates und folglich der Metallsteg desselben mit der Leitung verbunden werden muss, oder umgekehrt, wenn der negative Pol der Linien-Batterie mit dem Contactpunkte *l* und der positive Pol dagegen mit der Erde in Verbindung gesetzt wird, so muss die Drehungs-Achse *dd* durch die entsprechende Klemme mit dem Metallstege des Apparates und daher der Schreibstift desselben mit der Telegraphen-Leitung verbunden werden. Am vortheilhaftesten zeigt es sich für die Doppel-Correspondenz, wenn man die eine der zwei vorerwähnten Verbindungsarten des Tasters mit der Linien-Batterie, dem Schreib-Apparate und der Leitung auf der einen Station und die andere auf der entgegengesetzten Station anwendet. Es ist übrigens gleichgiltig, welche von beiden Verbindungsarten man auf der einen Station in Anwendung bringt, wenn nur die entgegengesetzte auf der andern Station angewendet wird. (Siehe Fig. 6.) Man kann jedoch von den zwei vorher betrachteten Verbindungsarten nur erstere mit Erfolg an beiden Stationen anwenden. Ferner muss noch bemerkt werden, dass immer jener Pol

der Localbatterie mit dem Contactpunkte l^1 verbunden werden soll, welcher demjenigen entgegengesetzt ist, mit dem die Linien-Batterie an dem Contactpunkte l durch die Klemme g befestigt ist.

Der Doppeltaster hat den Zweck, durch gleichzeitigen Schluss der Kette an der Local- und Linien-Batterie, bei den Strömen den Durchgang durch den Schreib-Apparat in entgegengesetzter Richtung zu gleicher Zeit zu gestatten und somit zu bewirken, dass die chemische Wirkung des Linienstromes am eigenen Apparate durch die Gegenwirkung des Localstromes aufgehoben wird, folglich auf dem Papierstreifen das daselbst gegebene Zeichen nicht erscheint, und derselbe zur Aufnahme des gleichzeitig von der andern Station gegebenen Zeichens geeignet bleibt.

Der Rheostat (Fig. 6) besteht aus mehreren Widerstandsrollen, welche in einem hölzernen Kästchen mit ihren beiderseitigen Drathenden an metallene im obern Deckel des Kästchens steckende und aus demselben etwas hervorragende Klemmen so befestigt sind, dass sich der bei jeder einzelnen Drathrolle fünf Meilen betragende Widerstand summirt, wenn man den einen am Deckel angebrachten im Kreise beweglichen metallenen Zeigerarm mit den Metallklemmen in Berührung bringt, während der andere Zeigerarm auf der Metallklemme ruht, wo das Anfangsende der ersten Widerstandsrolle befestigt ist.

Durch den Rheostaten soll dem von der entgegengesetzten Station herkommenden elektrischen Strome ein solcher Widerstand hinter dem Schreib-Apparate in den Weg gelegt werden, welcher viel grösser ist als derjenige, den er beim Durchgange im Papierstreifen erfährt, damit er genöthigt wird durch den Apparat zu gehen und nicht etwa mittelst der am Schreib-Apparate festgeklemmten Polardräthe der Local-Batterie denselben umgehen kann. Daher muss auch der Rheostat immer in einen der zwei Polardräthe der Local-Batterie eingeschaltet werden.

Da der Gang des elektro-chemischen Schreib-Apparates keine hörbaren Zeichen erregt, so bedarf es einer Weckvorrichtung, durch welche die Gegenstation vor dem Beginne der Doppel-Correspondenz gehörig alarmirt werden kann. Zu diesem Behufe dient mir eine gewöhnliche Boussole, welche aber aufrecht gestellt ist, um die Magnetnadel derselben besser vor Augen zu haben. Die Drehungs-Achse der Nadel steht mit dem Pole einer kleinen

Local-Batterie in leitender Verbindung und der andere Pol derselben communicirt mit einem Platinstifte, welcher isolirt aus der Hinterwand der Boussole hervorragt, so dass die Magnetnadel bei ihrer Ablenkung nach der Seite des Platinstiftes mit demselben in Contact kömmt und dadurch die Kette der Local-Batterie schliesst. Sobald dieses geschieht, wird ein in dieselbe Kette eingeschalteter elektro-magnetischer Wecker in Thätigkeit versetzt und durch sein Läuten die Gegenstation hinreichend alarmirt. Damit aber während der Doppel-Correspondenz selbst der Wecker nicht in einem fort läute, muss nach gegebenen Alarmzeichen die Richtung des Linienstromes so geändert werden, dass die Magnetnadel der Wecker-Boussole nicht mehr gegen den Platinstift, sondern nach der entgegengesetzten Seite abgelenkt wird, was durch die Umstellung des in die Polardräthe der Linien-Batterie eingeschalteten Polwechsels sehr schnell bewerkstelligt werden kann.

Die Art, wie die eben beschriebenen Bestandtheile des Doppel-Correspondenz-Apparates unter sich und mit der Telegraphen-Leitung verbunden sind, macht das in Fig. 7 dargestellte Schema anschaulich und bedarf keiner weitern Erklärung.

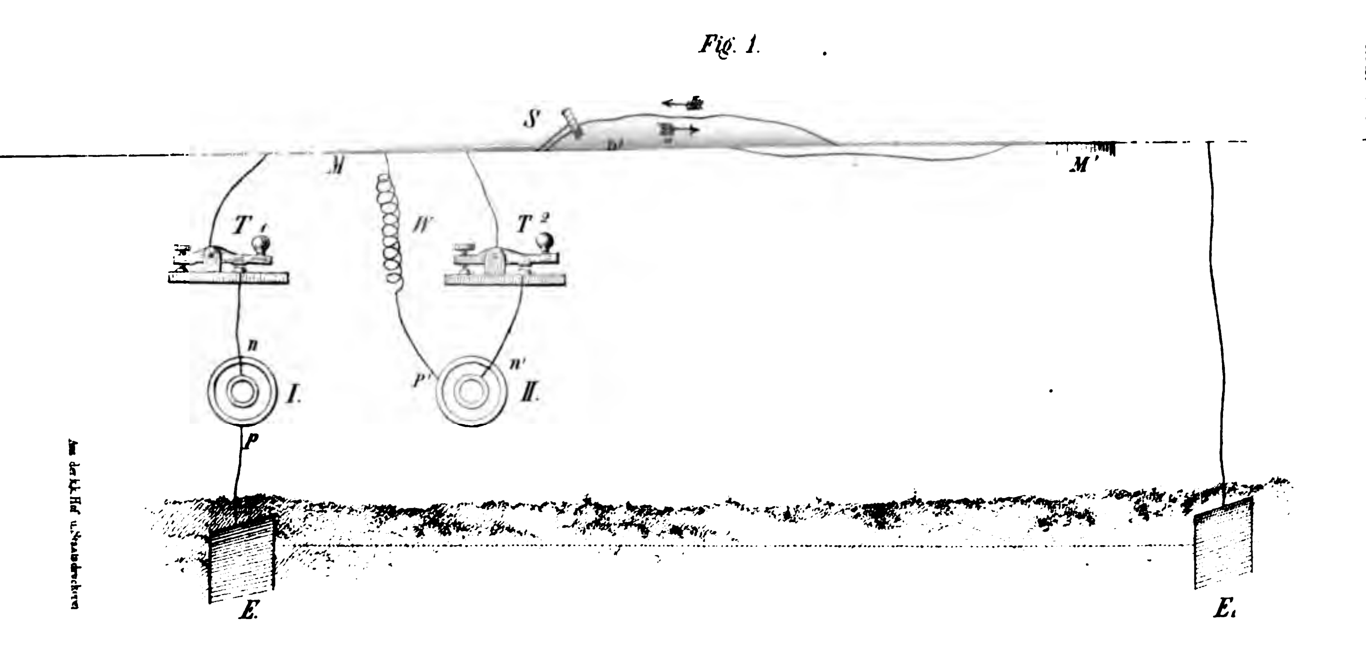
Schliesslich kann ich nicht umhin zu bemerken, dass zwar vom theoretischen Standpunkte aus betrachtet, dasselbe Princip, auf welchem die Einrichtung des elektro-chemischen Doppel-Correspondenz-Apparates beruht, auch auf den Relais des Morse'schen Schreib-Telegraphen angewendet werden kann, dass sich aber der praktischen Ausführung desselben bedeutende Schwierigkeiten entgegenstellen, welche den Erfolg der gleichzeitigen Doppel-Correspondenz in hohem Grade unsicher machen. Der Grund davon liegt hauptsächlich darin, dass zur vollständigen Aufhebung der magnetischen Wirkung des elektrischen Stromes immer ein ganz gleich starker entgegengesetzter Strom erfordert wird, während dieses bei der elektro-chemischen Wirkung des Stromes, wie wir früher gesehen haben, nicht der Fall ist.

Wollte man also die magnetische Wirkung des durch die Multiplication am Relais gehenden Linienstromes der eigenen Station, durch einen localen Gegenstrom aufheben, so müsste der letztere mit ersterem stets eine gleiche Stärke haben. Da aber der Linienstrom fortwährenden Veränderungen in seiner Stärke unterliegt, so müsste man zur Aufhebung der magnetischen Wirkung dieses

variablen Stromes am Relais einen im gleichen Maasse veränderlichen localen Gegenstrom anwenden, was jedoch zu erreichen fast unmöglich ist, weil man nie im Vorhinein weiss, in welchem Maasse und Sinne sich der Linienstrom verändert. Ich habe mich schon im verflossenen Jahre längere Zeit hindurch bemüht, die Doppel-Correspondenz auf demselben Leitungsdrathe mit dem Morse'schen Schreib-Telegraphen zu Stande zu bringen, und bei meinen in dieser Beziehung vielfältig auf der Telegraphen-Linie zwischen Wien und Prag im Monate Juli 1853 angestellten Versuchen ist es mir zwar gelungen, Depeschen gleichzeitig in entgegengesetzter Richtung an ihre Bestimmungsorte zu befördern, wobei es aber oft geschah, dass nach einigen an beiden Stationen gegenseitig recht gut lesbaren Worten eine Confundirung der Zeichen auf jedem Stations-Apparate eintrat, sobald nämlich der Linienstrom eine Änderung in seiner Stärke erlitt, und es nicht gleich möglich war die Stärke des Localstromes in demselben Maasse zu verändern.

Aus diesem Grunde habe ich auch die gleichzeitige Doppel-Correspondenz mit dem Morse'schen Schreib-Telegraphen vorläufig nicht weiter verfolgt und mich an die Durchführung derselben mittelst des elektro-chemischen Schreib-Apparates gehalten, welche mir vollständig gelungen ist, wie es aus der am 15. October d. J. in Gegenwart Sr. Excellenz des Herrn Handels- und Finanzministers Freiherrn v. Baumgartner zwischen Wien und Linz gleichzeitig geführten Doppel-Correspondenz unzweideutig hervorgeht. Die bei dieser Gelegenheit von Linz aus an Se. Excellenz gerichtete Depesche bestand aus mehr als 80 Worten, welche eine zusammenhängende Mittheilung bildete, jene, die gleichzeitig von Wien ausging, war etwas kürzer, bestand aber aus mehreren kurzen, in keinem Zusammenhange stehenden Sätzen, denen eigene Namen und französische Ausdrücke eingemengt waren, so dass an ein Errathen des Sinnes der Mittheilung bei etwa unvollkommenem Erscheinen der Telegraphen-Zeichen nicht zu denken war. Nachdem man die von Linz ausgegangene Mittheilung in Wien anstandslos erhalten hatte, wurde von Wien aus verlangt, dass die mit jener Depesche gleichzeitig nach Linz auf demselben Leitungsdrathe abgegangene nach Wien zurücktelegraphirt werde und man erhielt dieselbe hier ganz vollständig. Zur Abtelegraphirung der zwei gleichzeitig beförderten Depeschen wurde nicht mehr Zeit erfordert, als sonst zur Expedition einer

Fig. 1.

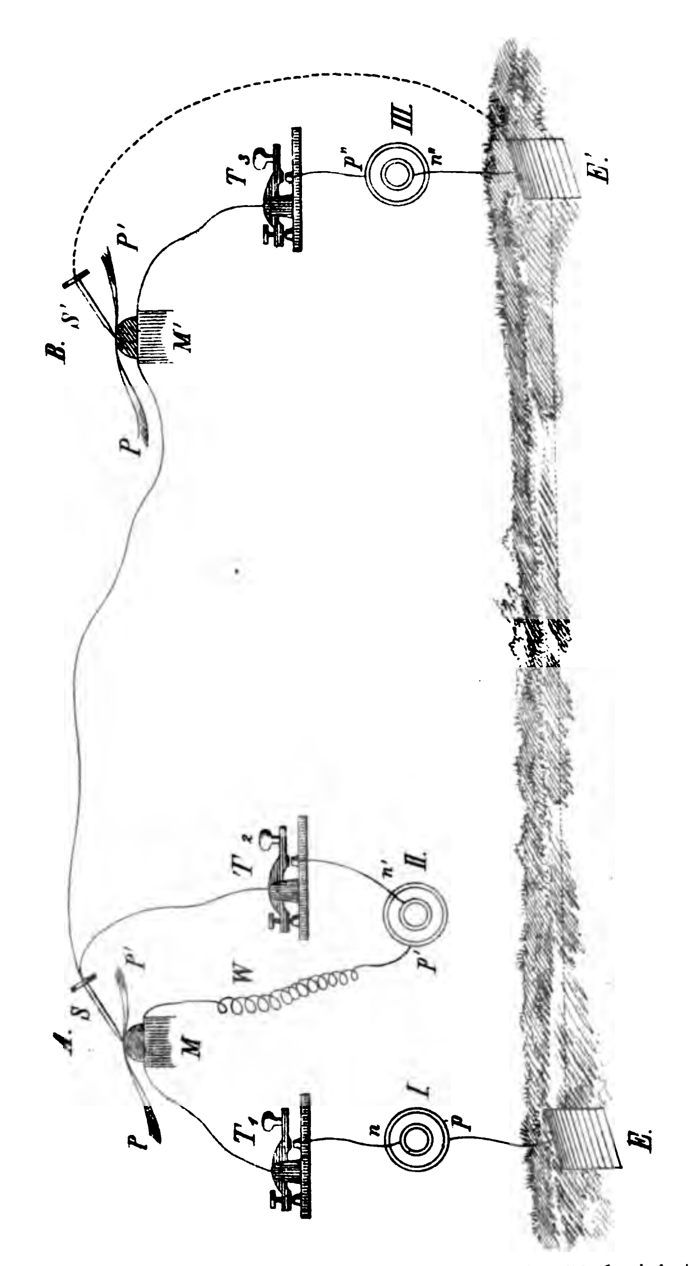


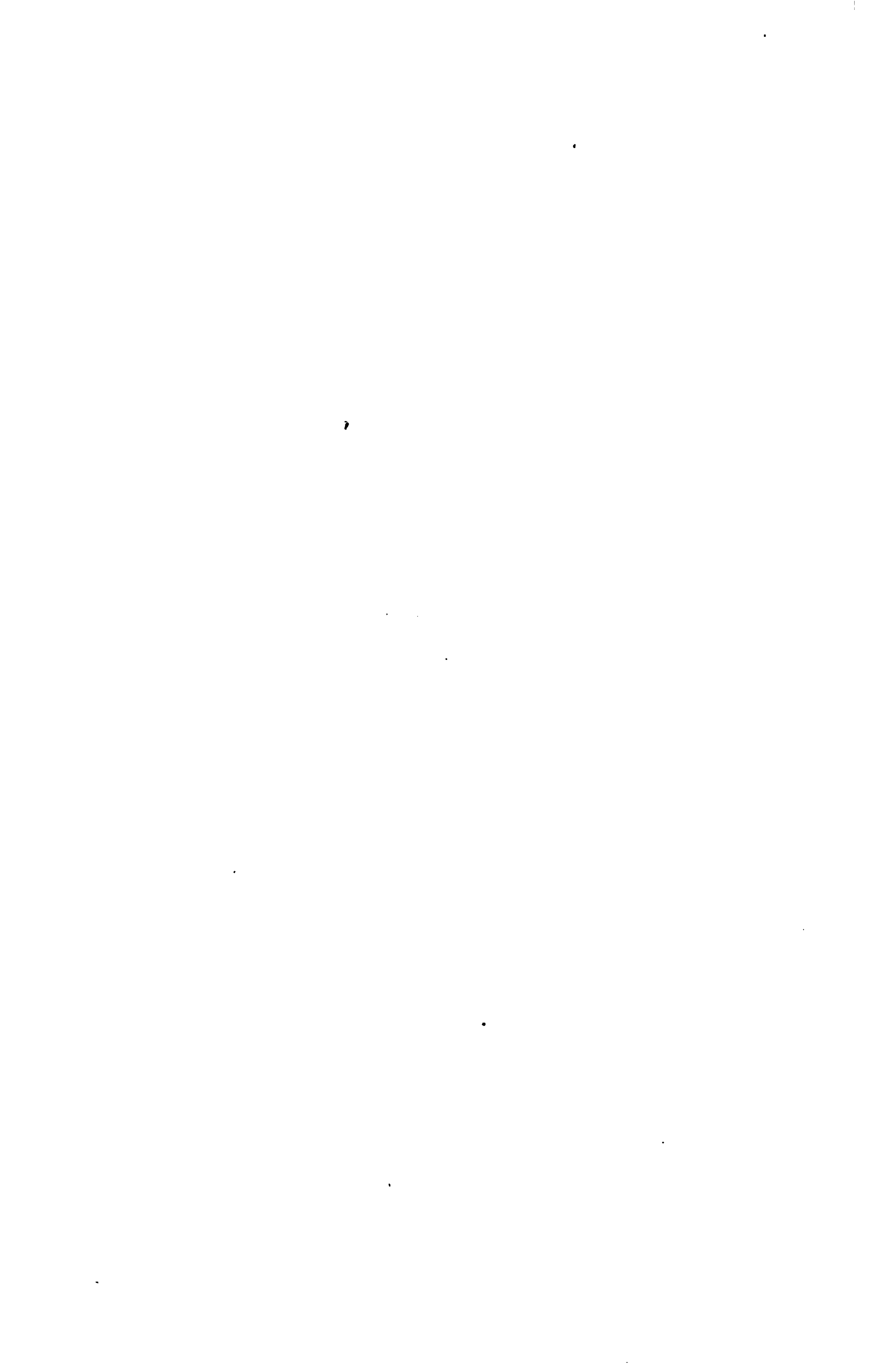
Aus der k.k. Hof u. Staatsdruckerei



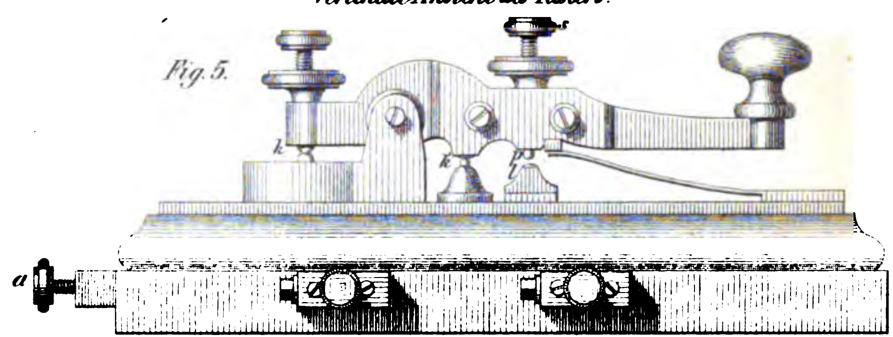
Fig. 3.




Fig. 4.
A.
S
P'
P
M
W
T1
T2
T3
I
II
III
n
p
n'
p'
B.
S'
M'
p''
n''
E.
E'.

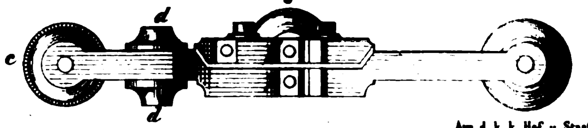


Vertikale Ansicht des Tasters.

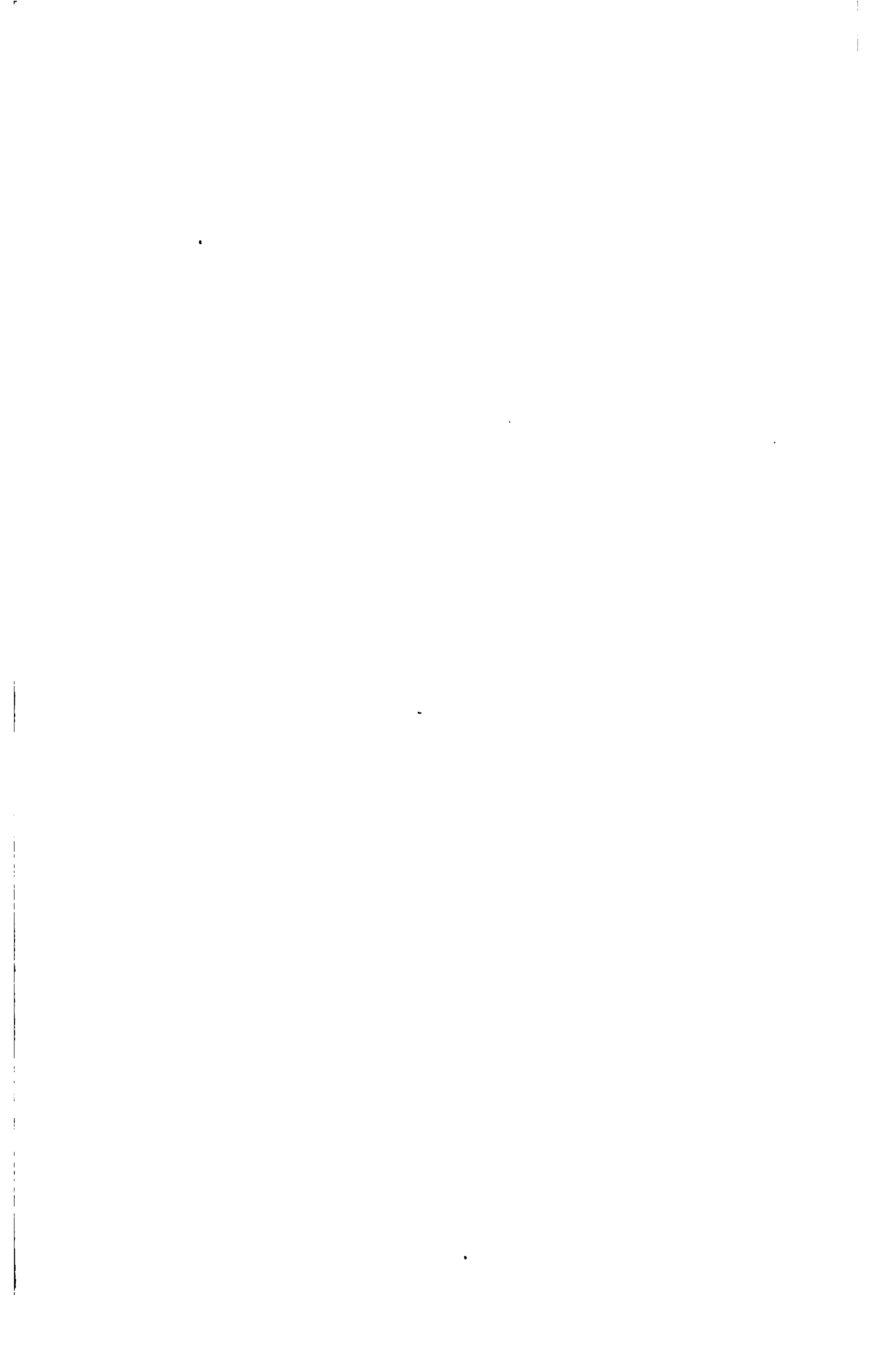


Horizontale Ansicht des Tasters ohne Hebel.

Ansicht des Hebels von unten.



Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.







derselben nothwendig ist, da man, wie beim Morse'schen Schreib-Telegraphen, continuirlich und nicht etwa so telegraphirte, dass, wenn z. B. ein Zeichen oder Wort von Wien nach Linz gegeben wurde, eine längere Pause gemacht und während derselben ein Zeichen oder Wort von Linz empfangen worden wäre. Nur bei einem solchen Vorgange könnte an ein Alterniren der zwei elektrischen Ströme oder überhaupt daran gedacht werden, dass der Strom von der einen Station ausgehend in die Intervalle zwischen je zwei Communicationen der anderen Station falle. Den schlagendsten Beweis aber für die wirkliche Coëxistenz der beiden elektrischen Ströme in demselben Leitungsdrathe liefere ich dadurch, dass, während die eine Station einen constanten Strom in die Leitung sendet und folglich einen continuirlichen Strich auf dem Papierstreifen der anderen Station erzeugt, man von der letzteren zur ersteren Station anstandslos telegraphiren kann und von derselben vollkommen verstanden wird.

Wenn ich auch nicht behaupten will, dass es nie gelingen werde, die gleichzeitige Doppel-Correspondenz auf demselben Leitungsdrathe mit dem Morse'schen Schreib-Telegraphen ebenfalls vollkommen zu Stande zu bringen, da es vielleicht möglich ist, noch ein Mittel zu finden, wodurch der Relais von den Veränderungen des Linienstromes unabhängig wird; so bin ich doch der Meinung, dass, worin auch immer dieses Mittel bestehen mag, der beabsichtigte Zweck kaum auf eine so einfache und verlässliche Art wie beim elektro-chemischen Schreib-Apparate zu erreichen sein dürfte.

Über die Versuche des Herrn Apothekers Göttl, die Sinterniederschläge der Karlsbader Quellen zur Darstellung sogenannter Sinterbilder zu benützen.

Von Dr. Ferdinand Hochstetter.

Es ist bekannt, welche grosse Menge fester Bestandtheile die heissen, kohlensäurehaltigen Karlsbader Wasser aufgelöst enthalten. Hoff („Geognost. Bemerkungen über Karlsbad, S. 95" [1]) berechnet, dass die Mündungen des Sprudels allein jährlich 22½ Millionen Pfund fester Bestandtheile auswerfen, wenn in 1000 Gewichtstheilen Sprudelwasser 5·5 Theile fester Körper enthalten sind. Von diesen 5·5 Theilen sind jedoch nach den Analysen von Berzelius nur etwa 0·5 Theile solche Stoffe, die, wenn das Wasser an der Luft Kohlensäure verliert, sich als Sinter niederschlagen, also jährlich eine Menge von ungefähr 2 Millionen Pfund, und zwar zumeist kohlensaurer Kalk mit geringen Mengen von phosphorsaurem und flusssaurem Kalk und phosphorsaurer Thonerde, und kohlensaures Eisenoxydul, das sich an der Luft noch weiter in Eisenoxydhydrat verwandelt und hauptsächlich die Färbung des Sinters bedingt. Alle andern aufgelösten Stoffe werden erst durch das Verdunsten des Wassers ausgeschieden.

Herr Göttl hat die Quantität der aus dem Sprudel sich niederschlagenden „Sintersubstanz" direct nachzuweisen versucht.

Aus 1 Pfund Sprudelwasser (= 7680 Gran) erhielt er, nachdem durch langsames Kochen des Wassers alle Kohlensäure ausgetrieben war, und Luft und Licht mehrere Stunden unter öfterem Umrühren einwirkte, 0·180 Gramm, d. i. in runder Zahl 3 Gran „Sintersubstanz". Die Wassermenge des Sprudels ist aber in der Minute gleich 45 Eimern. Rechnen wir nur 40 Eimer, da in der neuern Zeit einige Schwankungen eintraten. Ein Seitel Sprudelwasser von 40° R. wiegt 27½ Loth, daher der Eimer 137 Pfund (runde Zahl). Darin sind enthalten 411 Gran Sintersubstanz, also

[1]) Die Zahl 2267223, 20 an der angegebenen Stelle ist ein Druckfehler, es muss heissen 22672123, 20, wie aus den übrigen Daten hervorgeht.

in 40 Eimern per Minute 16440 Gran oder 2 Pfund (gerade Zahl); dies gibt in einer Stunde 120 Pfund, in einem Tag 2880 Pfund, in einem Jahr 1,051200 Pfund Sintersubstanz. Dieses Resultat muss von der oben blos theoretisch berechneten Zahl nothwendig differiren, da natürlich nicht die ganze Quantität des im Wasser aufgelösten Kalkes, wie sie die Analyse angibt, sich auch wirklich als Sinter sogleich niederschlägt, sondern ein gewisser Theil immer noch aufgelöst bleiben wird.

In Folge dieser massenhaften Quantitäten von Stoffen, die sich als „Sprudelstein" niederschlagen, hat sich im Laufe der Jahrhunderte über den Quellen eine dicke, gewölbartige Decke gebildet, die sogenannte Sprudelschale, auf der selbst ein Theil der Stadt steht, und durch die von Zeit zu Zeit immer wieder die Ausflussöffnungen der Quellen frisch durchgebohrt werden müssen, wenn man nicht Gefahr laufen will, dass die Wasser, nachdem ihre Ausflusscanäle zugesintert sind, sich von selbst an der unrechten Stelle einen neuen Ausgang durchbrechen.

Schon im Jahre 1708 machte Joh. Gottfried auf die Bereitung eines Salzes aus dem Karlsbader Wasser aufmerksam, das seit Becher im Jahre 1772 die Eigenschaften desselben und seine zweckmässige Bereitung lehrte, unter dem Namen „Karlsbader Salz" oder „Sprudelsalz" als leichtes Abführmittel im Handel ist. Es besteht hauptsächlich aus schwefelsaurem Natron, kohlensaurem Natron und Chlornatrium, und werden jährlich ungefähr 30 Centner davon erzeugt. Wie man auf diese Weise die im Wasser leicht löslichen Stoffe der Karlsbader Quellen zu gewinnen und zu benützen wusste, so war man auch von jeher bemüht, die Stoffe, die sich als Sinter absetzen, zu benützen. Die mächtigen Sintermassen der Sprudelschale wurden zuerst als Kalk gebrannt, ja sogar zum bauen verwendet; und seit die Karlsbader Quellen als Heilquellen so berühmt geworden sind, dass sie jährlich von Tausenden von Fremden besucht werden, hat sich durch Verarbeitung des „Sprudelsteins" zu Kunstgegenständen eine förmliche Industrie gebildet, deren Producte fast in Jedermanns Hand sind. Viel weniger dachte man daran, auch die jetzt noch jeden Augenblick sich bildenden Sinterniederschläge zu benützen, die Ansinterungen nicht dem Zufall zu überlassen, sondern auf zweckdienliche Weise zu leiten. Incrustirte Blumen, Kornähren, Laubwerk, Krebse u. s. w., war das

Einzige, was man sah und bekam, um es als Andenken an die merkwürdigen Eigenschaften der Karlsbader Wasser mitzunehmen.

Erst in der letzten Zeit hat es Herr Apotheker Hugo Göttl in Karlsbad versucht, die incrustirenden Eigenschaften der Karlsbader Quellen zur Darstellung von sogenannten „Sinterbildern" zu benützen, in ähnlicher Weise, wie schon seit Jahren in den warmen Bädern zu Filippo im Toskanischen kleine Brustbilder und Medaillen dadurch verfertigt werden, dass man Modelle, Schwefelformen dem herabträufelnden Kalkwasser aussetzt. Proben von diesen toskanischen Sinterbildern aus dem reinsten schneeweissen Kalksinter bestehend, sind in der Sammlung des k. k. Hof-Mineralien-Cabinetes aufgestellt.

Als ich im October vorigen Jahrs Karlsbad besuchte, war Herr H. Göttl so gütig, mir nicht blos Proben aller von ihm durch Ansinterung dargestellten Gegenstände zu übergeben, um dieselben in Wien vorzuzeigen, sondern auch genaue Notizen über seine Versuche mitzutheilen.

Ich erlaube mir nun heute die betreffenden Gegenstände der geehrten mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe vorzulegen, und aus den Mittheilungen des Hrn. Göttl mit einigen Bemerkungen zu begleiten.

Die durch Ansinterung von ebenen Flächen, oder von Hohlformen, welche dem herabträufelnden Sprudelwasser ausgesetzt waren, erhaltenen Gegenstände sind theils Sinterplatten, welche von beliebiger Grösse und Dicke dargestellt und zu den mannigfaltigsten Zwecken verwendet werden können, theils Abdrücke von Münzen, Medaillen, Cameen u. dgl. War die der Ansinterung ausgesetzte Fläche gehörig glatt und glänzend, so zeigt auch der darauf niedergeschlagene Sinter eine vollkommen glänzende Politur. Die feinsten Erhöhungen und Vertiefungen eines Originals oder einer Form werden so vollkommen wiedergegeben, als es nur immer auf galvanoplastischem Wege möglich ist. Bis zu welchem Grade der auf einem Object sich niederschlagende kohlensaure Kalk die ganze Oberflächenbeschaffenheit desselben wieder zu geben vermag, beweist auf überraschende Weise das „Sinterbild" eines Daguerreotyps. Die Daguerreotypplatte war drei Wochen lang bei 37 bis 40° R. der Ansinterung ausgesetzt. Ohne dass sie selbst irgend Schaden litt, zeigt nun die abgenommene Sinterplatte das Porträt Zug für Zug bis zur feinsten Spitzen-Garnitur. Die durch die Quecksilberniederschläge

rauheren und dem Auge lichter erscheinenden Stellen des Daguerreotyps sind in derselben Weise auch auf der Sinterplatte rauher, so dass diese im reflectirten, spiegelnden Licht den Effect des Originals bis in jedes Detail wiedergibt. Aber selbst im zerstreuten Licht erscheinen die dunkleren Stellen des Daguerreotyps, besonders auffallend z. B. das schwarze Sammtband auf dem weissen Spitzengrund, auch auf der Sinterplatte dunkler, wie wenn sich der Sinter auf den dunkleren, quecksilberfreien Stellen der Silberplatte auch mit dunklerer Färbung niedergeschlagen hätte. Herr Göttl glaubt dies der Einwirkung des Lichtes auf die Fällung der Metalloxyde oder galvanischen Einflüssen zuschreiben zu müssen. Es erklärt sich aber wohl der etwas dunklere Farbenton an den vollkommen glatten Stellen des Sinterbildes gegenüber dem lichteren Ton an den rauheren Stellen auf dieselbe Weise, wie auch das Pulver eines Minerals lichter erscheint, als die Farbe seiner glatten Fläche. Eine andere Frage wäre aber die, ob sich von dieser Seite nicht den Bemühungen der Galvanoplastik, von Daguerreotypplatten auf galvanischem Wege Kupferplatten zu weiterem Abdruck des Daguerreotypbildes zu erhalten, zu Hilfe kommen liesse, da bei dieser Ansinterung das bei dem galvanischen Process nothwendige und die vollkommene Wiedergabe des Originals erschwerende Zwischenmittel wegfällt, und die Sinterplatte sich ja auf dieselbe Weise zubereiten und ätzen lässt, wie lithographischer Stein.

Lässt man bedrucktes oder bemaltes Papier ansintern, z. B. Lithographien, Kupferstiche u. dgl., so bleiben Druckerschwärze und Farben am Sinter hängen, während das Papier sich ablösen lässt, und man hat auf dem Sinter den vollkommenen Abklatsch des Bildes.

Zur Darstellung der Münzabdrücke u. dgl., lag für Herrn Göttl die Hauptschwierigkeit darin, einen Stoff zu finden, der sich leicht in jede Form bringen lässt, der glatt und fein genug ist, der Auflösungskraft des Wassers, der Wärme und der Kohlensäure gehörigen Widerstand leistet, an dem Sinter nicht zu stark adhärirt und keine chemische Verbindung mit demselben eingeht. Gyps z. B., löst sich nach den Versuchen des Herrn Göttl im Sprudelwasser auf, es wird Schwefel ausgeschieden, und Schwefelwasserstoff entwickelt. Schwefel zeigt eine Umlagerung seiner Atome, er wird in kurzer Zeit schwarz, nimmt ein strahliges Gefüge an und zerfällt bei der

geringsten Berührung in kleine Splitter. Wachs und Stearin sollen zerlegt werden und dabei, unter Entwickelung von Schwefelwasserstoff, Kohle sich abscheiden. Glas wird durch die freie Flusssäure der Quellen angegriffen, daher das Mattwerden länger gebrauchter Trinkgläser.

Nach vielen Versuchen fand Herr Göttl, dass eine Legirung von Zinn und Silber dem Wasser am längsten Widerstand leistet. Diese Legirung wird entweder als Form gegossen oder zu dünnem Blech ausgewalzt über die Münzen gepresst, und dadurch die Hohlformen erzeugt, die der Ansinterung ausgesetzt werden. Schon in 2 bis 3 Wochen ist die Sinterkruste ungefähr 1 Linie dick und so fest, dass sie abgenommen werden kann.

Auffallend ist die verschiedene Färbung des auf diesen Metallformen niedergeschlagenen Sinters vom lichtesten Gelblichweiss bis zum dunkelsten Braunroth. Herr Göttl schreibt dem Lichte den allerwesentlichsten Einfluss auf die Fällung der Metalloxyde und damit auf die Färbung des Sinters zu. Denn ausser jenen Bestandtheilen, welche als doppeltkohlensaure Verbindungen in dem Wasser gelöst sind, und nach Verlust von Kohlensäure an der Luft als einfach kohlensaure Salze abgeschieden werden, glaubt Herr Göttl, mögen auch noch andere Verbindungen mit niedergerissen und durch Luft und Lichteinwirkung mannigfaltig modificirt werden. Es sind von ihm sowohl im Sinter selbst, wie im Wasser der Quellen, ausser Eisen auch Mangan, Nickel, Kobalt, Arsen nachgewiesen worden, sowie Baryt, Bor, Chrom, Antimon, Titan, Jod. Ausserdem sollen organische Stoffe im Sinter enthalten sein; braune, theerartige Stoffe, die sich auf Zusatz von concentrirter Salzsäure abscheiden, mit verschieden gefärbter Flamme brennen, sich verseifen lassen, und einen eigenthümlichen bituminösen Geruch haben.

Alle diese Stoffe mögen die verschiedenen Farben des Sinters mitbedingen. Als Beweis aber für die wesentliche Einwirkung des Lichtes führt Herr Göttl an, dass Sprudelwasser, durch verschieden gefärbte Glasröhren geleitet, auch verschieden gefärbten Sinter absetzte, aber in Glasröhren von derselben Farbe auch die Farbe des Sinters sich gleich bleibe. Herr Göttl ist fortwährend bemüht, durch weitere Versuche die Lichteinwirkung auf die Niederschläge der Wasser zu constatiren, und hofft, dass es ihm gelingen werde, die verschiedenen Farben des Sinters willkürlich hervorzurufen.

Durch längere Behandlung mit kohlensaurem Wasser lassen sich alle färbenden Substanzen aus dem Sprudelstein wieder ausziehen, daher die inneren Wandungen der Sprudelschale, die fortwährend mit dem heissen Wasser in Berührung sind, weiss erscheinen.

Interessant ist die Reaction der auf dem Sprudelstein wachsenden Conferven auf freies Jod, das man schon erkennt, wenn man die faulenden Conferven auf stärkehaltiges Papier legt, während sich selbst in 50 Pfund Wasser durch Titrirung nur $\frac{1}{400000}$ Jod nachweisen lässt. Gewiss wirken Algen bei der Ablagerung des Karlsbader Sprudelsteins überhaupt in derselben Weise mit, wie dies durch die Untersuchungen von Ludwig und Theobald (Pogg. Annal. 87, 91) an dem Sool-Sprudel von Nauheim nachgewiesen wurde.

Bei den Incrustirungsversuchen liess sich auch beobachten, wie durch günstige Umstände länger erhaltene Gasbläschen sich mit einer dünnen Sinterschale überziehen und kleine Erbsen entstehen. Mit Recht weist daher Herr Göttl darauf hin, dass der Erbsenstein von Karlsbad sich nicht blos durch concentrische Ablagerung des Kalkes um einzelne Sandkörner bildet, sondern ebensowohl durch Incrustation von Gasbläschen, wie man denn auch in vielen Erbsen, und besonders in dem vollkommen runden kein Sandkorn, sondern einen hohlen Raum findet.

Gewiss verdienen diese Versuche des Herrn Göttl Anerkennung und Aufmunterung. Sie führen nicht blos zu mancherlei wissenschaftlich-interessanten Resultaten, sondern bieten auch alle Aussicht, für Karlsbad einen neuen zweckmässigen Industriezweig ins Leben zu rufen, und es wäre nur zu wünschen, dass Herrn Göttl durch freiere Benützung der Quellen und Quellabflüsse Gelegenheit geboten würde, dieselben in grösserem Umfange fortzuführen, als dies bisher möglich war, da ihm nur der Abfluss einer Baderinne zu Gebote stand.

Das w. M., Herr Prof. Reuss in Prag, übersandte für die Denkschriften eine Abhandlung: „Über zwei Polyparien aus den Hallstätter Schichten."

Das c. M., Herr Franz Ritter v. Hauer, übergab für die Denkschriften eine Abhandlung: „Beiträge zur Kenntniss der Cephalopoden-Fauna der Hallstätter Schichten."

VERZEICHNISS

DER

EINGEGANGENEN DRUCKSCHRIFTEN.

(DECEMBER.)

Akademie, königlich-bayrische, gelehrte Anzeigen. Jahrgang 1854, Nr. 1—78.

Anzeiger für Kunde der deutschen Vorzeit. 1854, Nr. 12.

Archiv der Mathematik und Physik. Herausgegeben von Joh. Aug. Grunert. Theil XXIII, Heft 2, 3.

Beck, Jos., Geschichte der Stadt Neutitschein (Nowý Jičín) und deren Umgebung. Neutitschein 1854; 8°.

Cosmos. Vol. V, Nr. 21—25.

Ferdinandeum, Neue Zeitschrift. Dritte Folge. Heft 4.

Freiburg i. B., Universitätsschriften aus d. J. 1853/54.

Furtwängler, Wilh., Die Idee des Todes in den Mythen und Kunstdenkmälern der Griechen. Freiburg 1855; 8°.

Gesellschaft, k. k., der Ärzte, Jahrgang VII, Heft 7—12; Jahrgang VIII, IX und X, Heft 1—11.

Gerhard, Eduard, Über den Volksstamm der Achaer. Berlin 1854; 4°.

Istituto di corrispondenza Archeologica Annali. 1853.

— Bullettino 1853.

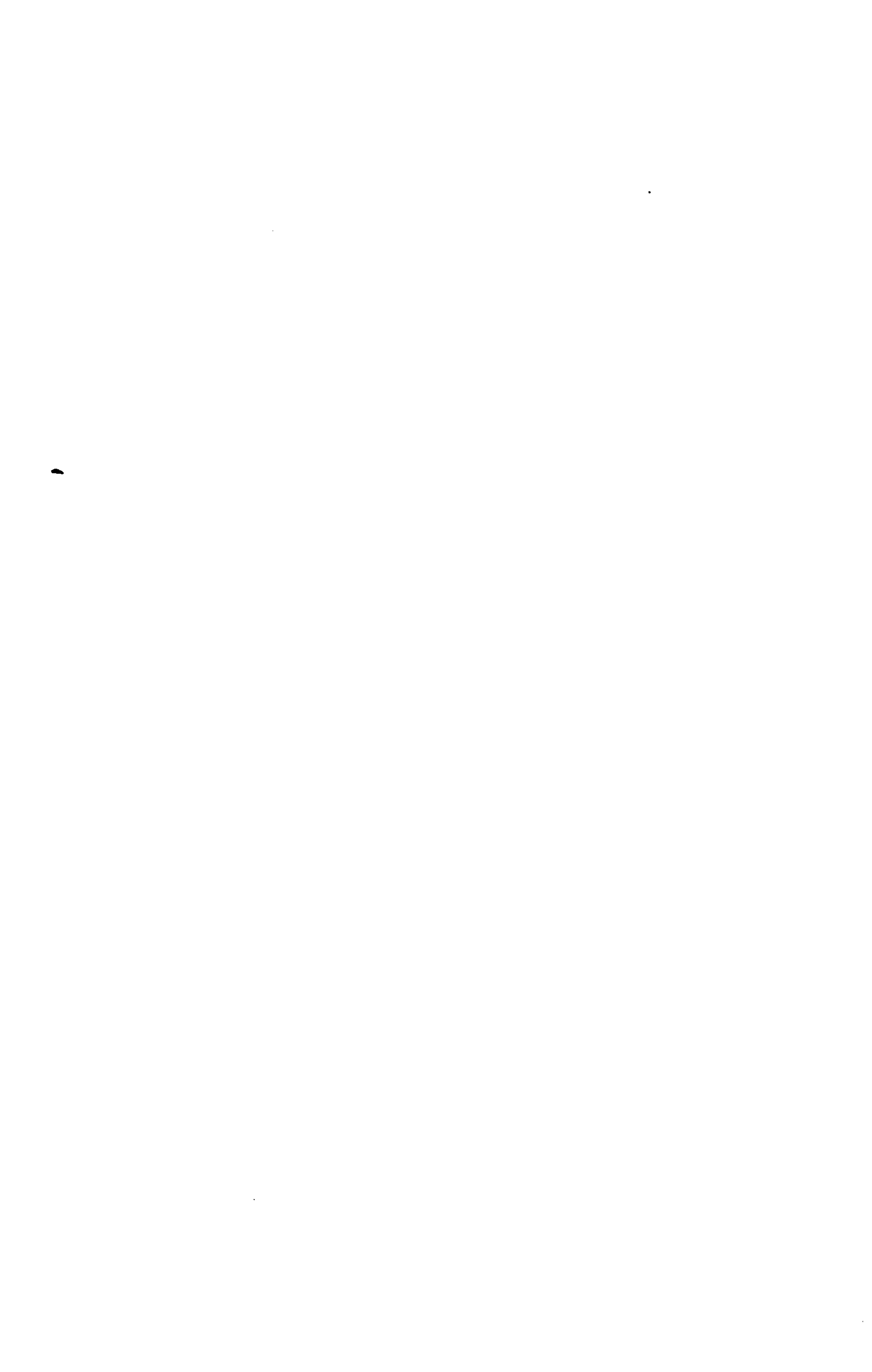
— Monumenti inediti 1853.

Jahrbuch, Berg- und hüttenmännisches der k. k. Montan-Lehranstalt zu Leoben. Bd. 4.

Jahrbuch, neues, für Pharmacie etc. Bd. II, Heft 3, 4.

Jahresbericht 1., 2. und 3., des Marien-Vereines zur Beförderung der katholischen Mission in Central-Africa. Wien 1852—54; 4°.

Kiel, Universitäts-Schriften aus d. J. 1853/54.
Marburg, Universitäts-Schriften aus d. J. 1853/54.
Memorial de Ingenieros. Anno IX, Nr. 10.
Mittheilungen aus dem Gebiete der Statistik. Jahrgang III, Hft. 6.
Naudet, Notice historique sur M. Burnouf père et fils. Paris 1854; 4°.
Pratobevera, Eduard, Ein kärntnerisch-steiermärkisches Land- und Lehenrecht vom Jahre 1430 im Archive des Joanneums. S. l. et d.
Reichsanstalt, k. k. geologische, Jahrbuch. Jahrg. V, Hft. 3.
Sacken, Eduard Freih. v., Die k. k. Ambraser-Sammlung. Th. I. Wien 1854; 8°.
Schiner, R., Diptera Austriaca, Aufzählung aller im Kaiserthume Österreich bisher aufgefundenen Zweiflügler. Wien 1854; 8°.
Société géologique de France. Bulletin. Vol. XI, feuilles 19—31.
Society, Asiatic of Bengal, Journal. 1854. Nr. 3.
Society, R. astronomical, Memoirs, Vol. 22.
— Monthly notices, Vol. XIII.
Streffleur, Val., Das Landkartenwesen in Österreich und Vorschlag zur Aufbringung der Mittel für eine einfachere und leicht faßliche Darstellung der orographischen Verhältniße und Übersichtskarten. Wien 1853; 8°.
Teissier, H., Idéalisme Astronomie-physique, ou nouvelle Astronomie raisonnée. Paris 1854; 8°.
Vereeniging, Natuurkund. in Nederländsch Indië, Natuurkund. Tijdschrift. Vol. III, Nr. 56.
Verein, historischer für Niederbayern. Verhandlungen. Bd. III, Heft. 4. (2 Exempl.)
Vereine, historische zu Kassel, Darmstadt ꝛc. Periodische Blätter. 1854, Nr. 1, 2.
Weißbach, Julius, Die Experimental-Hydraulik. Freiburg 1855; 8°.
Würzburg, Universitäts-Schriften a. d. J. 1853/54.



Beobac	Anmerkungen.
Ragusa	Am 5. 19. u. 26. **Blitze** u. **Donner**, am 16. 19. u. 28. **Hagel**.
Triest	
Venedig	Am 13. Ab. **Blitze** bei stürmischem NNO.
Semlin	Am 13. starker **Schneefall**.
Mailand	
Fünfkir	Am 12. und 13. **Schneestürme** auf den Bergen.
Meran.	Vom 12. auf 13. **stürmisch** mit **Schnee**.
Debrec	
Szegedi	Am 25. noch +10°4.
Zavalje	Oft sehr **stürmisch**, besonders am 12. und 24.
Herman	Am 2. **Sturm** aus S., am 18. aus SSO.
Pesth .	Vom 13. auf 14. **Schneesturm** aus NW.
Cilli .	Am 12. **Sturm** aus W.
Tirnau	Vom 13. auf 14. **Orkan** aus N., am 17. **Sturm** aus SO., am 18. [**Wetterleuchten**.
Gran .	Am 13. **erster Schnee**.
Laibach	Vom 12. auf 13. **stürmisch** aus NO. mit **Schnee**.
Pressbu	Am 13. und 14. **stürm.** aus NW. mit **Schnee**. [NW. u. W.
Wien .	A. 11. **erster Schnee**, v. 12. Ab. 10ʰ b. 14. M. 10ʰ **stürm.** a.
Kronsta	Am 12. Nachts bis Morg. sehr heft. **Sturm**, a. 19. ebenf. **Strm.**
Bregenz	Am 13. **stürmisch** aus S. mit **Schnee**.
Brünn.	Am 5., dann vom 13. auf 14. **Sturm** aus NW., am 6. **erster** [**Schnee**.
Wallend	
Czernow	Am 12. u. 20. **Sturm**, am 12. mit **Schnee**.
Prag .	
Korneu	Am 6. und 12. **stürmisch**.
Leutsch	Am 14. starker **Schneefall**.
Olmütz	
Bodenb	Am 12. starker **Schneefall**.
Salzbur	Am 3. 6. 12. und 30. **Stürme**.
Pilsen	Vom 10. auf 11. **stürmisch** und **erster Schnee**.
Kahlenb	Vom 24. auf 25. **stürmisch**.
Czaslau	Am 11. **erst. Schnee**, a. 12. **stark. Schneefall**, a. 23. **Sturm**.
Linz .	Am 14. 4ʰ Ab. **Schneesturm**.
St. Mag	
Leipa .	Am 12. starker **Schneefall**.
Krakau	Am 10. Ab. **erster Schnee**, am 25. und 30. **Sturm** aus SW.
Pürglitz	Am 29. und 30. **stürmisch** aus W.
Oderber	Vom 11. bis 14. **stürmisch mit Schnee**.
Kremsm	Vom 7. auf 8. **erster**, am 12. **starker Schneefall**.
Schössl	Am 6., 28., 29. **stürm.** aus SW. u. den 11. **erster Schnee**.
Weissbr	
Lember	
Trauten	Am 7. Nachts bis 4ʰ Morg. heftiger **Sturm** aus W.
Deutsch	Am 5. **Schnee**.
Lienz[4])	Am 12. um 4ʰ 30′ Ab. **Sturm** aus NW. bis 13. Abends.
Reichen	Am 29. **stürmisch**.

[1]) K

[2]) S

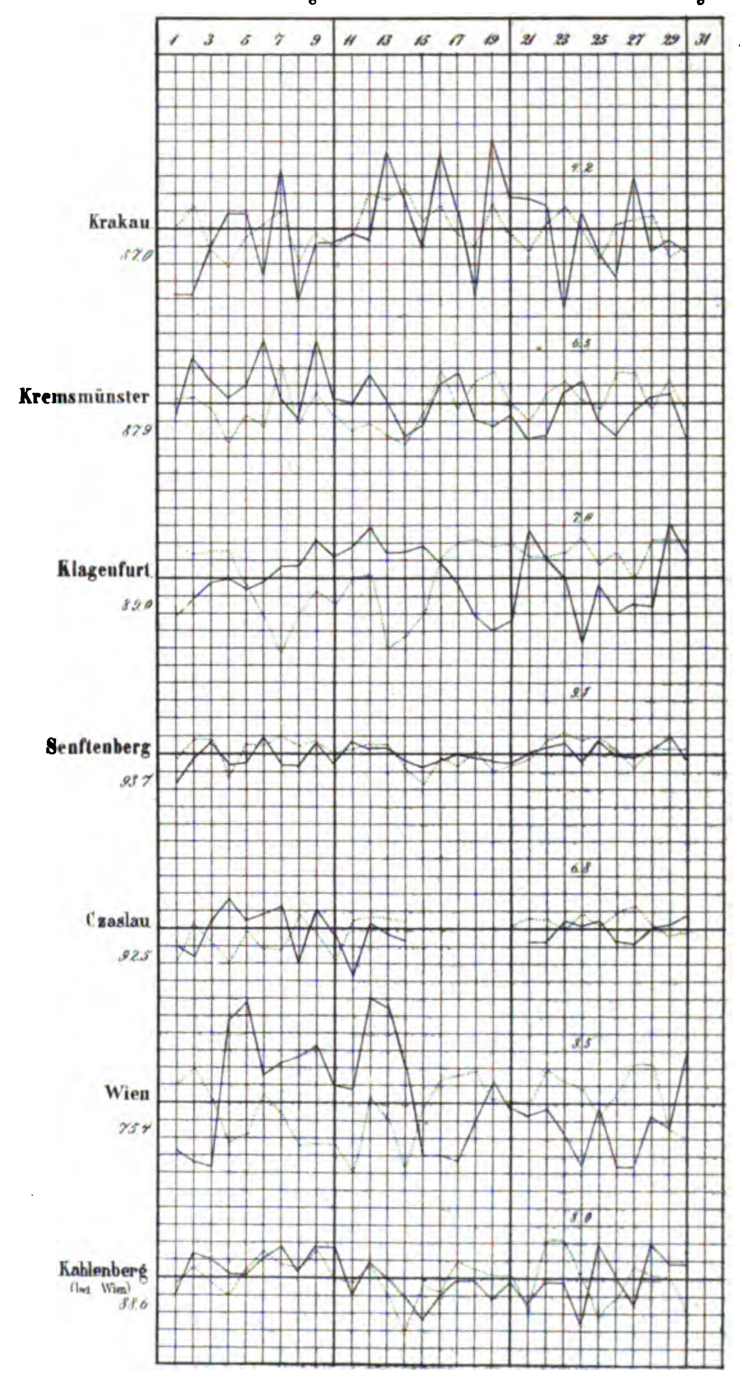
[3]) K auffallenden meteorischen Vorgängen begleitet.

[4]) L



Gang der Feuchtigkeit und des Ozongehaltes der Luft im Novemb. 1854.

Die punktirten Linien stellen die Feuchtigkeit, die ausgezogenen den Ozongehalt dar. Die am Rande befindlichen Zahlen sind die Monatmittel der Feuchtigkeit, jene zwischen den Curven die Monatmittel des Ozongehaltes.
Den Monatmitteln entsprechen die stärkeren Horizontallinien.
Ein Netztheil beträgt für die Feuchtigkeit 5 Procente, für den Ozongehalt einen Theil der Farbenscala, welche vom völligen Weis bis zum tiefsten Blau zehn Abtheilungen enthält.



Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.



